

“El Corazón de la Matemática”¹ en la formación de futuros profesores de matemática

Fredy González² 

Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPE), Maracay, Aragua, Venezuela

Resumen

Una competencia propia de los profesores que enseñan matemáticas es su capacidad para resolver problemas; su relación con los problemas es doble. Por un lado, ellos deben ser buenos resolviendo problemas; y por el otro, también deben desarrollar su pericia para conseguir que sus alumnos aprendan a resolverlos. ¿Cómo se aprende a resolver problemas matemáticos? En este artículo se afirma que "a resolver problemas se aprende solamente resolviendo problemas", adquiriendo una conciencia vivencial de los detalles cognitivos, metacognitivos y afectivos vinculados con la actividad propia de los procesos de búsqueda de la solución a los problemas. Para verificar la afirmación anterior, se realizó una experiencia con estudiantes de un curso de licenciatura en Matemáticas (futuros profesores de Matemática) ofrecido por una universidad pública venezolana especializada en la formación de docentes. A estos estudiantes se les pidió encontrar la solución a problemas de Matemáticas y escribir relatos narrativos (protocolos; GONZÁLEZ, 2001) sobre todo lo que habían realizado para encontrar las soluciones. Después los estudiantes hicieron un análisis comparativo del trabajo realizado para resolver cada uno de los problemas. De ese modo lograron identificar las estrategias heurísticas usadas y construyeron su perfil personal individual como resolvidor de problemas matemáticos. Los resultados de esta experiencia fueron integrados en el libro titulado "Testigos del Corazón: historias de resolvidores de problemas matemáticos" que aún se encuentra inédito.

Palabras clave: Formación de Profesores; Resolución de Problemas; Metacognición.

“O Coração da Matemática” na formação dos futuros professores de matemática

Resumo

Uma competência própria dos professores que ensinam matemática é sua capacidade para resolver problemas; sua relação com os problemas é dupla. Por um lado, eles devem ser bons resolvendo problemas; e pelo outro, também devem desenvolver sua perícia para conseguir que seus alunos aprendam a resolve-los. Como é que se aprende a resolver problemas matemáticos? Neste artigo é afirmado que “a resolver problemas se aprende somente resolvendo problemas”, adquirindo uma consciência vivencial dos detalhes cognitivos, metacognitivos e afetivos vinculados com a atividade própria dos processos de busca da solução aos problemas. Para verificar a afirmação anterior, foi

Submetido em: 29/06/2019

Aceito em: 21/01/2020

Publicado em: 01/05/2020

¹ Título inspirado en el artículo intitulado *The Heart of Mathematics*, publicado por Paul R. Halmos, en *The American Mathematical Monthly*, Volumen 87, Número 7, Agosto–septiembre de 1980, páginas 519–524.

² Professor Visitante da Universidade Federal de Rio Grande do Norte, UFRN, Cadastrado no PPGED-UFRN, Pesquisador Convidado do GRECOM-UFRN Promotor do Grupo de Estudos sobre Narrativas de Professores em Formação -GENPROF-UFRN, Coordenador (Fundador) do Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM) e Coordenador (Fundador) do Centro de Investigações Educacionais Paradigma (CIEP) da Universidad Pedagógica Experimental Libertador,(UPEL, Maracay, Aragua, Venezuela.). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8079-3826>. E-mail: fredygonzalezde@gmail.com.

realizada uma experiência com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática (futuros professores de Matemática) oferecido por uma universidade pública venezuelana especializada na formação de docentes. A esses estudantes foi lhes pedido encontrar a solução a problemas de Matemática e escrevessem relatos narrativos (protocolos; GONZÁLEZ, 2001) sobre tudo o que eles tinham realizado para encontrar as soluções. Depois os estudantes fizeram uma análise comparativa do trabalho realizado para resolver cada um dos problemas. Desse modo conseguiram identificar as estratégias heurísticas usadas e construíram seu perfil pessoal individual como resolvidor de problemas matemáticos. Os resultados desta experiência foram integrados no livro intitulado “Testemunhas do Coração: histórias de resolvidores de problemas Matemáticos” que ainda se encontra inédito.

Palavras-chave: Formação de Professores; Resolução de Problemas; Metacognição.

“*The Mathematic’s Heart*” in the mathematic’s pre-services teachers education

Abstract

One's own competence of Mathematics Teachers is his ability to solve problems; their relationship to problems is twofold. On the one hand, they must be good at solving problems; and on the other, should also develop their expertise to get their students to learn how to solve them. How do you learn to solve mathematical problems? In this article it is stated that "solving problems is only learned by solving problems", acquiring an experiential awareness of the cognitive, metacognitive and affective details linked to the activity of the search for solutions to problems. In order to verify the previous affirmation, an experiment was realized with students of a course of degree in Mathematics (future teachers of Mathematics) offered by a Venezuelan public university specialized in the training of teachers. These students were asked to find a solution to math problems and to write narrative reports (protocols; GONZÁLEZ, 2001) about everything they had done to find solutions. Then the students made a comparative analysis of the work done to solve each of the problems. In this way they were able to identify the heuristic strategies used and built their individual personal profile as a solver of mathematical problems. The results of this experience have been integrated in the book "Witnesses of the Heart: Stories of Resolvers of Mathematical Problems" that is still unpublished.

Keywords: Mathematics Teachers Education, Solving Problems, Metacognition.

1. Introdução

En este artículo se reporta una experiencia de formación inicial de futuros profesores de Matemática consistente en la implementación de la estrategia de Aprendizaje Basado en Proyectos. Se asumió la idea de desarrollar un proyecto colectivo, con significado individual, consistente en la producción de un libro sobre resolución de problemas matemáticos cuyos capítulos estarían a cargo de los estudiantes participantes incorporados a un curso sobre Resolución de problemas desarrollado en una universidad pública venezolana dedicada a la formación de profesores de Matemática y de otras disciplinas.

Algunas de los elementos constitutivos del Repertorio de Coordenadas Teórico-Conceptuales de Referencia (GONZÁLEZ, 2017) del estudio fueron: a) importancia de los problemas en la constitución de la Matemática como disciplina; b) la capacidad para resolver problemas como competencia fundamental de quienes trabajan con Matemática (creadores, usuarios, profesores que

la enseñan); c) procesos de pensamiento (cognitivos y metacognitivos) y afectivos (emociones) que se activan durante el proceso de resolución de problemas; d) la resolución de problemas en los procesos de formación inicial de profesores que enseñan matemática.

Metodológicamente, puede asumirse que el estudio posee una dimensión documental (expresada en la revisión de la literatura) y una dimensión empírica (manifiesta en el trabajo de campo realizado con un grupo de quince estudiantes para profesor de matemática matriculados en una universidad pública venezolana dedicada a la formación docente).

Entre los aportes del trabajo se destacan: a) un corpus constituido por aproximadamente 150 protocolos sobre resolución de problemas escritos por los estudiantes que colaboraron en el estudio, y que pueden ser utilizados en estudios posteriores; b) un libro sobre resolución de problemas matemáticos que tiene carácter colectivo dado que sus diferentes capítulos fueron elaborados por los estudiantes que participaron del estudio.

El trabajo permite reafirmar la importancia y necesidad de incluir en el currículo de formación inicial de profesores de Matemática, la resolución de problemas como una competencias fundamental e indispensable.

2. Revisão de Literatura

2.1. Los problemas como “corazón” de la Matemática

De los problemas se ha dicho que constituyen el corazón de la matemática (PAUL HALMOS, 1980). A lo largo de su ya dilatada historia, en la Matemática los problemas han ejercido una fascinante atracción, tal es el caso del denominado “*Último Teorema de Pierre Fermat*” (1601 – 1665) del cual pueden leerse algunos de sus antecedentes históricos en (KILLT, 1999) y cuya demostración se atribuye a Andrew Wiles (STADLER, 2018).

Varias son las ramas de la Matemática cuya génesis es ubicable en los esfuerzos llevados a cabo, a veces por varias generaciones sucesivas de matemáticos, tratando de resolver algún problema; célebres son, entre otros muchos, el de los Puentes de Köninsberg³ (Figura 1) el cual dio origen a la Teoría de Grafos y a la Topología;

³El Problema de los Puentes de Köninsberg. En la ciudad de Köninsberg hay una isla rodeada por dos brazos de un río. Hay siete puentes que lo cruzan. ¿Puede una persona realizar un paseo de modo que cruce cada uno de los puentes una sola vez? La solución de este problema se le atribuye a Leonhard Euler

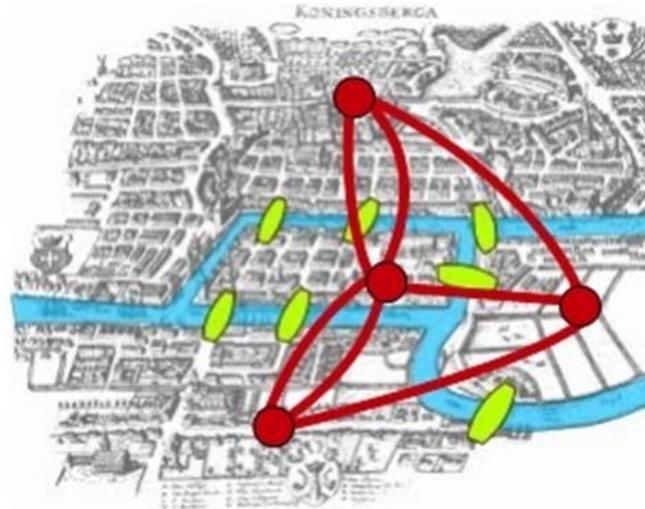


Figura 1 - El “Problema de los Puentes de Koningsber, resuelto por Euler, dio origen a la Teoría de Grafos.
 Fuente: <https://redes-sociales-en-la-educacion50.webnode.es/news/teoria-de-grafos-puentes-de-konigsberg/>

Otro de los problemas considerados clásicos es el del 5° Postulado de Euclides, que sirvió de base a la creación de las Geometrías No Euclidianas, como la de Nikolai Ivanovich LOBACHEVSKY⁴.

