



## O Ensino-Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral através da Resolução de Problemas no Curso de Engenharia Civil

**Célia Barros Nunes**<sup>1</sup>

Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Departamento de Educação, Teixeira de Freitas, BA, Brasil

**Luanne Lima Ferreira**<sup>2</sup>

Secretaria Estadual de Ensino do Espírito Santo, Cariacica, ES, Brasil

**Leonardo Brito da Silva**<sup>3</sup>

Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Departamento de Educação, Teixeira de Freitas, BA, Brasil

**Minervina Joseli Espíndola**<sup>4</sup>

Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Departamento de Educação, Teixeira de Freitas, BA, Brasil

### Resumo

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) tem sido foco de diversas discussões e investigações no campo da Educação Matemática a nível do Ensino Superior em função das dificuldades apresentadas pelos alunos na sua aprendizagem. Inserido neste contexto, este artigo apresenta parte de uma pesquisa desenvolvida com alunos de um curso de Engenharia Civil que teve como objetivo principal investigar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na compreensão do Cálculo Diferencial e Integral, sobretudo no estudo da Otimização no curso de Engenharia Civil. Na construção do artigo, é apresentado um sucinto histórico da metodologia Resolução de Problemas ao longo dos anos, bem como uma breve discussão do ensino

---

**Submetido em:** 15/07/2019

**Aceito em:** 22/03/2020

**Publicado em:** 01/05/2020

<sup>1</sup> Pós-doutorado pela Universidade de Lisboa - Instituto de Educação junto ao Programa Didática da Matemática (2017); Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2010); Professora da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Campus X. Atua nos seguintes temas de pesquisa em Educação Matemática: Formação de Professores, Ensino-aprendizagem da Matemática, Resolução de Problemas. Endereço para correspondência: Avenida Carter, número 190, Jardim Carápe, Teixeira de Freitas, Bahia. E-mail: celiabns@gmail.com

<sup>2</sup> Especialista em Docência Superior pela Faculdade Vale do Cricaré. Professor(a) do Estado do Espírito Santo no Ensino Fundamental e Médio. Atua nos seguintes temas de pesquisa em Educação Matemática: Ensino-aprendizagem da Matemática, Resolução de Problemas. Endereço para correspondência: Rua Itaguaçu, número 30, Bandeirantes, Cariacica, Espírito Santo. E-mail: luanne.math@gmail.com

<sup>3</sup> Especialista em Docência Superior pela Faculdade Vale do Cricaré. Endereço para correspondência: Travessa Fernando Pessoa, número 16, Mirante do Rio, Teixeira de Freitas, Bahia. E-mail: leobstx@hotmail.com

<sup>4</sup> Doutora em Educação pela Universidade Federal da Bahia (2011); Mestre em Matemática pela Universidade de Franca (2003). Professora da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Campus X. Atua nos seguintes temas de pesquisa em Educação: Formação de Professores e Políticas Educacionais. Endereço para correspondência: Rua Ari Barroso, número 283, Recanto do Lago, Teixeira de Freitas, Bahia. E-mail: mjreis@uneb.br

de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia. Numa abordagem qualitativa, que tem como característica a descrição e interpretação dos dados coletados, foram utilizados como instrumentos de coleta de dados fotos e registros escritos das resoluções produzidas pelos alunos. A partir da análise dos dados, é possível afirmar que os estudantes compreenderam o significado da utilização do Cálculo e que o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no curso de Engenharia Civil permite ao aluno a oportunidade de investigar, de refletir e de analisar os problemas propostos.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas; Engenharia Civil; Ensino-aprendizagem do Cálculo.

