

Entre o Anunciado e o Realizado: as “Confusões” Presentes nas Produções do XI e XII Encontro Nacional de Educação Matemática no Tocante às Tarefas de Investigação Matemática

Ana Maria Foss¹ 

Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Palotina, PR, Brasil

Paulo Wichnoski² 

Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Palotina, PR, Brasil

Tânia Stella Bassoi³ 

Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Palotina, PR, Brasil

Resumo

Assumindo os aspectos da pesquisa qualitativa, este artigo explicita uma análise dos trabalhos que enfocaram a Investigação Matemática enquanto tema de estudo e que foram publicados nas edições XI e XII do Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. Com o objetivo de identificar, nesses trabalhos, possíveis equívocos na compreensão do que são tarefas de Investigação Matemática e, elucidar algumas diferenças entre elas e os demais tipos de tarefas matemáticas, interrogamos: as “confusões” entre as tarefas de Investigação Matemática e outros tipos de tarefas utilizadas para o ensino de Matemática estão presentes nos trabalhos sobre Investigação Matemática nas edições do XI e XII ENEM? Há especificidades que permitam distinguir uma tarefa de Investigação Matemática das tarefas de Modelagem Matemática? E das tarefas de Resolução de Problemas? E dos Exercícios? Como síntese do percebido e articulado afirmamos que, nas edições do XI e XII ENEM, houve a presença de equívocos na concepção do que são tarefas de Investigação Matemática, por vezes, confundidas com os demais tipos de tarefas, na maior parte dos casos, com as tarefas de Modelagem Matemática. Entre as diferenças percebidas, afirmamos que as tarefas de Investigação Matemática possuem estrutura aberta e situam-se em contextos exclusivamente matemáticos. Os problemas, apresentam-se situados nos contextos reais e semirreais, com estrutura enunciativa fechada e sem direcionamento e questionamento pré-estabelecido. As tarefas de Modelagem Matemática são estruturalmente abertas, situadas em contexto quase que exclusivamente reais e geralmente são compostas por notícias, vídeos e outros recursos que trazem à tona um tema não matemático para ser

Submetido em: 26/06/2019

Aceito em: 10/01/2020

Publicado em: 18/01/2020

¹ Mestranda em Educação em Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná. E-mail: anafoss@bol.com.br.

² Doutorando em Educação em Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Professor substituto do Departamento de Engenharias e Exatas da Universidade Federal do Paraná – setor Palotina. Endereço para correspondência: Rua Pioneiro, 2153, Jardim Dallas – Palotina, 85950000, PR - Brasil. E-mail: wichnoski@gmail.com.

³ Doutora em Educação pela Universidade Federal do Paraná. E-mail: tstellabassoi@gmail.com.

investigado. Ressaltamos a necessidade do cuidado e atenção à teoria, ao assumir diferentes metodologias para organizar o ensino de matemática, de modo que os aspectos teórico-metodológicos anunciados sejam condizentes com a prática realizada.

Palavras-chave: Tarefas matemáticas; Pesquisa Qualitativa; ENEM.

Between the Announced and the Realized: the “Confusions” Present in the Productions of the XI and XII Encontro Nacional de Educação Matemática regarding Mathematical Research Tasks

Abstract

Assuming the aspects of qualitative research, this article explains an analysis of the works that focused on Mathematical Investigation as a subject of study and which were published in editions XI and XII of the Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. In order to identify, in these works, possible misunderstandings in understanding what are Mathematical Research tasks and to elucidate some differences between them and the other types of mathematical tasks, we ask: the “confusions” between Mathematical Research tasks and other types of tasks used for teaching mathematics are present in the work on Mathematical Research in the editions of XI and XII ENEM? Are there specifics that make it possible to distinguish a Mathematical Investigation task from Mathematical Modeling tasks? What about troubleshooting tasks? What about exercises? As a synthesis of the perceived and articulated we affirm that, in the editions of XI and XII ENEM, there was the presence of misconceptions in the conception of what are Mathematical Research tasks, sometimes confused with the other types of tasks, in most cases, with the tasks of Mathematical Modeling. Among the perceived differences, we affirm that the Mathematical Investigation tasks have an open structure and are located in exclusively mathematical contexts. The problems are presented in real and semi-real contexts, with closed enunciative structure and without pre-established direction and questioning. Mathematical Modeling tasks are structurally open, situated in almost exclusively real context, and are usually composed of news, videos, and other resources that bring out a non-mathematical theme to investigate. We emphasize the need for care and attention to theory, assuming different methodologies to organize mathematics teaching, so that the theoretical and methodological aspects announced are consistent with the practice.

Keywords: Mathematical tasks; Qualitative research; ENEM.