También es importante resaltar que el destacado matemático David Hilbert (1862 – 1943), para celebrar el advenimiento del Siglo XX y proyectar el desarrollo prospectivo de la Matemática durante ese siglo, formuló su célebre listado de problemas durante la realización en París del Congreso Internacional de Matemáticos de 1900 (Figura 2). Dichos problemas propiciaron el desarrollo de la Matemática hasta bien adentrada la vigésima centuria; aún varios de los 23 problemas que aparecen en la lista de Hilbert⁵ permanecen rebeldes a los denodados esfuerzos que matemáticos de varios países hacen para encontrar su solución.

En el Congreso Internacional de Matemáticas realizado en 1900 en París, Hilbert pronunció una de las ponencias centrales, en la cual presentó una lista de problemas abiertos a los cuales los matemáticos deberían prestar gran atención en el siglo que estaba por iniciarse. Desde ese momento la lista se convirtió en un verdadero objeto de culto: a lo largo de los años, innumerables matemáticos dedicaron sus esfuerzos a resolverlos, y quienes tuvieron éxito en la empresa se cubrieron de gloria profesional (CORRY, 1998; 119)

⁴ Antes de Lobachesvski, los matemáticos intentaban deducir el quinto postulado de Euclides a partir de los otros axiomas; sin embargo, Lobachevsky se dedicó a desarrollar una geometría en la cual el quinto postulado puede no ser cierto o, mejor dicho, no ser válido. Para esto, entre otras cuestiones propuso un sistema geométrico basado en la hipótesis del ángulo agudo, según la cual, en un plano, por un punto fijo pasan al menos 2 paralelas a una recta -en realidad tal solución da noción de la existencia de triángulos curvos (http://es.wikipedia.org/wiki/Nikol%C3%A1i_Lobachevski)

⁵ La lista de problemas enunciados por Hilbert (*Hilbert's Mathematical Problems*) puede ser leída en <https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/hilbert/toc.html>

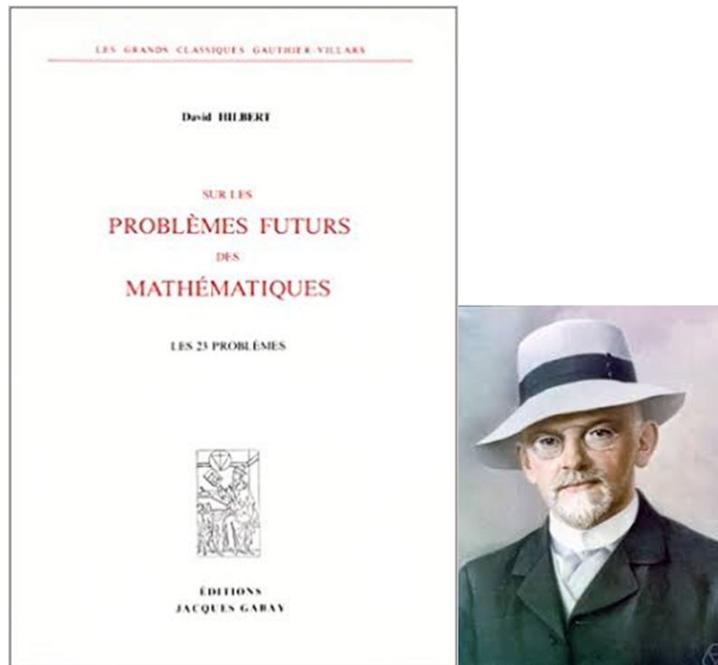


Figura 2 - Capa Actas del Segundo Congreso Internacional de Matemáticas, celebrada en París del 6 al 12 de agosto de 1900 París, Gauthier-Villars. 1902

Fuente: <https://www.gabay-editeur.com/HILBERT-Sur-les-problemes-futurs-des-mathematiques-Les-23-Problemes-1902>

2.2. La resolución de problemas como competencia fundamental de quienes crean, aplican y enseñan matemática

Es así como la habilidad, capacidad, competencia, destreza, para resolver problemas se asume como uno de los rasgos más característicos de quienes trabajan profesionalmente con la Matemática, sean los encargados de crearla (matemáticos profesionales), aplicarla (ingenieros, químicos, físicos, biólogos, administradores, economistas, entre muchos otros profesionales que hacen uso de ella en sus respectivos campos de actuación), o enseñarla (profesores que enseñan a Matemática Escolar, educadores matemáticos); en relación con el papel que desempeña la resolución de problemas en la formación de los profesores que enseñan Matemática, véase HERNÁNDEZ (2007).

En cuanto a los educadores matemáticos, es decir, quienes profesionalmente se dedican a gestionar los fenómenos didácticos que tienen lugar durante la realización de *Encuentros Edumáticos* (GONZÁLEZ, 2000; MARTÍNEZ, 2003, 2008b), o sea, situaciones sociales donde la matemática entra en juego en procesos de Enseñanza y Aprendizaje de esta disciplina, la relación con los problemas es dual; en efecto, por una parte ellos mismos han de ser buenos resolutores de problemas; y, por la otra, han de desarrollar pericia suficiente como para lograr que otros (sus respectivos estudiantes) aprendan a resolverlos (GONZÁLEZ, 2010).

Surge entonces la siguiente interrogante ¿Cómo se aprende a resolver problemas matemáticos? Esta cuestión ha dado lugar a una multitud de respuestas y a un monto de literatura,

igualmente elevado. Entre los libros que más atractivo han tenido en relación con la resolución de problemas matemáticos, destaca el de George Polya intitulado *How to Solve it*.

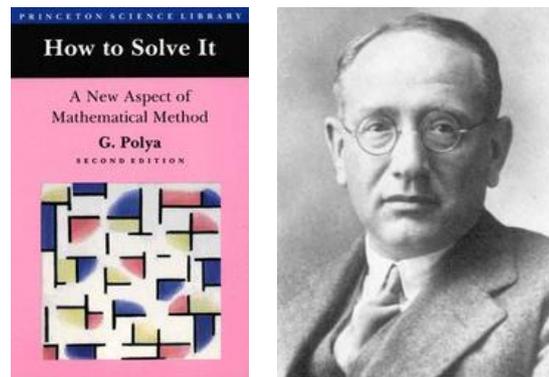


Figura 3 - *How to solve it*, publicado por George Polya (Princeton University Press) en 1945, es uno de los libros más influyentes que se hayan escrito sobre la resolución de problemas matemáticos.

Fuente: <https://www.goodreads.com/work/editions/185862-how-to-solve-it-a-new-aspect-of-mathematical-method-princeton-science>

El mencionado libro de Polya, constituye una sistematización de las experiencias y vivencias personales de su autor como resolutor de problemas, las cuales puso a disposición de sus discípulos. Con el tiempo y a lo largo de múltiples reimpressiones y reediciones, el trabajo de Polya fue descontextualizado y convertido en una especie de “recetario”, lo cual resulta a todas luces, inadecuado.

2.3. Emoción y Metacognición en la resolución de problemas

Los trabajos de Polya y de otros pioneros han sido continuado por Alan Schoenfeld (1992), quien amplió el modelo polyano inicial resaltando la importancia de la dimensión metacognitiva del resolutor. De acuerdo con Schoenfeld (Figura 4), la competencia para resolver problemas requiere no sólo de los conocimientos matemáticos y de las estrategias heurísticas que han de ponerse en juego durante el proceso resolutor (como así lo considera Polya) sino que, además, se han de tener en cuenta aspectos de naturaleza afectiva y metacognitiva, propios de la personalidad del resolutor.