### **Teaching and Learning of Differential and Integral Calculus through Problem Solving in the Civil Engineering Course**

#### **Abstract**

The teaching of Differential and Integral Calculus has been the focus of several discussions and investigations in the field of Mathematics Education at the Higher Education level due to the difficulties presented by the students in their learning process. In this context, this article presents part of a research developed with students of a Civil Engineering course which main objective was to investigate the use of the Teaching-Learning-Assessment-Mathematics Methodology through Problem Solving, in the understanding of Differential and Integral Calculus, especially in the study of Optimization, in the Civil Engineering course. In the construction of the article a brief history of the methodology of Problem Solving over the years is presented, as well as a brief discussion of the teaching of Differential and Integral Calculus in Engineering courses. In a qualitative approach that has as a characteristic the description and interpretation of the collected data, photos and written records of the resolutions produced by the students were used as instruments of data collection. From the analysis of the data it is possible to affirm that the students understood the meaning of the use of Calculus and that the use of the Methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through the Resolution of Problems, in the course of Civil Engineering, allows the student the opportunity to investigate, to reflect and to analyze the problems proposed.

**Keywords:** Problem Solving; Civil Engineering; Teaching-learning of Calculus.

### **Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral através de la Resolución de Problemas en el Curso de Ingeniería Civil**

#### **Resumen**

La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral ha sido el foco de varias discusiones e investigaciones en el campo de la Educación Matemática en el nivel de la Enseñanza Superior debido a las dificultades presentadas por los estudiantes en su aprendizaje. En este contexto, este artículo presenta parte de una investigación desarrollada con estudiantes de un curso de Ingeniería Civil cuyo principal objetivo fue investigar el uso de la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de matemáticas a través de la resolución de problemas, en la comprensión del Cálculo Diferencial e Integral, especialmente en el estudio de Optimización, en el curso de Ingeniería Civil. En la construcción del artículo se presenta una breve historia de la metodología de Resolución de Problemas a lo largo de los años, así como una breve discusión de la enseñanza de Cálculo Diferencial e Integral en los cursos de Ingeniería. En un enfoque cualitativo que tiene como característica la descripción e interpretación de los datos recogidos, fotos y registros escritos de las resoluciones producidas por los estudiantes se utilizaron como instrumentos de obtención de datos. A partir del análisis de los datos, es posible afirmar que los estudiantes entendieron el significado del uso del Cálculo y que el uso de la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemáticas a través de la Resolución de

Problemas en el curso de Ingeniería Civil, permite al estudiante la oportunidad investigar, reflexionar y analizar los problemas propuestos.

**Palabras clave:** Resolución de problemas; Ingeniería civil; Enseñanza-aprendizaje del cálculo.

## 1. Introdução

Atualmente há o reconhecimento por parte de professores e pesquisadores de que o ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é imprescindível para o desenvolvimento de diversas competências intelectuais, conceitos e definições matemáticos úteis na própria Matemática e em outras áreas do conhecimento, como se pode certificar a partir dos estudos publicados por Cury e Cassol (2004); Iglori (2009); Reis (2009). No entanto, em Projetos Pedagógicos de cursos de graduação, o CDI faz parte da grade curricular como componente obrigatório. O modo como o componente será ministrado deve concernir com o contexto profissional de cada curso, a fim de promover a aproximação dos alunos com os conteúdos ministrados e de criar subsídios para a reflexão e o aprimoramento da aplicabilidade da prática profissional e não um curso que supervaloriza a teoria em detrimento da prática, sem reflexão dos modos de se fazer e pensar matematicamente.

O Ensino de Cálculo, segundo Reis (2009, p. 81), “tem sido foco de discussões e investigações, tanto sobre questões curriculares quanto sobre questões metodológicas.” Há consenso de que, nas faculdades que têm cursos de Engenharia, ainda é grande o índice de reprovação. Por isso, é preciso a busca por alternativas metodológicas que minimizem esse tipo de situação.

Diante das ideias expostas acima, o objetivo deste texto é socializar os resultados de uma pesquisa realizada no curso de Engenharia Civil, de uma faculdade privada, localizada no município de Teixeira de Freitas, Bahia. O estudo foi realizado em uma turma do terceiro semestre, composta por 15 (quinze) alunos. O objetivo da pesquisa é investigar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na compreensão do Cálculo Diferencial e Integral, sobretudo no estudo da Otimização, no curso de Engenharia Civil. A pergunta que motivou a pesquisa foi definida assim: Que contribuições um curso sobre Derivada, com foco na Otimização, pode favorecer aos alunos do curso de Engenharia Civil, ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?