Entre lo anunciado y lo realizado: las "confusiones" presentes en las producciones de la XI y XII Encontro Nacional de Educação Matemática sobre las tareas de investigación matemática

Resumen

Asumiendo los aspectos de la investigación cualitativa, este artículo explica un análisis de los trabajos que se centraron en la Investigación Matemática como tema de estudio y que fueron publicados en las ediciones XI y XII de la Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. Para identificar, en estos trabajos, posibles malentendidos en la comprensión de qué son las tareas de Investigación Matemática y para aclarar algunas diferencias entre ellos y los otros tipos de tareas matemáticas, preguntamos: las "confusiones" entre las tareas de Investigación Matemática y otros tipos de las tareas utilizadas para la enseñanza de las matemáticas están presentes en el trabajo de Investigación

matemática en las ediciones de XI y XII ENEM? ¿Existen detalles que permitan distinguir una tarea de Investigación matemática de las tareas de Modelado matemático? ¿Qué pasa con las tareas de solución de problemas? ¿Qué hay de los ejercicios? Como síntesis de lo percibido y articulado, afirmamos que, en las ediciones de XI y XII ENEM, hubo la presencia de conceptos erróneos en la concepción de las tareas de Investigación Matemática, a veces confundidas con los otros tipos de tareas, en la mayoría de los casos, con Las tareas de modelado matemático. Entre las diferencias percibidas, afirmamos que las tareas de Investigación matemática tienen una estructura abierta y se ubican en contextos exclusivamente matemáticos. Los problemas se presentan en contextos reales y semi-reales, con estructura enunciativa cerrada y sin dirección y cuestionamiento preestablecidos. Las tareas de modelado matemático son estructuralmente abiertas, situadas en un contexto casi exclusivamente real, y generalmente se componen de noticias, videos y otros recursos que muestran un tema no matemático para investigar. Hacemos hincapié en la necesidad de cuidado y atención a la teoría, asumiendo diferentes metodologías para organizar la enseñanza de las matemáticas, de modo que los aspectos teóricos y metodológicos anunciados sean consistentes con la práctica.

Palabras clave: tareas matemáticas; investigación cualitativa; ENEM.

1. Introdução

Este artigo é um recorte do trabalho⁴ de conclusão de curso da primeira autora, coorientado pelo segundo autor e orientado pela terceira autora, o qual buscou identificar se há, e quais são as diferenças significativas entre as tarefas de Investigação Matemática, de Modelagem Matemática, de Resolução de Problemas e exercícios. Encontra justificativas para ser empreendido em virtude da carência de trabalhos que discutem as principais diferenças entre as tarefas de Investigação Matemática e outras, mais corriqueiras, utilizadas para o ensino de Matemática. Tal carência foi um dos aspectos percebidos e discutidos em um projeto de Iniciação Científica Voluntária⁵.

Além disso, em contato com a literatura sobre a Investigação Matemática, nos deparamos com algumas tarefas que, da nossa compreensão, apresentavam desencontros no tocante à sua natureza, ou seja, encontramos tarefas ditas de Investigação Matemática, mas que, ao nosso olhar, se caracterizam como tarefas de Modelagem Matemática, de Resolução de Problemas ou como exercícios. Desse modo, decidimos nos debruçar sobre esse aspecto, buscando elucidar, da nossa perspectiva, as diferenças entre estes tipos de tarefas.

Para isso analisamos qualitativamente as comunicações científicas, relatos de experiência e minicursos publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em suas duas últimas edições (XI e XII), procurando por tarefas que estão classificadas, segundo os autores desses trabalhos, como de Investigação Matemática. Olhamos para estes trabalhos buscando aclarar as

⁴ Monografia apresentada como requisito parcial à aprovação na disciplina Introdução à Pesquisa (Monografia) do Colegiado de Matemática, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *campus* Cascavel intitulado “Investigações Matemáticas?”.

⁵ Projeto de Iniciação Científica Voluntária (ICV) sobre Investigação Matemática realizado pela primeira autora, orientado pela terceira autora e coorientado pelo segundo autor no período de agosto de 2017 a julho de 2018.

seguintes questões: *as “confusões” entre as tarefas de Investigação Matemática e outros tipos de tarefas utilizadas para o ensino de Matemática estão presentes nos trabalhos sobre Investigação Matemática nas edições do XI e XII ENEM? Há especificidades que permitam distinguir uma tarefa de Investigação Matemática das tarefas de Modelagem Matemática? E das tarefas de Resolução de Problemas? E dos Exercícios?*

Objetivamos tornar claras as diferenças entre os tipos de tarefas matemáticas supramencionadas, minimizando os equívocos que podem ocorrer no entendimento do que elas efetivamente são, bem como dos papéis que assumem no ensino de matemática. Acreditamos estar contribuindo para que alunos e professores conheçam as características de cada tipo de tarefa, distinguindo-as.

Desse texto introdutório explicitamos, na próxima seção, uma revisão bibliográfica a fim de apontar, aportados na literatura, as principais características das tarefas de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de Modelagem Matemática e dos exercícios.

2. Revisão bibliográfica

Iniciamos esta seção, esclarecendo e diferenciando o significado de tarefa e de atividade. Em conformidade com Ponte *et al.* (1997)

As tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, investigações, exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. – proporcionam ponto de partida para o desenvolvimento de sua atividade matemática. As tarefas devem despertar curiosidade e entusiasmo, fazendo apelo aos seus conhecimentos prévios e intuições. A atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se aquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação (PONTE *et al.*, 1997, p. 73).