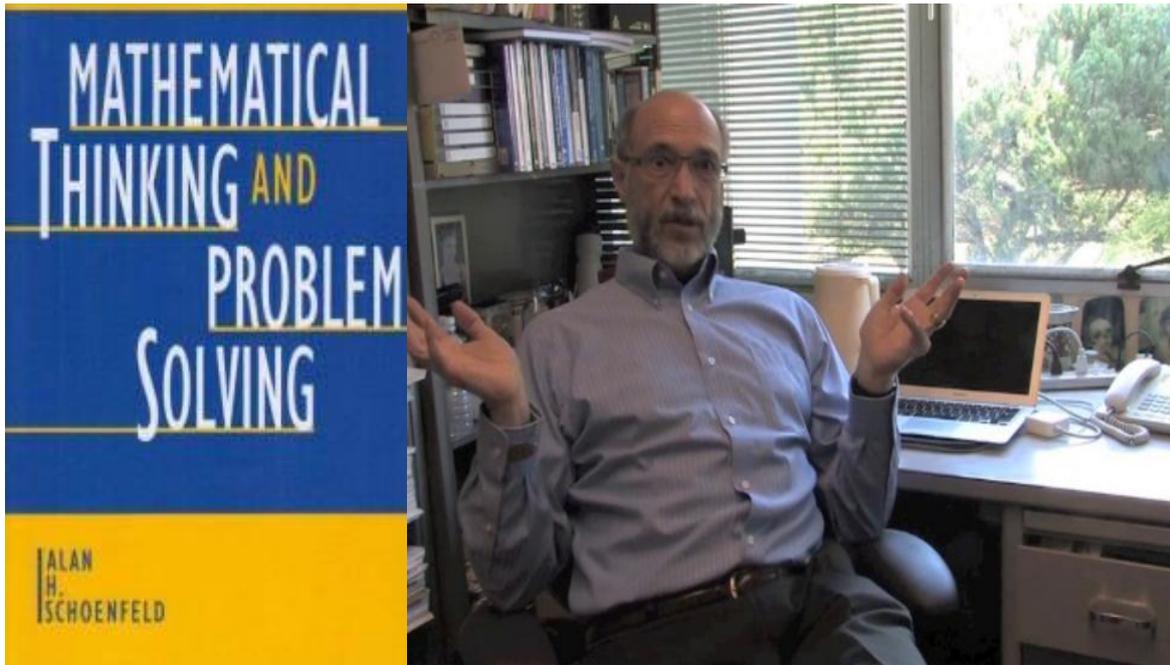


Figura 4 - Alan Schoenfeld, Universidad de Berkeley (USA) es uno de los más importantes estudiosos contemporáneos de la Resolución de Problemas en Matemática
Fuente: Creación Propia.

Entre los asuntos afectivos se ubican cuestiones relativas a creencias, actitudes y concepciones que el resolutor tiene acerca de: la Matemática y lo que implica el dominio de ésta; los problemas y las exigencias del proceso resolutor; las vivencias con las cuales asocia las experiencias personales que haya tenido con la Matemática a lo largo de su trayectoria escolar previa al instante en que se ve en la necesidad de procurar la solución de algún problema en particular (MARTÍNEZ PADRÓN, 2007; MARTÍNEZ PADRÓN, GONZÁLEZ, 2005, 2007a, 2010, 2007b; MARTÍNEZ PADRÓN, VILLEGAS, GONZÁLEZ, 2007).

Las cuestiones de carácter metacognitivo señaladas por SCHOENFELD (1992) remiten al carácter de Tarea Intelectualmente Exigente (GONZÁLEZ, 1998a) que tiene la procura de la solución de algún problema; en efecto, la resolución de un problema matemático exige la activación de procesos de pensamiento tanto de los niveles bajo e intermedio, como de los de orden superior (HIDALGO, GONZÁLEZ, 2009); es entre estos últimos donde se ubican los procesos metacognitivos, los cuales se relacionan con el monitoreo, regulación, supervisión y control que el resolutor ejercita sobre su propia actividad cognitiva resolutoria. En la Figura 5 se muestran de modo integrado las dimensiones del proceso de resolución de problemas matemáticos formulados en los Modelos de Polya y de Schoenfeld.

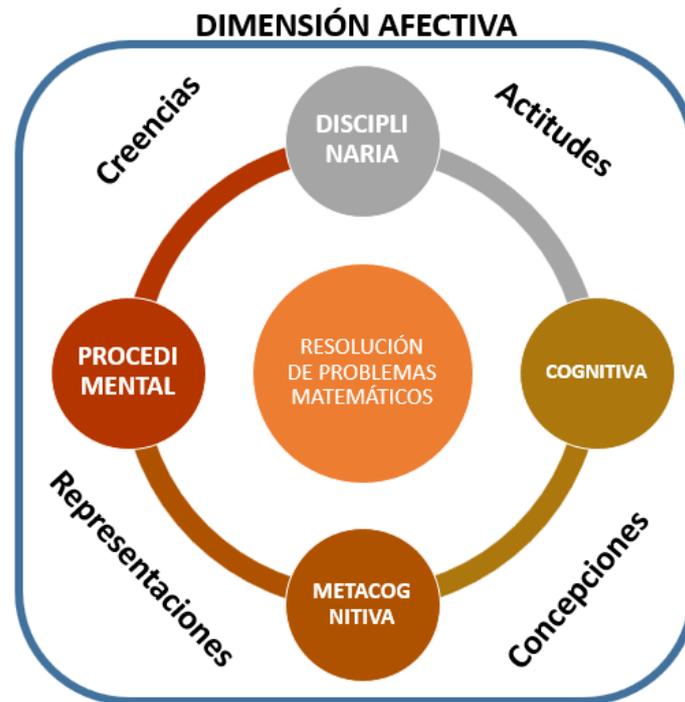


Figura 5 - Dimensiones del Proceso de Resolución de Problemas Matemáticos
Fuente: Creación Propia.

En la Figura 5 se muestra que la búsqueda de solución a un problema matemático requiere de conocimientos relativos a los conceptos y procesos asociados con los objetos matemáticos participantes (o “*emergentes*”, como dicen FONT, GODINO, GALLARDO, 2013) de la actividad resolutoria (esta es la Dimensión Disciplinaria); disposición de un repertorio de estrategias generales susceptibles de ser utilizadas en el abordaje de variadas situaciones problemáticas (Dimensión Procedimental); habilidades de pensamiento, es decir, posibilidades de hacer inferencias, formular conjeturas, construir deducciones, elaborar síntesis y análisis, efectuar comparaciones, identificar analogías, recordar, reconocer semejanzas, establecer diferencias, hacer generalizaciones, reconocer patrones (Dimensión Cognitiva); capacidad para darse cuenta de la actividad cognitiva propia, desplegada tanto durante ejecución misma del proceso de procura de la solución del problema, como antes y después, es decir, posibilidad de dar respuesta a las siguientes interrogantes relativas al proceso de resolución: antes (¿qué puedo hacer? ¿Qué debo hacer? ¿Cómo puedo hacerlo? ¿cómo lo haré?); durante (¿qué estoy haciendo? ¿Cómo lo estoy haciendo? ¿Cómo me estoy sintiendo?), después (¿qué hice? ¿Cómo lo hice? ¿De qué otra forma podría hacerlo? (Dimensión Metacognitiva).

Hay quienes afirman que el nivel de actividad metacognitiva es lo que establece la diferencia entre un buen resolutor de problemas matemáticos y alguien que no lo es (DOMÉNECH, 2004). No obstante, resolver un problema matemático es un asunto que involucra, no sólo conocimiento (Dimensión Disciplinar), pensamiento (Dimensiones Cognitiva y Metacognitiva) sino que además

moviliza emociones, actitudes y creencias (GÓMEZ CHACÓN, 2000, 2002, 2003; MARTÍNEZ PADRÓN, 2008a)

En efecto, en el esfuerzo por resolver un problema de Matemática entran en juego un conjunto de Dicotomías Actitudinales (GONZÁLEZ, MARTÍNEZ, 2010 - ver Figura 6) de signo dialécticamente opuesto y que matizan todo el proceso resolutor. En ocasiones, una inadecuada gestión de dichas anomalías por parte del resolutor, le impide alcanzar la solución del problema; existen al menos dos situaciones de manejo inadecuado de la relación de las dimensiones cognitiva y afectiva en el proceso de resolución de problemas matemáticos; se trata de la “*Cognición Nublada*” (Moraima Torres, comunicación personal) y del “*Secuestro Cognitivo*” (Oswaldo Martínez y Fredy González, conversación informal); en ambos casos, se trata de estados emocionales que bloquean u obstaculizan el funcionamiento cognitivo del resolutor quien puede ser “presa de los nervios” y, por tanto, no razonar adecuadamente; es como si la mente se “quedase en blanco”: no se recuerda la materia estudiada con antelación; el pánico, el desaliento, el desánimo, el derrotismo o la sensación de que “nada puede hacerse”, se apoderan del resolutor.



Figura 6 - Dicotomías Actitudinales en el proceso de resolución de problemas matemáticos.
Fuente: GONZÁLEZ, MARTINEZ (2010).