O texto, inicialmente, traz algumas reflexões teóricas e destaca, de modo sucinto, como deve ser desenvolvida a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Traz também questões teóricas acerca do Ensino de Cálculo nos cursos de Engenharia. Posteriormente, é apresentada a pesquisa realizada, a análise e discussões das informações obtidas.

A partir das análises dos resultados da pesquisa, pode-se depreender que trabalhar um projeto de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no curso de Engenharia Civil pode resultar em maior envolvimento dos alunos com o componente curricular e favorecer o reconhecimento da importância da Matemática no percurso de formação e no exercício da Engenharia, além de contribuir para consolidar atitudes de um profissional pesquisador.

## **2. Revisão bibliográfica**

### **2.1 O Ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas**

A importância da Resolução de Problemas na aprendizagem matemática é defendida por vários pesquisadores. Pólya (1965), uma das grandes referências nesta área, afirma que a resolução de problemas é a espinha dorsal do ensino no nível secundário. Onuchic e Allevato (2005) acreditam que a aprendizagem matemática é uma consequência do processo de resolução de problemas. O NCTM (2000) acrescenta que um dos maiores objetivos da Educação Matemática é munir os estudantes de conhecimentos e ferramentas que lhes permitam abordar qualquer tipo de problema e que a maioria dos conceitos matemáticos ou das generalizações pode ser introduzida efetivamente utilizando uma situação de problema.

Nessa perspectiva, apresentamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que tem como uma de suas metas ensinar, aprender e avaliar o conhecimento matemático desenvolvido pelos alunos sob a orientação e coordenação do professor (NUNES, 2010). Professor e alunos, juntos em um trabalho colaborativo e cooperativo, desenvolvem esse trabalho de modo contínuo e, diante do problema, o aluno deve apresentar-se como responsável pela construção do seu próprio conhecimento. O problema surge como o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos (NUNES, 2015).

Em Onuchic (1999), pode-se encontrar o primeiro roteiro de atividades que permite aos professores implementarem suas aulas de modo a promover mais entusiasmo aos seus alunos durante a resolução do problema e que possam ver a Matemática com um olhar mais confiante.

Entretanto, relatam Onuchic e Allevato (2011) que, devido às dificuldades enfrentadas pelos professores para trabalhar Matemática com seus alunos, não raras vezes, por falta de conhecimentos prévios, em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar, foi necessária uma mudança no roteiro, que atualmente se apresenta assim: para o início do trabalho, o professor apresenta o problema ao aluno ou aceita o problema proposto pelo próprio aluno. Esse problema inicial é chamado de *problema gerador*, pois, através dele, será construído (ou reconstruído) o conteúdo matemático. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a

resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Após cada aluno receber o problema gerador impresso, os mesmos realizam a *leitura do problema*. É necessário que essa ação seja individual, para cada aluno ter a oportunidade de refletir e compreender de acordo com o conhecimento matemático que trazem. Após a leitura, forma-se grupos com o objetivo dos estudantes experimentarem o processo cooperativo e colaborativo. Neste momento, o professor, numa postura de observador, deixa de ser o detentor do conhecimento e passa a ser também organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador do processo da aprendizagem. Os alunos, em seus grupos, tentam *resolver o problema*. O professor auxilia nos problemas secundários<sup>5</sup>, incentivando-os a utilizarem conhecimentos prévios ou técnicas já conhecidas para resolver o problema.