Ponte (2003) apresenta quatro diferentes tipos de tarefas, baseado na estrutura, no grau de dificuldade, no contexto e no tempo necessário para sua resolução, conforme esquematizado na Figura 1:

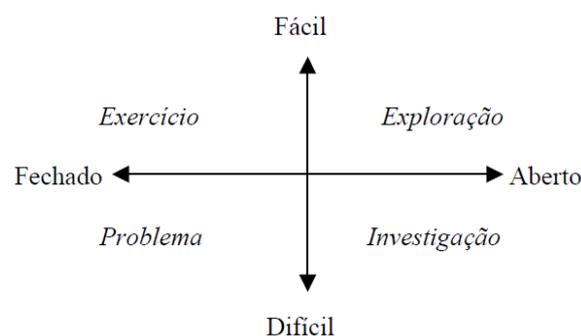


Figura 1: Tipos de tarefa
 Fonte: Ponte (2003, p. 5)

A partir do esquematizado na Figura 1, podemos afirmar que os exercícios e os problemas são tarefas fechadas e diferem quanto ao grau de dificuldade, sendo os exercícios mais fáceis que os problemas. As tarefas exploratórias se apresentam fáceis e com estrutura aberta e, as tarefas investigativas, apresentam-se difíceis e abertas.

Observa-se que há uma diferença entre as tarefas do tipo exercício e do tipo problema. Enquanto que a estrutura enunciativa do exercício explicita a forma de resolvê-lo, a do problema não a faz. Nesse sentido, entendemos que as tarefas do tipo exercício explicitam a forma de serem resolvidas, permitindo que os alunos saibam, de antemão, uma técnica ou um método para solucioná-lo; caso contrário, a tarefa é entendida como um problema.

Quanto ao grau de dificuldade relacionado aos diferentes tipos de tarefas matemáticas, acreditamos que essa classificação é subjetiva, dependendo do leque de conhecimentos matemáticos que os alunos possuem. No tocante às tarefas exploratórias e investigativas, Ponte (2003) afirma que

Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se “investigações” a todas elas. Isso acontece, muito provavelmente, porque é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos. No entanto, uma vez que atribuímos importância ao grau de dificuldade das tarefas, é preferível termos uma designação para as tarefas abertas mais fáceis e outra designação para as mais difíceis (PONTE, 2003, p. 5).

Discordamos do autor supracitado quando este afirma que não é possível saber, *a priori*, se a tarefa é exploratória ou investigativa. Entendemos que o grau de dificuldade, dentre outros fatores, é condicionado pelo grau de abertura das tarefas, sendo as tarefas exploratórias “menos abertas” e as tarefas investigativas “mais abertas”; logo há características que as distinguem (WICHNOSKI; FOSS; BASSOI, 2019).

Enquanto que nas tarefas exploratórias existem questionamentos que são como passos/encaminhamentos para a investigação, nas tarefas investigativas o levantamento desses encaminhamentos fica à critério do aluno, que os formula conforme seu interesse. Em consonância com Ponte (2005, p. 18) “Entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está [...] no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planejamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação”.

Ainda na seara das tarefas exploratórias e investigativas, Ponte (2003) trata do contexto referencial em que elas podem se inserir, baseando-se na classificação proposta por Skovsmose (2000). O Quadro 1 exemplifica os diferentes contextos.

Quadro 1: Diferença entre os contextos propostos por Skovsmose (2000)

Referências à matemática pura	Referências à semirrealidade	Referências à realidade
-------------------------------	------------------------------	-------------------------

<p>O contexto é puramente matemático, ou seja, traz a simbologia própria da Matemática e trata somente de objetos matemáticos.</p>	<p>Refere-se a uma semirrealidade. Não se trata de uma realidade que observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de Matemática. Os dados e as situações são fictícias.</p>	<p>Refere-se a realidade. Tarefas com referências a situações da vida real. Os dados são reais.</p>
--	---	---

Fonte: Foss (2018, p. 25)

Ponte (2003) afirma que no ensino de Matemática os contextos semirreais e reais são utilizados em tarefas como os exercícios, os problemas e em tarefas de Modelagem Matemática. As tarefas com referências à realidade são, geralmente classificadas por alguns autores, como por exemplo, Sant'Ana e Sant'Ana (2009), como tarefas de Modelagem Matemática.

As tarefas de Investigação Matemática “são atividades de cunho aberto, referentes a contextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos) que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos” (PONTE *et al.*, 1998, p. 15).

Uma vez caracterizadas as tarefas de Investigação Matemática, para entendermos o que propõe a Resolução de Problemas, comecemos por entender o que é um problema. Para Prado e Allevalo (2010, p. 26) “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Almouloud (2009) define situação-problema, como uma tarefa que tem por objetivo o ensino e a aprendizagem de um dado conteúdo matemático. Para esse autor, são

questões abertas e/ou fechadas numa situação mais ou menos matematizada, envolvendo um campo de problemas colocados em um ou vários domínios de saber e de conhecimentos. Sua função principal é a utilização implícita, e depois explícita, de novos objetos matemáticos, por meio de questões postas pelos alunos no momento da resolução do problema (ALMOULOU, 2009, p. 994).

Justo (2012) afirma que “um problema é qualquer situação que nos desafia a encontrar uma alternativa para modificá-la” (p. 37). Justo (2012) citando Rabelo (2002) aponta “[...] três características que a maioria dos psicólogos afirma que um problema deve apresentar para ser considerado como tal: uma situação estabelecida sob certas condições, a existência de um desejo para alterar o estado dela e, ainda, a falta de uma maneira óbvia e imediata de realizar a mudança dessa situação” (JUSTO, 2012, p. 37).