Como puede inferirse, la Dimensión Afectiva es muy importante en la resolución de problemas; uno de los aspectos del resolutor que se ubica en esta dimensión es el Autoconcepto Matemático (BÁEZ HENRÍQUEZ, 2009), éste tiene que ver con la percepción que el resolutor tiene de si mismo en relación con la Matemática y todo lo que con ésta se vincula; este aspecto de la personalidad del resolutor se construye con base en las experiencias y vivencias personales que él

haya tenido con la Matemática. Si han sido placenteras, agradables, lúdicas y, además exitosas, es probable que su Autoconcepto Matemático (BÁEZ, 2009) sea positivo; es decir, que se sienta con competencia suficiente para abordar situaciones en las que ha de poner en juego conocimientos matemáticos, y que tales situaciones no le intimiden, sino que le atraigan y entusiasmen; en caso contrario, se estaría en presencia de un Autoconcepto Matemático de sentido negativo; quien esté en esta situación, difícilmente abordará de buena gana problemas matemáticos; éstos constituirán en estímulos aversivos y, cuando menos, generarán comportamientos de evitación (PÉREZ-ACOSTA; PÉREZ GONZÁLEZ, 1998) con lo cual se protegen de las situaciones estresantes o emocionalmente perturbadoras en las que se vería inmerso en caso de que tuviera que hacer frente a tales problemas.

Hasta aquí han sido expuestos los siguientes asuntos: (a) papel desempeñado por los problemas en la constitución de la Matemática como campo científico; (b) la habilidad para resolver problemas como competencia profesional de todo trabajador de la Matemática; (c) modelos propuestos para interpretar el proceso de resolución de problemas; (d) dimensiones del resolutor implicadas en el proceso de búsqueda de solución a un problema; (e) Autoconcepto Matemático y su implicación en el afrontamiento de un problema de Matemática; todo esto se sintetiza en la Figura 7.

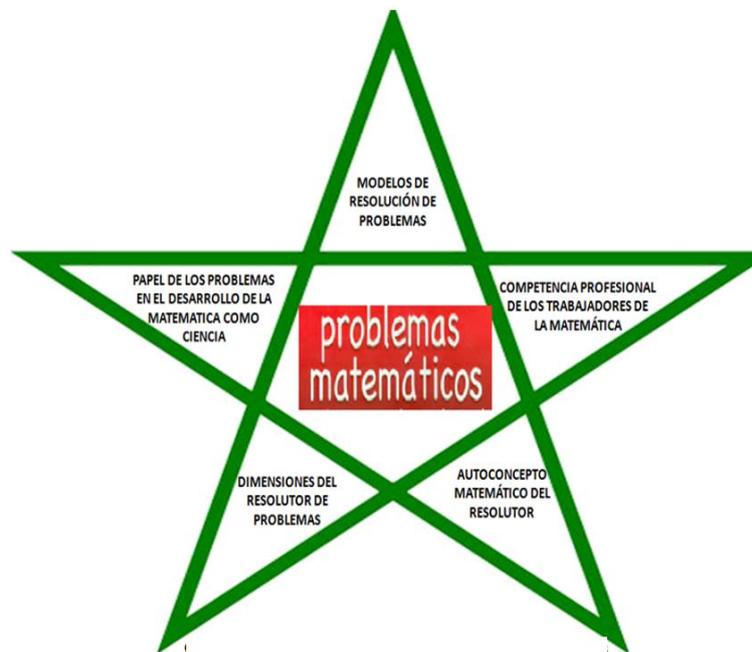


Figura 7 - Cinco aspectos relativos a la resolución de problemas matemáticos

Fuente: Creación Propia.

2.4. La resolución de problemas en la formación de profesores que enseñan matemática

Con base en lo anteriormente dicho, resulta plausible concluir que quienes aspiran a dedicarse profesionalmente a gestionar procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, deben poseer

habilidad, destreza, capacidad y competencia, para resolver problemas; el asunto crucial que persiste aquí es ¿cómo desarrollar la competencia para resolver problemas? La posición asumida por quien esto escribe es una según la cual *a resolver problemas se aprende resolviendo problemas*.

Sin embargo, no se trata de una práctica ciega, sino iluminada, consciente, informada. ¿Qué quiere decir esto? Para aclararlo se hará uso de una situación análoga: si realizamos una tarea (por ejemplo, prepara una ensalada), sin darnos cuenta de cómo la hemos realizado, es decir, sin prestar atención consciente a los procedimientos que hemos puesto en juego para realizarla, probablemente la próxima vez que tengamos que realizar esa misma tarea, lucirá como una cuestión inédita, algo que se realiza por vez primera, como si no se hubiese hecho nunca antes. Para que esta situación no ocurra, es preciso que cuando se esté llevando a cabo alguna actividad, concurrentemente con su realización, se ha de estar consciente de las acciones (tanto las ostensibles como las no ostensibles) que se ponen en juego en la ejecución de la tarea; a este nivel de conciencia es a lo que se denomina metacognición (GONZÁLEZ, 1996).

Teniendo como referencia lo aquí expuesto, se puede decir entonces que: a resolver problemas se aprende resolviendo problemas conscientemente, es decir, dándose cuenta de los procesos cognitivos, procedimientos, y conocimientos disciplinares que son puestos en juego a lo largo de toda la trayectoria descrita por el proceso resolutor.

Así que el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos implica, por una parte, la actividad resolutoria misma; y, por la otra, una toma de conciencia de todos sus pormenores, tanto de los de naturaleza cognitiva como de los de índole actuativa y afectiva, predominando entre esto últimos los referidos a las emociones, cuya amplitud, variedad y trascendencia han dado lugar a un importante ámbito de indagación que ha sido designado como *Matemática Emocional* (GÓMEZ CHACÓN, 2000).

Se tiene entonces que son cuatro las dimensiones del resolutor que éste activa cuando pretende resolver un problema matemático, las mismas son: Emocional, Cognitiva, Metacognitiva y, por supuesto, Disciplinaria (Ver Figura 8).



Figura 8 - Dimensiones que el resolutor pone en juego cuando resuelve un problema matemático.
Fuente: Creación Propia.

Una situación emocional frecuente, sobre todo en estudiantes de educación secundaria o de los primeros niveles de la educación universitaria, es el síndrome “no sé cómo entrarle” (GONZÁLEZ, 2002); este es un momento inicial de perplejidad durante el cual el resolutor “no encuentra qué hacer” ni “por dónde empezar” el proceso de búsqueda de la solución.

Para superar la parálisis inicial antes aludida, resulta conveniente disponer de algunas “opciones de arranque”; entre éstas se pueden mencionar las siguientes: *particularización* (considerar un caso particular de la cuestión general que el problema plantea); y la *representación gráfica* (diseñar algún ideograma que permita visualizar relaciones entre las variables implicadas en el problema).

Otra de las opciones viables para la superación de los bloqueos emocionales es cambiar de actividad, es decir, suspender momentáneamente la actividad resolutoria y dedicarse a otra cosa: “salir a regar las matas”, ejecutar algún instrumento musical, o simplemente ir a caminar; estas acciones ameritan la activación de zonas cerebrales diferentes de aquellas que se requieren para resolver el problema, las cuales al verse liberadas de presión comienzan a funcionar más fluidamente y, por tanto, hacen más viable el encuentro de la solución del problema que se está abordando; esto es así porque luego de un esfuerzo cognitivo intenso, las áreas correspondientes del cerebro siguen activas, esto es lo que se conoce como el fenómeno de “plancha caliente” (GONZÁLEZ, 1998b), el cerebro sigue por un rato ocupado en aquello en lo que tenía puesta toda su atención; este momento es crucial y, si se tiene un nivel suficiente de conciencia metacognitiva, es posible percibir alguna pista que

antes, durante el esfuerzo anterior, no haya sido percibida. Una vez restablecido el equilibrio entre emoción y cognición, se puede reanudar el trabajo resolutor.

Otro aspecto que tiene que ver con el dominio afectivo está relacionado con las creencias, percepciones y representaciones que se tienen acerca de los problemas matemáticos y su presencia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en contextos escolares; algunas de estas visiones son las siguientes: (a) todo problema matemático tiene solución matemática; (b) para resolver un problema matemático es imprescindible plantear ecuaciones; (c) para llegar a la solución del problema es absolutamente necesario transitar lógica y deductivamente de las condiciones dadas a los resultados esperados; (d) si el profesor plantea un problema, es porque él sabe resolverlo; (e) el proceso de resolver un problema matemático habitualmente es complicado; (f) para poder resolver un problema de Matemática, es suficiente poseer conocimientos asociados con los objetos matemáticos implicados en el problema; (g) lo más importante de un problema es su solución.

Lo dicho anteriormente alude a las ya mencionadas dimensiones que se activan en quien resuelve el problema; la información relativa a lo que pasa a una persona cuando intenta resolver un problema de Matemática en un contexto escolar forma parte del conocimiento didáctico de quienes se dedican profesionalmente a la enseñanza de la Matemática, es decir, los profesores de Matemática (GODINO, 2009); pero ¿Qué puede hacerse para que estos profesionales se apropien de tal información? La respuesta a esta interrogante amerita de ciertas consideraciones previas.

Primeramente, se ha de tener en cuenta el momento de la formación en el cual se encuentre, permanente o inicial, que respectivamente se refieren a quienes ya han obtenido su grado académico de profesor (o licenciado) y a quienes se están preparando para serlo, es decir, a quienes son Estudiantes para Profesor de Matemática (EPPM) o son Futuros Profesores de Matemática (FPM).