Com base nessas concepções, depreendemos que um problema é uma tarefa que incita a sua resolução, mas que não explicita um método *a priori*. Assim, podemos caracterizar as tarefas de Resolução de Problemas como tarefas situadas nos contextos semirreais ou reais, que apresentam uma estrutura enunciativa fechada e possuem um questionamento bem definido.

No tocante à Modelagem Matemática, Sant’Ana e Sant’Ana (2009) evocam que “[...] em muitas experiências, parte de uma situação não matemática sobre a qual, em geral, tem-se alguma curiosidade. Geralmente, é esta curiosidade que leva um grupo de estudantes a aceitar o convite do professor para o desenvolvimento de um ambiente de Modelagem Matemática.” (SANT’ANA; SANT’ANA, 2009, p. 5)

Pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica da Rede Pública do Estado do Paraná (2008, p. 64) “A modelagem matemática tem como pressuposto a problematização de situações do cotidiano. Ao mesmo tempo em que propõe a valorização do aluno no contexto social, procura levantar problemas que sugerem questionamentos sobre situações de vida”. Salientam ainda que “por meio da modelagem matemática, fenômenos diários, sejam eles físicos, biológicos e sociais, constituem elementos para análises críticas e compreensões diversas de mundo” (p. 64-65).

Para Bassanezi (2006, p. 16) “a modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas reais com os problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Burak (1922, p. 62), afirma que a Modelagem Matemática “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”. Além disso, Burak (1992) defende que o grupo e seus interesses são muito importantes devido ao fato de desenvolver autonomia e tornar os alunos ativos no processos de aprendizagem, ou seja, a escolha do tema deve partir dos alunos.

Para Biembengut (1990) afirma que Modelagem é “o processo que envolve a obtenção de um modelo” (p. 20), além disso interliga a Matemática e a realidade. Isso conseqüentemente requer que os alunos tenham maior domínio da Matemática para fazer Modelagem Matemática, o que restringe o público a apenas alunos de cursos superiores.

Caldeira (2005) acredita na Modelagem como um sistema de aprendizagem em que podemos utilizá-la como um instrumento de crítica que clarifica a importância da matemática na vida das pessoas, porque as aplicações conferem sentido aos conteúdos matemáticos.

Segundo Klüber e Burak (2008), Barbosa (2001) concebe a modelagem como “uma oportunidade para os alunos indagarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos fixados previamente” (p. 28). Nessa concepção os conteúdos surgem dependendo da problematização, que é uma das principais características das atividades de Modelagem Matemática que conduz a investigação que desenvolve nos alunos autonomia.

A congruência dessas concepções sobre a Modelagem Matemática, é que ela permite aos alunos e aos professores, analisar situações advindas da realidade através da Matemática, buscando

entender como funciona a sociedade, enquanto sujeitos críticos e ativos. Quanto às características desse tipo de tarefa, percebemos que seu contexto se refere à realidade, tendo, por vezes, o tema escolhido pelos alunos, a partir do qual formulam-se questões, conforme o interesse dos alunos. Outras vezes o tema pode ser proposto pelo professor, bem como os encaminhamentos e os questionamentos a serem respondidos ou, então, os deixa fluir conforme o interesse dos alunos.

Com base no exposto até o momento, o Quadro 2 traz exemplos de tarefas de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de Exercícios e de Modelagem Matemática.

Quadro 1: Alguns tipos de tarefas

Paradigmas	Exemplo de Tarefa	Fonte
Investigação Matemática	Investigue a sequência abaixo: $\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1, \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2, \left(3 + \frac{1}{3}\right)^3, \left(4 + \frac{1}{4}\right)^4 \dots$	WICHNOSKI, P; KLÜBER, T. E. Investigações matemáticas na Educação Matemática: uma experiência na formação inicial de professores. Revista de Educação Matemática , São Paulo, v. 15, n. 18, p. 69-83, jan. /abr. 2018.
Problema	Um autocarro do exército leva 36 soldados. Se 1128 soldados estão a ser mandados para os seus lugares de treino, quantos autocarros são precisos?	SCHOENFELD, Alan. Porquê toda essa agitação acerca da Resolução de Problemas . Universidade da Califórnia, Berkeley, EUA. 1991.
Exercício	Resolva: $2x^2 - 3x - 5 = 0$	BUTTS, Thomas. Formulando problema adequadamente. In: KRULIK, Stephen. REYS, Robert E. A Resolução de Problemas na Matemática escolar . Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-48.
Modelagem Matemática	Os grãos de feijão e milho adquiridos pela Prefeitura de Feira de Santana começaram a ser distribuídos na tarde desta quinta-feira (7) pela Secretaria de Agricultura, Recursos Hídricos e Desenvolvimento Rural. São 37,5 toneladas – 25t de feijão e 12,5t de milho – destinadas aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência. Aproximadamente oito mil agricultores receberão os grãos. Segundo o secretário Mário Borges, cada agricultor recebe três quilos de feijão e dois de milho. O primeiro carregamento dos grãos foi destinado aos agricultores de Maria Quitéria [um distrito municipal]. Os próximos a receberem serão os cadastrados na associação de moradores do distrito de Tiquaruçu. (Trecho de reportagem do Jornal Feira Hoje, versão online, de 09/06/2001)	BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. GT Modelagem Matemática . [s. l.], 2003. p. 1 - 13.

Fonte: Foss (2018, p. 36-37)

Com base no Quadro 2, podemos inferir algumas características que distinguem as tarefas de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de Exercícios e de Modelagem Matemática.

No tocante as tarefas de Investigação Matemática, as tarefas de cunho investigativo são estruturalmente mais abertas que as tarefas de cunho exploratório. As tarefas exploratórias são compostas de encaminhamentos, na forma interrogativa, que orientam o aluno na investigação a fim de que ele perceba alguma regularidade, busque generalizá-la e por fim prová-la. Já as tarefas

investigativas, não apresentam encaminhamentos e, portanto, a situação apresenta-se de forma totalmente aberta, para o aluno explorá-la a seu modo.

Observa-se uma diferença fundamental entre as tarefas do tipo exercício e do tipo problema. Enquanto que o exercício explicita a forma de ser resolvido, o problema não a faz. Nesse sentido, entendemos como exercício a tarefa que explicita uma técnica ou um método para solucionar a situação, ao contrário dos problemas.

Tanto nos exercícios, quanto nos problemas, a resposta a ser obtida é a mesma para todos os alunos. Este aspecto as difere significativamente das tarefas de Investigação Matemática, nas quais as respostas são múltiplas, dependendo do modo que o aluno empreende a investigação.

Entre um problema qualquer e um problema a ser utilizado em uma aula baseada na tendência Resolução de Problemas a diferença está na variedade de resoluções que estes possuem. Para uma aula de Resolução de Problemas os problemas devem explorar os diversos domínios da matemática, como a álgebra, a geometria, a aritmética, não devendo indicar um método de resolução, mas sim valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, permitirem várias resoluções que levam a um mesmo resultado.

As tarefas de Modelagem Matemática se assemelham com as tarefas investigativas pelo grau de abertura, porém distinguem-se no contexto. A tarefa investigativa possibilita o aparecimento de curiosidades a respeito da sequência apresentada, enquanto que na tarefa de Modelagem Matemática, provavelmente, surgirão questionamentos a respeito do fato ocorrido, que poderão ou não englobar os aspectos matemáticos relativos ao tema. A diferença entre as tarefas exploratórias e as de Modelagem Matemática também se refere ao contexto e, mais que isso, também se assenta nos questionamentos presentes somente nas tarefas exploratórias, que induzem ao aluno à procura por regularidades.

O Quadro 3, elucida algumas características que permitem distinguir as tarefas de Investigação Matemática, de Modelagem Matemática, de Resolução de Problemas e os Exercícios.

Quadro 3: Características das tarefas

Paradigmas	Características da tarefa
Investigação Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • São estruturalmente abertas; • Contexto exclusivamente matemático; • Geralmente apresentam situações que envolvem objetos matemáticos que podem ter relações, regularidades as quais objetiva-se que os alunos se questionem sobre a existência ou não dessas e assim construam conceitos matemáticos.
Problema	<ul style="list-style-type: none"> • São estruturalmente fechadas. • Contextos reais e semirreais; • Apresentam situações bem definidas com um questionamento pré-estabelecido a ser respondido pelos alunos;

	<ul style="list-style-type: none"> • O enunciado não direciona um método para resolver o que indica que o aluno não sabe <i>a priori</i> um método para resolvê-lo.
Exercício	<ul style="list-style-type: none"> • São estruturalmente fechadas; • Contexto puramente matemático; • Geralmente seus enunciados são do tipo “calcule”, “determine”, “encontre” entre outros; • Há a necessidade de que o aluno saiba <i>a priori</i> como resolvê-lo;
Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • São estruturalmente abertos. • Contexto quase que exclusivamente reais; • Geralmente são compostas com notícias, vídeos e outros recursos que trazem à tona um tema não matemático que será investigado pelos alunos;

Fonte: Foss (2018, p. 50)

Caracterizadas os diferentes tipos de tarefas utilizadas para o ensino de Matemática do interesse de nossa pesquisa, a saber, tarefas de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de Modelagem Matemática e Exercícios, na próxima seção explicitamos a metodologia da pesquisa, bem como os procedimentos metodológicos seguidos.

3. Metodologia e procedimentos da pesquisa

O trabalho possui características da pesquisa exploratória e bibliográfica e assume a abordagem qualitativa de pesquisa. É exploratório, no sentido de que buscamos aclarar as principais diferenças entre as tarefas de Investigação Matemática e outras, utilizadas para o ensino de Matemática de modo inicial, como um primeiro contato nosso, nessa região de inquérito. Segundo Gil (1999), a pesquisa exploratória tem como finalidade ampliar os conhecimentos referentes a área de estudo e podem envolver levantamentos bibliográficos e documentais, entrevistas não padronizadas e estudos de caso.

Bibliográfico, porquê nos voltamos às publicações que trataram da Investigação Matemática e que fazem parte dos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), em suas edições XI e XII, com o objetivo de olhar para as tarefas neles relatadas, buscando pelas respostas ansiadas em face das questões norteadoras desta pesquisa.

A pesquisa bibliográfica, segundo Minayo (2001), permite relacionar e sistematizar conceitos de determinada área através de materiais bibliográficos, tais como livros e artigos científicos (GIL, 1999), os quais se prestam como materiais de análise e permitem a construção dos dados. Para Fonseca (2002, p. 32 *apud* GERHARDT; SILVEIRA 2009, p. 37)

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém, pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências

teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta.