Una de las premisas que se asumen en relación con la formación de un profesor es que éste tiende a enseñar en modo análogo a como él fue enseñado; por tanto, durante su formación inicial han de crearse situaciones sociales de aprendizaje que les permitan tener experiencias y vivencias semejantes a aquellas en las que ellos deben colocar a quienes serán sus estudiantes en el futuro.

Lo anterior sirve de base para el siguiente planteamiento: si se quiere que los profesores que enseñan Matemática hagan uso de los problemas en sus clases, entonces ellos mismos, durante su proceso de formación inicial, han de participar, consciente y vivencialmente, en experiencia de resolución de problemas a los fines de que se hagan conscientes de los pormenores asociados con tales experiencias, particularmente aquellas que se corresponden con las dimensiones cognitiva y metacognitiva del resolutor. Fue con esta intención que se llevó a cabo el estudio del cual se origina el presente artículo.

3. Metodologia

En este estudio participaron quince estudiantes para profesor de Matemática inscritos en la Asignatura Obligatoria intitulada “Educación Matemática”, incluida en el Plan de Estudios de la especialidad de Matemática ofrecida en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Núcleo Maracay (UPEL Maracay). La carga horaria fue de cuatro horas semanales, desarrolladas todas seguidas en un mismo día de clase; la duración total del curso fue de 16 semanas.

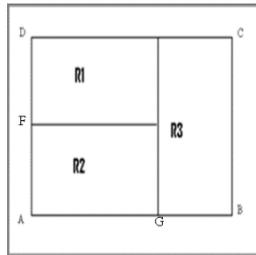
La estrategia didáctica puesta en juego fue “Aprendizaje Basado en Proyectos” concebido como

una metodología que se desarrolla de manera colaborativa que enfrenta a los estudiantes a situaciones que los lleven a plantear propuestas ante determinada problemática. Entendemos por proyecto el conjunto de actividades articuladas entre sí, *con el fin de generar productos, servicios o comprensiones* capaces de resolver problemas, o satisfacer necesidades e inquietudes, considerando los recursos y el tiempo asignado. (COBO GONZALES; VALDIVIA CAÑOTTE, 2017, p. 5) (cursivas añadidas)

El producto a cuya realización fueron invitados los estudiantes fue la producción de un libro dedicado a la Resolución de Problemas de Matemática, el cual fue asumido como un proyecto colectivo con significado individual. Es decir, se trataba de un único libro en el cual cada estudiante era responsable solamente del capítulo que sería de su autoría; por tanto, se trataba de un libro que estaría compuesto de quince capítulos, uno por cada estudiante participante del curso.

Para la producción de su respectivo capítulo, a cada uno los estudiantes se les indicó que intentaran resolver al menos diez problemas de Matemática y que elaboraran sendos relatos en los que describieran por escrito qué habían hecho para tratar de encontrar las correspondientes soluciones. Estos relatos tuvieron las características propias de los denominados Protocolos Escritos de la Resolución de Problemas (GONZÁLEZ, 2001).

En cada una de las clases el facilitador del curso (quien esto escribe) entregaba una lista con el enunciado de varios problemas (para evitar el conocimiento previo de los problemas, los enunciados presentados en cada clase eran diferentes de los presentados en todas las clases anteriores). Cada estudiante, de manera voluntaria y libre escogía los problemas que deseaba resolver; con esto se pretendía ayudarles a tomar consciencia de su tendencia; es decir, del área matemática que le resultaba más atractiva: geometría, aritmética, álgebra, cálculo. A continuación, se incluye el enunciado de algunos de los problemas propuestos.



a.

En la figura se asume que R1, R2 y R3 son rectángulos congruentes. ¿Cuánto mide AB, si $BC=2m$?

b.

¿En cuántos ceros termina el factorial de 1000?

c.

Sea ABCABC un múltiplo de un número $n \in \mathbb{Z}$ ¿cuánto vale n?

d.

Una hoja de papel de forma rectangular tiene un perímetro igual a 56cm, se corta a lo largo en tres tiras y cada tira se divide en cuatro partes resultando doce cuadrados iguales. ¿Cuántos cm mide la longitud de la hoja?

En algunos casos fueron considerados problemas de álgebra recreativa como el siguiente:

El Nombre de la Novia. Justo ha decidido casarse, los amigos le preguntan: como se llama tu novia. Justo les da unas claves para que averigüen, él les dice lo siguiente:

Hay una correspondencia entre letras y números.

A=13, B=1, C= 28, Ch=8, D=22, E=14, F=9, G=23, H=2, I= 16, J=10, K= 19, L=6, LL=29, M=3, N=25, Ñ=11, O= 5, P= 18, Q= 26, R=12, S=4, T= 7, U=21, V=15, W=24, X= 20, Y=17, Z= 27.

Las pistas son:

1.-El producto de las letras de la novia es igual al producto de las letras del nombre mío (Justo) y nuestros nombres tienen el mismo número de letras.

2.-El nombre de la novia no tiene ninguna letra en común con la del novio, además no contiene la letra número 3.

3.- Las consonantes del nombre de la novia están en orden alfabético.

¿Cómo se llama la novia?

Posteriormente, se les solicitó que elaboraran un análisis comparativo del esfuerzo realizado para resolver cada problema a fin de que identificaran las herramientas heurísticas utilizadas, y así pudieran aproximar una respuesta a su perfil personal como resolutor de problemas matemáticos.

Esta tarea implicó que cada estudiante adquiriera un compromiso individual significativo: escribir su correspondiente capítulo en el libro; ello hizo posible que se mantuvieran en el curso desde el principio hasta el final, cuestión que en la institución mencionada no es habitual, causando así la denominada “deserción endógena” (abandonar las asignaturas, pero permanecer en la universidad).

4. Resultados

Entre los resultados obtenidos mediante el desarrollo de esta experiencia se destacan los siguientes:

- Un corpus de análisis* que permite el examen de las estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos (Marino; Rodríguez, 2009) puestas en acción por estudiantes para profesor de Matemática. Este corpus está constituido por los protocolos de resolución escritos por los estudiantes participantes del curso.

A continuación, un extracto del protocolo elaborado por LAEVE⁶ en su esfuerzo por resolver el problema intitulado *El Nombre de la Novia*.

A las 6:45 PM me puse a trabajar con este problema; lo primero que hice fue leerlo y volverlo a leer, tratando de descifrar cada oración, tratando de encontrar algo que me permitiera saber por dónde empezar; y es aquí donde se me presenta un problema dentro de otro problema, es decir no sabía por dónde abordar el problema, y me planteé la idea de buscar los divisores del producto que me daba el nombre de Justo, o sea 29400; después traté mediante tanteo, conseguir o permutar algunos nombres, pero ya son las 8:17 PM, decido dejarlo para mañana, tal vez lo conseguiría, hoy ya estaba muy cansada.

Hoy miércoles cumplí todas las actividades académicas que me correspondían; sin embargo, el problema seguía dándome vuelta y vuelta; al salir de clases me dirigí hacia el comedor pensando en las posibles formas que podía resolverlo. Llegué a mi casa alrededor de las tres y media, y después de descansar retomo nuevamente el ejercicio, y me encontraba al igual que el día anterior leyendo el enunciado a ver qué podía hacer; a las 5:37 PM, el profesor Fredy me manda un mensaje de texto preguntándome cómo me estaba yendo con el problema; mensaje que decidí responder: ¡me estoy cayendo a coscorrónes con el problema!, le dije que yo era muy analítica, y lo primero que hacía ante un problema era desglosar y analizar línea por línea.

Pasado un rato me di cuenta de que lo estaba viendo desde un punto matemático muy abstracto, y no desde la realidad, ya que por mi cabeza pasaban cualquier cantidad de posibles maneras de resolverlo, como por ejemplo: matrices, sistemas de ecuaciones, etc; y por esa razón comencé por lo más sencillo, que era el tanteo, y así buscar las posibles soluciones que me llevaran a conseguir el nombre y me dije: Bueno los datos que me aporta el problema son que el producto del nombre de la novia era el mismo que el del nombre del novio y que las cinco letras, están ordenadas alfabéticamente, y recordaba en ese momento las palabras que siempre nos decía y nos ponía en los exámenes la profesora Martha Iglesias: *Lea, Piense, y después Escriba*.

Cada estudiante escribió un promedio de diez protocolos, de tal manera que se dispone de aproximadamente 150 de ellos, lo cual constituye una valiosa fuente de información para la realización de estudios análogos a los realizados por González (2001) y Marino; Rodríguez (2009).

b. *Perfil individual*, como resolutor de problemas, de cada uno de los quince futuros profesores de Matemática, participantes en el estudio.

En la elaboración de su respectivo perfil cada participante tuvo que llevar a cabo procesos metacognitivos (González, 1998b) que les permitieran hacerse consciente de:

i) el área de la matemática que más le atrae;

ii) el tipo de problemas que le gusta resolver;

iii) las estrategias de resolución que ponen en juego (MARINO; RODRÍGUEZ, 2009). Un ejemplo de ello lo aporta LA FLAUTISTA quien expresa que entre las estrategias de resolución que ella utiliza están:

a. *Análisis*: Estrategia importante, antes que nada, ya que me encargo principalmente de leer y escribir detenida y detalladamente el enunciado del ejercicio, logrando así obtener los datos para triunfar en la solución del problema.