Conforme dissemos, a abordagem assumida é qualitativa, a qual exige do pesquisador um olhar inquiridor, crítico e reflexivo que alcance além do que lhe é mostrado, com vistas a ampliar o que se sabe sobre o objeto de estudo. Ela engloba processos de análise e interpretação que envolvem reflexão, comparação, contraste e interpretação, na busca mais profunda de conhecimento sobre o tema pesquisado.

Segundo Gerhardt e Silveira (2009) a pesquisa qualitativa preocupa-se em explicar e compreender aspectos da realidade que não podem ser quantificados. “Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2001, p. 21-22).

Dessa perspectiva (qualitativa) procedemos às comunicações científicas, relatos de experiências e minicursos publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), em suas edições XI e XII. Selecionamos os trabalhos que enfocaram a Investigação Matemática, por meio de leitura dos títulos e das palavras-chave, identificando palavras relacionadas à Investigação Matemática, como por exemplo, investigação, tarefas exploratórias e outras.

Após uma pré-classificação, efetuamos a leitura dos trabalhos na íntegra e selecionamos aqueles que traziam em seu conteúdo tarefas que os autores afirmavam ser de Investigação Matemática, mas, que do nosso entendimento, não apresentaram as características próprias dessa metodologia.

Posteriormente, de posse dessas tarefas, classificamo-las, conforme os tipos apresentados na seção 2, distinguindo as tarefas de Investigação Matemática, de Resolução de Problemas, de Modelagem Matemática e Exercícios. Este é o conteúdo da próxima seção.

4. Análise das tarefas

Foram encontradas um total de 57 tarefas, dentre as quais classificamos 45 como tarefas exploratórias, 5 como tarefas investigativas e 7 como tarefas de Resolução de Problemas ou tarefas de Modelagem Matemática. As tarefas classificadas como de Resolução de Problemas ou de Modelagem Matemática, constituíram-se no foco do trabalho de conclusão de curso e suas descrições podem ser encontradas nele. Nos Quadros 4 e 5, apresentamos um código para cada tarefa, a fim de situar o leitor na escrita da análise, seguido do título do artigo que as contém.

Quadro 4: Tarefas classificadas como de Resolução de Problemas

Código da tarefa	Tarefas de Resolução de Problemas
------------------	-----------------------------------

T1	Atividades Investigatórias no processo de ensino-aprendizagem do teorema de Tales em uma classe de 9º ano de uma escola pública
T2	Investigação Matemática via Resolução de Problemas numa turma de Estatística do curso de Licenciatura em Geografia
T3	Ações de investigação na aula de Matemática

Fonte: os autores.

Quadro 5: Tarefas classificadas como de Modelagem Matemática

Código da tarefa	Tarefas de Modelagem Matemática
T4	Atividades investigativas e argumentação: alunos do Ensino Médio interagindo numa aula chat de Matemática
T5	Mediação do professor em investigações estatísticas
T6	Experiência em sala de aula com Investigação Matemática: tratamento da informação
T7	O ensino de estatística por meio de uma atividade investigativa – o consumo excessivo de água

Fonte: os autores.

A tarefa T1 situa-se no contexto real e apresenta estrutura fechada, já que traz um questionamento ao qual os alunos deverão responder, ou seja, já está estabelecido que os alunos deverão apresentar uma estratégia para medir a altura de um poste, segundo algumas exigências. A tarefa, então, se trata de um problema.

Entretanto a tarefa é proposta aos alunos após a apresentação do método de resolução, o que a caracteriza como um exercício. É possível afirmar que não houve processos investigativos envolvidos no desenvolvimento da atividade, uma vez que os alunos apenas replicaram o método de resolução para um problema semelhante. A tarefa em si se trata de um problema, o qual possui uma questão bem definida a ser resolvida, ou seja, tem estrutura fechada, porém passa a ser um exercício à medida que o método de resolução é apresentado *a priori*. Caso os alunos não soubessem de antemão uma estratégia para resolver o problema proposto estaríamos diante de uma tarefa de Resolução de Problemas.

A tarefa T2 é composta por duas questões. A primeira apresenta seis itens que encaminham o trabalho do aluno, porém percebe-se que não é exploratória devido ao fato de seus itens serem estruturalmente fechados, ou seja, já determinam o que se deve fazer, conduzindo o aluno a respostas únicas, com exceção do primeiro e do último item, os quais permitem diferentes representações. Também não fica claro, no encaminhamento dos questionamentos, indicativos que levem os alunos a perceberem regularidades. A segunda questão é composta por quatro itens estruturalmente fechados, ou seja, há um questionamento bem definido que requer uma única resposta. Novamente não aparecem encaminhamentos que levem os alunos a perceberem alguma regularidade.

Assim as questões que constituem a tarefa T2 consistem em problemas que, através da visualização dos dados ou tabelas, podem ser respondidos. Há uma investigação guiada e as questões, em geral, são fechadas. Não podemos caracterizá-la como uma tarefa Resolução de Problemas, uma vez que esta pressupõe que os problemas sirvam para introduzir conceitos novos e, neste relato,

acontece o contrário, pois são trabalhados primeiramente os conceitos novos e depois propostos os problemas.

A tarefa T3 possui um questionamento fechado. Isto, por si só, não a caracteriza como uma tarefa de Investigação Matemática. A tarefa caracteriza-se como um problema, pois não apresenta, inicialmente, um método de resolução. Está situada no contexto semirreal, assemelhando-se à realidade dos alunos.

A tarefa T3 proporcionou aos alunos e a professora um trabalho cooperativo em busca da solução do problema, bem como promoveu o ensino e a aprendizagem de juros simples e compostos. O conteúdo foi abordado pela professora no momento em que os alunos não conseguiam mais avançar na resolução do problema.

Embora a tarefa seja classificada como de Investigação Matemática, ao nosso ver, ela se caracteriza como um problema, já que se tem um questionamento definido, portanto, é estruturalmente fechada e, a aula ocorreu em face do problema, a partir do qual foram introduzidos novos conceitos. Este equívoco de classificação foi percebido pela própria autora do trabalho que relata: “A própria atividade não é exatamente uma atividade de investigação, em que os estudantes podem propor conjecturas e argumentos diversos” (BONA, 2013, p. 13).

Na tarefa T4 não há questionamentos pré-definidos para os alunos responder, ou seja, trata-se de uma situação aberta. Além disso, o contexto, segundo o autor, trata-se de uma semirrealidade, porém muito próxima da realidade, já que a tarefa simula uma notícia para apresentar o tema aos alunos. Os questionamentos a serem respondidos são contextualizados e para respondê-los são necessários outros conhecimentos, além dos conhecimentos matemáticos, caracterizando-a como uma tarefa de Modelagem Matemática.

A tarefa T5 se insere no contexto real e é estruturalmente aberta, já que não determina exatamente o que seria necessário para determinar o perfil de um aluno, ou seja, os alunos escolhem quais informações são necessárias para atingir o objetivo proposto. As investigações que podem surgir, a partir dessa situação, não dependem exclusivamente de conhecimentos matemáticos, mas de outros, como por exemplo, comportamento, valores, etc., o que a caracteriza como uma tarefa de Modelagem Matemática.

A tarefa T6 é semelhante a tarefa T5. Apresenta-se estruturalmente aberta já que não determina exatamente as informações necessárias para solucioná-la. A tarefa se insere no contexto real, já que as investigações que podem surgir, a partir dessa situação, não dependem exclusivamente dos conhecimentos matemáticos, mas de outros, como por exemplo, comportamento, valores, educação, escola, relação professores e alunos, etc., o que a caracteriza como uma Modelagem Matemática.

A tarefa T7 é estruturalmente aberta, já que a partir do texto inicialmente proposto, os alunos levantaram questionamentos sobre o que lhes interessava e foram a procura de informações para respondê-los. Para responder a esses questionamentos, os alunos podem ter obtido um modelo, pois para a questão de “com que idade as pessoas mais consomem água?”, obtiveram uma fórmula para o cálculo do gasto de água de acordo com a atividade realizada e a idade da pessoa. Todas essas características: contexto real, pesquisas por dados adicionais, possível obtenção de um modelo e a discussão de temas extra matemáticos são características das tarefas e atividades de Modelagem Matemática.

Diante do exposto, na próxima seção, retomamos as questões norteadoras desta pesquisa e tecemos algumas considerações, no intuito de responder, ou pelo menos aclarar, as questões postas inicialmente, como objetivos do trabalho.

5. Algumas considerações

A presente pesquisa foi norteadora pelas seguintes questões: *as “confusões” entre as tarefas de Investigação Matemática e outros tipos de tarefas utilizadas para o ensino de Matemática estão presentes nos trabalhos sobre Investigação Matemática nas edições do XI e XII ENEM? Há especificidades que permitam distinguir uma tarefa de Investigação Matemática das tarefas de Modelagem Matemática? E das tarefas de Resolução de Problemas? E dos Exercícios?*

De modo geral, pudemos notar que a Investigação Matemática é mais comumente confundida com a Modelagem Matemática. Tal confusão pode estar relacionada à semelhança das características das tarefas de Investigação Matemática e de Modelagem Matemática. Ambos os tipos de tarefa têm estrutura aberta, dando autonomia para os alunos questionarem, pesquisarem e investigarem aspectos que, à eles, se mostram interessantes.

Entretanto esses tipos de tarefas diferem por seus contextos, enquanto as tarefas de Investigação Matemática têm contextos exclusivamente matemáticos, as tarefas de Modelagem Matemática se inserem em contextos reais. Geralmente as tarefas de Modelagem Matemática são compostas com notícias, vídeos e outros recursos que trazem à tona um tema não matemático para ser investigado, já as tarefas de Investigações Matemáticas apresentam situações que envolvem objetos puramente matemáticos.

Em razão do contexto das tarefas de Modelagem Matemática, nas atividades não só conceitos matemáticos são abordados, mas também muitos temas transversais, que permitem aos alunos discutir e refletir sobre a vida em sociedade, tornando-se sujeitos mais críticos e capazes de utilizar a matemática para interferir na realidade. As discussões extra matemáticas, proporcionadas pela Modelagem Matemática, auxiliam no objetivo da formação do cidadão. O produto final obtido nesse

tipo de atividade não é exclusivamente resultados matemáticos, como por exemplo, teoremas, propriedades ou regularidades, mas concomitantemente à estes, disparar reflexões sobre os temas extra matemáticos que estão envolvidos na tarefa.

Observamos que o fato de as tarefas de Resolução de Problemas e de Modelagem Matemática desencadear processos matemáticos, tais como, a coleta e organização de dados, a elaboração de estratégias, a argumentações e outros, podem ser confundidas com tarefas de Investigação Matemática, uma vez que ela também se vale dessas características.