⁶ Nombre ficticio para preservar la identidad de la autora.

- b. *Gráficas*: Segunda estrategia esencial para mí, ya que con esto busco dibujar los datos que me brinda el enunciado del ejercicio, con el fin de ilustrar y facilitar la visualización de datos del mismo.
- c. *Visualización*: Permite esclarecer diversos caminos posibles para la solución del problema, con el fin de mostrar las posibles opciones de escape permitiendo elegir la que mejor se crea correcta y permita adquirir y obtener mejores resultados.
- d. *Conjeturas*: Me permite por medio de los datos brindados por el problema, obtener otros que puedan servir de gran ayuda en la búsqueda de soluciones del mismo.
- e. *Lógica*: Se refiere al uso de métodos como el de ensayo y error que aplico en la resolución de problemas, esto debido a la facilidad que presento al buscar las posibles soluciones.
- f. *Material de Apoyo*: Utilización de diversos materiales de ayuda externa, como el papel (papiroflexia), software dinámico, libros de textos y referentes electrónicos permitiendo facilitar, refrescar la memoria y aprender nuevos conocimientos sobre lo que al momento indago. (Estudiante: LAFLAUTISTA)

iv) las emociones que activan cuando se encuentran resolviendo problemas (MARTÍNEZ PADRÓN; GONZÁLEZ, 2007a, 2010), entre otras de sus características personales que moviliza durante la ejecución de la tarea resolutoria. Como ilustración de este aspecto, a continuación un fragmento de lo expresado por YANBEKE

El nombre de la novia: Al principio me sentí confiada; luego, tuve inquietud por lograr el resultado y al final me sentí satisfecha después de un arduo trabajo.

Los bloques: Me sentí luego más tranquila porque más o menos sabía por dónde empezar a resolverlo y al final, feliz de haber podido resolver el problema.

Campo triangular: Al principio no tenía ni idea de cómo comenzar el problema; me sentía confundida e intrigada luego inicié con el dibujo, lo observé y luego me vinieron ideas y me sentí más tranquila al final feliz de haber logrado terminar mi problema

La secuencia: Este problema me llamó mucho la atención ya que a mi parecer tenía solución cómoda, me sentía incentivada ya que el problema desde un principio me llamó la atención y al final me sentí muy agradada por haber resuelto mi problema de manera fácil y rápida.

ABCABC es múltiplo de un número n: Al principio no me gustó mucho ya que no me gustan las fórmulas generales ni trabajar con tantas incógnitas; sin embargo, durante el desarrollo me enfrenté al problema después de razonar, pensar y rayar y tratar por varias formas insistentemente; al final, logré la solución y me sentí muy bien.

Parte sombreada del rectángulo: No me gustó mucho al principio el problema; me recordaba las pruebas de actitud académicas y no se me hizo muy cómodo; pero, la figura me ayudó muchísimo. Al finalizar mi problema me sentí cómoda y satisfecha de poder resolver mi problema

Perímetro del rombo: Este a pesar de que fue el primer problema que empecé a resolver fue el último que terminé. En primera instancia me sentí incentivada y motivada por querer saber la solución; durante el desarrollo, a pesar de saber la solución por lógica, me costó mucho trabajo justificarlo matemáticamente y al terminarlo me sentí contenta de poder haber conseguido un resultado satisfactorio. (Estudiante: YANBEKE)

Lo anterior resulta importante puesto que constituye una estrategia para que el futuro docente que va a enseñar matemática se haga auto-consciente de los pormenores implicados en el proceso de búsqueda de solución a un problema matemático y pueda así adoptar una actitud empática con sus estudiantes cuando les solicite la realización de una Tarea Intelectualmente Exigente (GONZÁLEZ, 1998a) como lo es la resolución de problemas del tipo tratado durante el desenvolvimiento del estudio.

A continuación, se incluyen fragmentos del Perfil Individual de dos de los participantes.

Mi Perfil como Resolutor. 1) En lo específico: Me doy cuenta que como resolutor me gustan más los problemas de cálculo, los problemas de álgebra no me gustan ya que no domino bien

esta área, y en geometría me cuesta, pero cuando lo represento en un dibujo y lo analizo puedo entenderlo con mayor facilidad. 2) En lo General: Soy impulsivo, muy agresivo cuando me enfrento a un problema, me voy a las primeras, directo al cálculo, hay veces que me fastidio con el problema y lo dejo, o sea me doy por vencido, me agradan mucho los problemas de los cálculos. (Estudiante CARGAR)

Perfil (Como soy yo resolviendo problemas). Cuando inicié este curso pensé que mi estrategia era efectiva, la cual consistía en ver las cosas a la primera, tratar de buscar la solución a primera vista, y al transcurrir el curso me di cuenta de que no siempre se pueden resolver las cosas de esa manera, en algunas ocasiones puede ser efectivo, pero en otras no tanto. Por esta razón al principio de la asignatura tuve muchos inconvenientes por mi manera de enfrentar los problemas, luego el profesor nos guiaba en la resolución de problemas y por esta razón puedo considerar que cumpla algunos de los pasos para la resolución satisfactoria de los mismos. Ahora después de haber culminado mi capítulo del libro puedo decir que sigo los siguientes pasos para resolver problemas matemáticos: *Analizar el problema* (Leer y volver a leer el problema y preguntarme: Qué datos me da el problema; Qué me está pidiendo el problema; Que conocimientos tengo yo sobre él). *Plasmear el problema para la lograr una solución* (Que vía puedo utilizar para resolverlo; Los conocimientos que tengo son suficientes para lo que pide el problema; Cual es la mejor manera de resolverlo) *Después de Realizar el problema* (Determino que el proceso que se utilizo era el correcto; Que aprendizaje me dejo) (Estudiante: MEYCARI)

c. *Reflexiones sobre la inserción de la Resolución de Problemas* en el currículum y su papel en la enseñanza de la matemática.

Dado que el contexto en el que se llevó a cabo el estudio aquí reportado fue un curso de resolución de problemas para futuros profesores de Matemática, se tuvo interés en conocer la perspectiva de los participantes en cuanto a cómo insertar la resolución de problemas en el currículum. Para ello se les pidió que, con base en su experiencia adquirida durante el curso, dieran respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son los principales aportes de la resolución de problemas para su inserción en el currículum?
2. ¿Qué aspectos deben considerarse para su aplicación en matemáticas y otros cursos de ciencias?
3. ¿Qué grado de dificultad deben de tener el problema que se plantee a los estudiantes?
4. ¿Es posible aplicar la resolución de problemas en diferentes comunidades?
5. ¿cómo se concibe el ambiente generado por la resolución de problemas?
6. ¿Cuál es el papel de error en estos procesos de resolución de problemas

A título de ejemplo a continuación se transcriben las respuestas aportadas por MEYCARI

1. *¿Cuáles son los principales aportes de la resolución de problemas para su inserción en el currículum?* Al comenzar a escribir un capítulo en este libro, no entendía o no le daba la importancia suficiente a las enseñanzas que nos podía dejar resolver un problema, desde el más obvio hasta el más complicado. El leer, el analizar y el volver a leer el problema es una de las cosas que no podemos dejar de hacer para poder resolverlo. Con esto describo uno de los aportes para insertar resolución de problemas en el currículum. Hoy en día, en las instituciones no se le enseña al estudiante a internalizar el proceso que se tiene para llegar a la solución del problema si no que se enfocan al que el resultado este correcto, sin tomar en cuenta el proceso que tuvo para llegar a la solución.
2. *¿Qué aspectos deben considerarse para su aplicación en matemáticas y otros cursos de ciencia?* La enseñanza que puede generar la resolución de problemas es de mucha ayuda para entender un procedimiento, la práctica es más efectiva que la teoría

3. *¿Qué grado de dificultad debe tener el problema que se plantee a los estudiantes?* El grado de dificultad debe depender de donde se esté aplicando, ya que el hecho de que un problema sea sencillo no quiere decir que no deje ninguna enseñanza, o viceversa.
4. *¿Es posible aplicar la resolución de problemas en diferentes comunidades?* Si nos ponemos a analizar nuestras vidas estamos en una constante resolviendo problemas, así que la resolución de problemas se puede aplicar en diferentes comunidades y en diferentes ámbitos.
5. *¿Cómo se concibe el ambiente generado por la resolución de problemas?* Al iniciar en resolver problema las dificultades son muchos más notorias, ya que no tomamos en cuenta los pasos para resolverlos y esto hace que el ambiente generado por el problema sea de estrés, y decepción ya que con la ansiedad de resolverlo podemos tener la solución en las manos y no llegar a tocarla, en el transcurso de encontrar la solución puede generar varios ambiente, como puede ser el de confianza si la solución está a simple vista o el de no intentar resolverlo ya que no se le ve ni pies ni cabeza. Con esto llego a la conclusión que la resolución de problemas tiene una gran gama de ambiente que este genera.
6. *¿Cuál es el papel de error en estos procesos de resolución de problemas?* Cuando iniciamos el curso una de las principales acotaciones que hizo el profesor fue: **LO IMPORTANTE NO ES ENCONTRAR LA SOLUCION AL PROBLEMA SINO COMO LO PLANTEAMOS Y QUE ENSEÑANZAS NOS DEJA AL INTENTAR RESOLVERLO.** Cuando nos dijo esto en mi interior pensé entonces cuál era el chiste del curso si primordialmente es la resolución de problemas. Al transcurrir el mismo me di cuenta que las mayores enseñanzas me las dejaron los problemas a los cuales no le encontré la solución ya que busqué las mil y una manera de resolverlo, por esta razón el error en resolución de problemas en vez de verlo como un fracaso lo debemos tomar como una gran victoria. (Estudiante MEYCARI).