Salientamos que a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e a Investigação Matemática têm aspectos próprios, que as caracterizam como tais, portanto, diferem em termos epistemológicos e pedagógicos, o que impõe certa vigilância ao desenvolver atividades de ensino pautadas em alguma dessas metodologias.

Observamos que as tarefas de Modelagem Matemática e de Resolução de Problemas também são confundidas com as tarefas de Investigação Matemática pelas atividades, ou seja, pelos processos característicos de uma investigação, em seu sentido genérico, que são comuns a esses três tipos de tarefas, fazendo com que as tarefas sejam denominadas, equivocadamente, de Investigações Matemáticas. Esta confusão pode estar relacionada à falta de clareza do conceito de Investigação Matemática na Educação Matemática (PONTE, 2003; WICHNOSKI, 2016).

Ao findar este trabalho, nos deparamos com outra interrogação que requer explicações e pode contribuir para a prática de ensino de matemática. Nos demos conta que, uma vez havendo diferenças nas tarefas matemáticas propostas em sala de aula, pode haver, também, diferenças nas atividades desencadeadas a partir delas, influenciando nos modos de aprender e ensinar. Em face disso, interrogamos: há especificidades que permitam distinguir a atividade desencadeada por tarefas de Investigação Matemática da atividade desencadeada por tarefas de Modelagem Matemática? E por tarefas de Resolução de Problemas? E por Exercícios? Esta interrogação se apresentam a nós, e a quem se interessar, como propulsoras de trabalhos futuros.

6. Referências

- ALMOULOU, Saddo Ag. Atividades para o ensino de Matemática na perspectiva da Didática da Matemática. In: EPREM – ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 10., 2009, Guarapuava. **Anais...** [S. l.]: SBEM, 2009. p. 992-1002.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2006.
- BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista – Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1990.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. A modelagem matemática e suas relações com o currículo. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM. **Anais...** Feira de Santana: UEFS – 1CD-ROM, 2005.

FOSS, Ana Maria. **Investigações matemáticas?** 2018. 56 f. TCC (Graduação) - Curso de Graduação em Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE, Cascavel, 2018.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Ufrgs, 2009. 120 p.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999. 206 p.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista (EMR)**. v.1, n. 13, p. 37- 45. 2012, RS.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008a.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PONTE, João Pedro da. Gestão Curricular em Matemática. In: **O professor e o Desenvolvimento Curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

_____. Investigações sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em educação**, 2, 93-169, 2003.

_____; OLIVEIRA, Hélia; CUNHA, Maria Helena; SEGURADO, Irene. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

PONTE, João Pedro da; BOAVIDA, Ana Maria; GRAÇA, M.; ABRANTES, Paulo. **Didática da Matemática: Ensino Secundário**. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário, 1997.

PRADO, Marlene Aparecida do; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O Ensino Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas. **Acta Scientiae**, v.12, n.1, p.24-42. jan./jun. 2010. Canoas, RS.

SANT'ANA, Alvinho Alves; SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Uma experiência com a elaboração de perguntas em Modelagem Matemática. In: VI CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Londrina: 2009.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**. n. 14, p. 66 – 91. Rio Claro: 2000.

WICHNOSKI, Paulo. **Uma Metacompreensão da Investigação Matemática nas Produções do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná – PDE**. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

WICHNOSKI, Paulo; FOSS, Ana Maria; BASSOI, Tânia Stella. Tarefas exploratórias e investigativas: uma análise dos trabalhos publicados no XI e XII Encontro Nacional De Educação Matemática. **Boletim Online de Educação Matemática**, [s.l.], v. 6, n. 12, p.145-162, 22 jan. 2019. Universidade do Estado de Santa Catarina. <http://dx.doi.org/10.5965/2357724x06122018145>.

Trabalhos analisados

AVI, Emanuelli Bandeira; NEHRING, Cátia Maria; AVI, Peterson Cleyton. Mediação do professor em investigações estatísticas. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 13. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.

BONA, Aline Silva de. Ações de investigação na aula de Matemática. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 16. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.

NASCIMENTO, Alessandra Cristina do; MERLI, Renato Francisco. O ensino de estatística por meio de uma atividade investigativa – o consumo excessivo de água. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 10. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.

SANTOS, Márcia Nunes dos; VIANA, Marger da Conceição Ventura. Atividades Investigatórias no processo de ensino-aprendizagem do teorema de Tales em uma classe de 9º ano de uma escola pública. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 15. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.

SILVA, Camila Garbelini da; CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de. Experiência em sala de aula com Investigação Matemática: tratamento da informação. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 9. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.

SILVA, Juliano Pereira da. Investigação Matemática via Resolução de Problemas numa turma de Estatística do curso de Licenciatura em Geografia. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 12., 2016, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2016. p. 1 - 11. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6088_2516_ID.pdf>. Acesso em: 04 maio 2018.

SILVA, Leonardo José da. Atividades investigativas e argumentação: alunos do Ensino Médio interagindo numa aula chat de Matemática. In: ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA., 11., 2013, Curitiba. **Anais...** [S. 1.]: SBEM, 2013. p. 1 - 16. Disponível em: <<http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/>>. Acesso em: 04 maio 2018.