En síntesis,

Resolver problemas matemáticos es una tarea ardua y nada fácil y mucho más cuando no sueles estar consciente de lo que haces, cosa que les sucede a muchos estudiantes ya que sólo buscan la solución y listo no se dan cuenta de qué hicieron para llegar a ésta por lo que entonces siempre estarán comenzando, y esto que les comento de la resolución de problemas lo aprendí desde hace unas semanas cuando se me presentó la oportunidad de cursar una materia que *¿Adivinen cómo se llama?... RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS*, así como lo leen ésta es la materia que estoy cursando y por la cual les escribo el presente. En lo particular me agrada mucho la idea de estar en la asignatura ya que ésta me ha permitido darme cuenta de muchas cosas así como de aprender con profundidad eso de la resolución de problemas tanto matemáticos como en general, que quizás sabía pero nunca había puesto en práctica. Créanme la asignatura me costó un poquito al inicio ya que no estoy acostumbrada a escribir lo que pienso cuando resuelvo problemas, muchas veces pensaba *¿Cómo escribo lo que pienso que pienso del ejercicio?* Pero aquí estoy, ya creo saber cómo hacerlo (luego de algunos problemas) y eso lo verán en la resolución de mis ejercicios que les mostraré (Estudiante: LA FLAUTISTA)

d. *Producción de un libro colectivo* cuyos capítulos fueron elaborados a partir del trabajo de resolución de problemas llevado a cabo por los participantes quienes: a) Escribieron sendos protocolos de los diez problemas seleccionados; b) Construyeron su perfil específico (personal) como resolutores de problemas matemáticos; y c) reflexionaron sobre la inserción de la resolución de problemas en el currículo de formación inicial de los futuros profesores de Matemática.

El mencionado libro se intitula *Testimonios del Corazón: Historias de Resolutores de Problemas Matemáticos* (González y Colaboradores, 2012) (Figura 9).

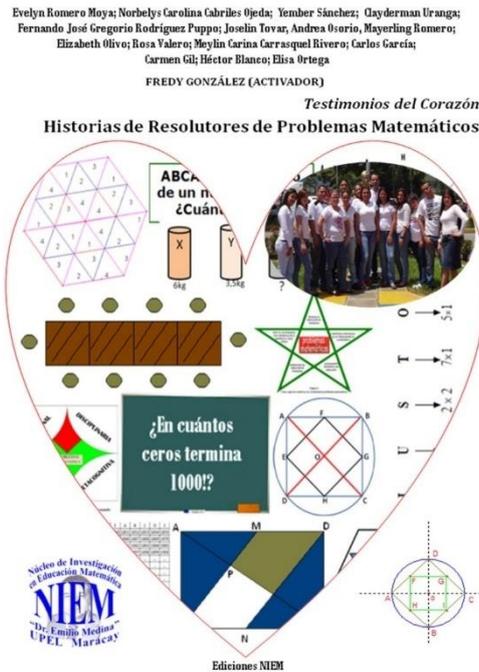


Figura 9. Capa del Libro Testimonios del Corazón: Historias de Resolutores de Problemas Matemáticos (González y Colaboradores, 2012)

Fuente: Archivo Personal del Autor.

El lanzamiento del libro tuvo lugar en un emotivo acto que se efectuó el día 13 de julio de 2012, en la sala de conferencias del Complejo Telemático del Instituto Pedagógico de Maracay (SATELIPMAR). La presentación fue realizada por la Profesora Fabiola Czwienczek quien se expresó en los siguientes términos:

Confieso que cuando leí el libro, relacioné los relatos con cuadernos de bitácoras. En efecto, cada autor fue asentando, además del clima emocional que sintió durante el proceso de la resolución de problemas, las distintas rutas (conocimientos) que consideró para llegar a buen puerto (la solución), sin escatimar detalles como el cambio de rumbo, de velocidad, de las maniobras y demás accidentes de navegación que se le presentó en la travesía. Estoy segura que la redacción del libro *Testimonios del Corazón... Historias de Resolutores de Problemas Matemáticos*, constituyó para sus autores, así como para el activador del proyecto, una experiencia enriquecedora y altamente satisfactoria. Mil felicitaciones y gracias por este valioso aporte a la Educación Matemática. Estoy convencida que la lectura de *Testimonios del Corazón... Historias de Resolutores de Problemas Matemáticos* es de gran interés y provecho para todos quienes estamos involucrados con la enseñanza de la matemática. Es una obra que nos permite conocer cómo piensan nuestros estudiantes cuando resuelven problemas y cuáles son las herramientas que tienen (o no tienen) para ello. Saber esto, nos hará reflexionar en nuestra propia praxis pedagógica y mejorarla. (CZWIENZCEK, 2012, p. 10)

En el mencionado acto de lanzamiento participaron sus autores y familiares, así como autoridades institucionales. La actividad constituyó una experiencia formativa sumamente rica y detalles de la misma pueden ser apreciados en el *site* de la Asociación Venezolana de Educación Matemática (ASOVEMAT): <http://asovemat-jdn.blogspot.com/2012/07/en-emotivo-acto-fue-bautizado-el-libro.html>. En la Figura 10 se muestran algunas imágenes de la presentación del libro.



Integrantes de la mesa de honor



Vista general de los autores junto con sus padres y público en general



Intervención de una de las autoras en representación de sus compañeros.



Los autores mostrando orgullosos el resultado de su trabajo.

Figura 10: Imágenes de la presentación del libro el día 13 de julio de 2012

Fuente: Archivo Personal del Autor.

5. Considerações finais

Aprender a resolver problemas y enseñar a resolverlos siguen siendo competencias cruciales que deben ser desarrolladas durante el proceso de formación inicial de los profesores que van a enseñar matemática especialmente en los niveles educativos básico y secundario. Un asunto polémico es cómo lograr tal desarrollo. En este estudio se asumió la premisa de acuerdo con la cual “a resolver problemas se aprende resolviendo problemas” (PUIG, 1996). Por ello, las clases del curso del que se derivó este trabajo consistieron en el planteamiento y resolución de problemas matemáticos de diferentes áreas. Los participantes tuvieron libertad para escoger y resolver diez de los problemas que fueron planteados en clase con la condición de que para cada uno de los problemas escogidos escribieran un protocolo relatando y describiendo pormenorizadamente los procesos de pensamiento activados y las emociones suscitadas durante la búsqueda de la solución a los problemas seleccionados.

Además de lo anterior se fortalece el aprendizaje basado en proyectos como estrategia idónea en la formación inicial de profesores que han de enseñar Matemática, máxime si se trata de un proyecto colectivo con significación individual, como lo fue el caso de la producción de un libro cuyos capítulos fueron contruidos a partir de los protocolos escritos por los estudiantes, sus

autorreflexiones para hacerse conscientes de su perfil individual como resolutores de problemas y sus comentarios acerca de cómo insertar la resolución de problemas en la formación inicial de los futuros docentes de Matemática.

Finalmente, se valora la importancia de contar con un corpus constituido por protocolos de resolución de problemas el cual puede ser utilizado como fuente para la realización de investigaciones que permitan ampliar el conocimiento acerca de los pormenores implicados en la búsqueda de solución a problemas que, como ya lo dijo HALMOS (1980), seguirán siendo “el corazón de la Matemática”.

6. Referências

BÁEZ HENRÍQUEZ, Adelou. **El autoconcepto matemático y las creencias del alumnado un estudio exploratorio, descriptivo e interpretativo en la ESO**. Oviedo, Es.: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo. 2009.

COBO GONZALES, Gonzalo; VALDIVIA CAÑOTTE, Sylvana Mariella. **Aprendizaje Basado en Proyectos**. Lima, Perú: Publicación del Instituto de Docencia Universitaria de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Colección Materiales de Apoyo a la Docencia #1. 2017. Documento en Línea Disponible em: <https://idu.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2017/07/5.-aprendizaje.pdf>

CORRY, Leo. Los 23 Problemas de Hilbert y su Tránsito Histórico. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, V (2), 119 – 125. 1998. Disponible em: <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/EMIS/journals/BAMV/conten/vol5/v5n2p117.pdf>. Acceso em: 25 abr. 2020.

DOMÉNECH AUCHE, Montse. **Papel de la Inteligencia y de la Metacognición en la Resolución de Problemas**. Tesis Doctoral no Publicada. Universitat Rovira I Virgili, Departamento de Psicología, Tarragona, España. 2004. Disponible em: <https://tdx.cat/bitstream/handle/10803/8958/TesiintelimetacMontseDomenechp.pdf?se> Acceso em: 19 de junio de 2012. 09:25

FONT, Vicenç; GODINO, Juan D.; GALLARDO, Jesús. The emergence of objects from mathematical practices. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 82, no. 1, 2013, pp. 97–124. 2013. Disponible em: www.jstor.org/stable/23434841. DOI: 10.1007/s10649-012-9411-0. Acceso em: 25 Apr. 2020.

GODINO, Juan D. Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Número 20, páginas 13-31; dez., 2009., ISSN: 1815-0640. Disponible em http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/20/Union_020_007.pdf

GÓMEZ CHACÓN, Inés María. **Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático**. España: Narcea, S.A., Ediciones. 2000.

GÓMEZ CHACÓN, Inés María (2002) Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. In Luis Carlos CONTRERAS GONZÁLEZ; Lorenzo Jesús BLANCO NIETO. **Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada**

a la práctica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura pp. 23-58. 2002. ISBN 84-7723-510-4. Disponible em: <http://www.mat.ucm.es/~imgomez/vieja/gomez-ghacon-caceres.pdf>

GÓMEZ CHACÓN, Inés María. La tarea intelectual en Matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, X(2), 2003, pp. 225-247. Disponible em: <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/igomez.pdf>

GONZÁLEZ, Fredy Enrique, MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. Dicotomías Actitudinales en la Resolución de Problemas Matemáticos. *RECHIEM*, **Revista Chilena de Educación Matemática**, 5(1), pp 60 – 84, 2010. Disponible em: https://www.researchgate.net/publication/290402906_Dicotomias_Actitudinales_en_la_Resolucion_de_Problemas_de_Matematica

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Acerca de la metacognición. **Paradigma**, vols. XIV-XXVII, núms. 1-2, 1996, pp. 109-135. <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/184> DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.1996.p109-135.id184>

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Metacognición y Tareas Intelectualmente Exigentes: el caso de la Resolución de Problemas Matemáticos. **ZETETIKÉ**, 6(9), 1998a, 59- 88. <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646808> DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v6i9.8646808>

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Procesos Cognitivos y Metacognitivos que activan los estudiantes universitarios venezolanos cuando resuelven problemas matemáticos. **Educación Matemática**, 10(13), 1998b, 172-181. Disponible em: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol10-3.pdf> Consulta: 25 de abril de 2019. 13:50

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Agenda latinoamericana de investigación en educación matemática para el siglo XXI. **Educación Matemática**, 12(1), 2000, 107-128. Disponible em: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12-1.pdf> Acceso em: 25 de abril de 2019; 11:21

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Los Protocolos Escritos como medio para evaluar la comprensión matemática aplicando el análisis semiótico al proceso de resolución de problemas matemáticos. **Revista Enseñanza de la Matemática**. (ASOVEMAT, Venezuela); 10(2), 2001, 44-51. https://www.researchgate.net/publication/281971782_los_protocolos_escritos_como_medio_para_e_valuar_la_comprension_matematica_aplicando_el analisis_semiotico_al_proceso_de_resolucion_d_e_problemas_matematicos

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. El Decálogo del Resolvedor Exitoso de Problemas. **Investigación y Postgrado**, 17(1), abr. 2002, 11-46. Disponible em: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872002000100002&lng=es&nrm=iso Acceso em: 25 abr. 2020.

GONZALEZ, Fredy. Un modelo didáctico para la formación inicial de profesores de matemática. **SAPIENS**, Caracas, v. 11, n. 1, p. 47-59, jun. 2010. Disponible em: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1317-58152010000100004&lng=es&nrm=iso . Acceso em 25 abr. 2020.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique & Colaboradores. **Testimonios del Corazón: Historias de Resolutores de Problemas Matemáticos**. Maracay, Venezuela: Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina” (NIEM). Inédito. 2012.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. **Repertorio de Coordenadas Teórico-Conceptuales de Referencia (RCT-CR) en las Tesis del Primer Doctorado en Educación Matemática de Venezuela**. Comunicación Breve (CB-1.414) presentada en el VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, realizado en Madrid, España, 10 al 14 de julio de 2017. LIBRO DE ACTAS. ISBN 978-84-945722-3-4, 69-77. Disponible em: http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB1401-1500.pdf Acesso em: 19 May. 2019.

HALMOS, Paul. The heart of mathematics. **American Mathematical Monthly**, 87, 1980, 519-524. Disponible em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00029890.1980.11995081> <https://doi.org/10.1080/00029890.1980.11995081>

HERNÁNDEZ, Yady. **El papel de la resolución de problemas en la formación de profesores de Matemática**. Trabajo de Grado de Maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática. Maracay, Aragua (Venezuela): UPEL- Instituto Pedagógico de Maracay, 2007, 185f.

HIDALGO, Belkys Pastora; GONZALEZ, Fredy Enrique. Metabolización de información: un modelo dinámico para interpretar el proceso de producción de conocimiento. **Investigación y Postgrado**, Caracas, v. 24, n. 1, p. 010-045, enero, 2009. Disponible em: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872009000100002&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 25 abr. 2020.

KITTL, Pablo. Nota sobre el Último Teorema de Fermat y su Demostración por Andrew Wiles. **Ciencia al Día**, 2(1), 1-12. 1999. Revista en Línea. Disponible em: <https://www.ciencia.cl/CienciaAlDia/volumen2/numero1/articulos/CAD-v2-n1-art1.pdf> Consulta: 30 de abril de 2019; 18:17.

MARINO, Tamara; RODRIGUEZ, Mabel. Un estudio exploratorio sobre heurísticas en estudiantes de un curso de matemática de nivel pre-universitario. **Paradigma**, Maracay, v. 30, n. 2, p. 159-178, dic. 2009. Disponible em: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512009000200011&lng=es&nrm=iso. Acesso em 26 enero 2020.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. **Impulsividad y automatismos en la resolución de problemas**. Ponencia presentada en la XI Jornada de Investigación y Posgrado del Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero. 2007a.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo, GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Algunos problemas de los problemas que formulan los docentes que enseñan Matemática. In Maria Leonor SANTOS; Ana Paula CANAVARRO; Joana BROCARDO (Eds.), **Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas**. Lisboa: APM, 2005.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo, GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Problemática de la formulación de problemas de Matemática: Un caso con docentes que enseñan Matemática en la Educación Básica venezolana. **Boletim GEPEN** (50), 2007a, 43-62. Disponible em: <http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path%5B%5D=247>.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo, GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Dicotomías actitudinales en la resolución de problemas de Matemática. **Revista RECHIEM**, 1, Santiago de Chile: SOCHIEM, 2010, 60-84. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/290402906_Dicotomias_Actitudinales_en_la_Resolucion_de_Problemas_de_Matematica

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo, GONZÁLEZ, Fredy Enrique. **Automatismos en la resolución de problemas de Matemática**. Ponencia presentada en IV Congresso Internacional do Ensino do Matemática, 2007b, Universidad Luterana do Brasil, Canoas, Brasil.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo, VILLEGAS, María Margarita, GONZÁLEZ, Fredy Enrique. **Afecto y comprensión en la resolución de problemas de Matemática**. Ponencia presentada en la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME). Maracaibo: Universidad del Zulia, julho, 2007.

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. Actitudes hacia la matemática. **Sapiens**, 9 (1); 2008a, 237-256. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/410/41011135012.pdf>. Acesso em: 19 de junio de 2012; 09:32

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. **Creencias y concepciones en encuentros edumáticos**. Tesis doctoral. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas, Venezuela. 2008b, 224f

MARTÍNEZ PADRÓN, Oswaldo. **El dominio afectivo en la educación matemática: aspectos teórico-referenciales a la luz de los encuentros edumáticos**. Trabajo de Ascenso no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural El Mácaro, Turmero. 2003, 175f

PÉREZ-ACOSTA, Andrés M.; PÉREZ GONZÁLEZ, Aristóbulo. Conducta de evitación: adquisición y extinción. **Suma Psicológica**, v. 5, n. 2, mar. 1998, 207-231, Disponível em: <http://publicaciones.konradlorenz.edu.co/index.php/sumapsi/article/view/253> DOI: <http://dx.doi.org/10.14349/sumapsi1998.253> Acesso em: 30 abr. 2019

PUIG, Luis. **Elementos de resolución de problemas**. Granada: Comares, col. Mathema. 1996, 322f.

SCHOENFELD, Alan. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics reaching and learning** (pp. 334-370). New York, NY: Macmillan.1992.

STADLER, Marta Macho. Andrew Wiles: de conjetura a teorema. **Cuaderno de Cultura Científica**. 2018. Documento en Línea. Disponível em: <https://culturacientifica.com/2018/04/11/andrew-wiles-de-conjetura-a-teorema/>Consulta: 30 de abril de 2019.