Com os resultados do processo de resolução do problema, representantes dos grupo são convidados a *registrar na lousa os seus resultados* (certo ou errado). Diante desse “painel de soluções” o professor realiza a *plenária*, junto com os alunos, para discutir todos os resultados encontrados. Acreditamos que, nesse momento, ocorre a aprendizagem devido às reflexões e análises que os alunos fazem sobre a tarefa realizada. Após todas as dúvidas sanadas, o professor orienta a sala para a *busca de um consenso* sobre o resultado pretendido. E por fim, o professor, junto a classe, *formaliza o conteúdo*, de forma estruturada e organizada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações, se for o caso.

É importante acrescentar aqui que, após a etapa de formalização, novos problemas relacionados ao problema gerador poderão surgir e serem propostos aos alunos (NUNES, 2015), que possibilitarão analisar se foram compreendidos os aspectos-chave do conteúdo matemático que se propunha para aquela aula.

Diante do cenário em que se apresenta a metodologia de Resolução de Problemas defendida por Onuchic (1999), percebe-se que a Resolução de Problemas objetiva potencializar a compreensão dos conteúdos estudados, a dedução de forma coerente e não mecanizada das tarefas propostas, o que torna o aluno sujeito ativo no processo de formação, responsável pelo seu próprio aprendizado. Essa metodologia de ensino-aprendizagem visa respeitar, valorizar e utilizar os conhecimentos até então já construídos pelos alunos. Além disso, ela apresenta um modo natural de se fazer e aprender Matemática, na qual o aluno é o protagonista do seu próprio aprendizado.

---

<sup>5</sup> Dificuldades que os alunos apresentam diante do problema, tais como: dificuldade na leitura ou interpretação do texto problema, dificuldades na notação, na passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados, técnicas operatórias, dentre outras.

Os alunos, ao resolverem as situações problemas propostas pelo professores, são desafiados a desenvolverem suas próprias estratégias, convenientes aos diferentes problemas dados, o que pode permitir avançar na compreensão de novos conteúdos que estão sendo construídos por eles em sala de aula. Essa prática possibilita aos alunos reconhecerem que são capazes de fazer matemática e que os conhecimentos matemáticos fazem sentido, o que favorece a compreensão dos conteúdos, a confiança e a auto-valorização.

O professor tem um papel decisivo diante desta metodologia, desde o planejamento para a realização da aula com a Resolução de problemas, até a etapa final, que é a formalização do conteúdo que se pretendia trabalhar naquela aula. Como diz Hermínio (2008), o professor precisa estar atento ao seu planejamento e ao desenvolvimento da aula, bem como criar condições para que os alunos adquiram confiança em si mesmos e consigam caminhar no sentido da resolução de problemas propostos.

## 2.2 O Ensino de Cálculo nos Cursos de Engenharia

O Cálculo Diferencial e Integral é um dos componentes curriculares indispensável nos cursos de Engenharia. Seu estudo está baseado no trabalho com taxas de variação, como a inclinação de uma reta, e sendo desenvolvido a partir da relação entre Álgebra e Geometria. Quando apresentado em cursos de graduação (Engenharias, Licenciatura e Bacharelado em Matemática, Tecnologia, dentre outros), está diretamente ligado ao desenvolvimento do processo de ensino de conhecimentos básicos da Matemática, de modo que cada etapa de ensino deve ser respeitada, com o intuito de formalizar e aperfeiçoar todo o processo. No entanto, vários trabalhos de pesquisa (NASSER, 2009; REIS, 2009; RIBEIRO, 2010) têm ressaltado as dificuldades dos alunos nesses cursos de graduação quanto à aprendizagem do Cálculo, por exemplo, chegam ao curso com muita deficiência na base escolar, o que acarreta em um baixo desempenho nos primeiros semestres do curso, sobretudo da Engenharia Civil e, como consequência, percebe-se o despreparo dos alunos em aprender um novo conteúdo, principalmente, pela falta de compreensão das noções de função, limite e derivada. Isso supõe acreditar que essas dificuldades estejam relacionadas com a forma como a disciplina é trabalhada. Dessa forma, faz-se necessário um olhar sobre a prática pedagógica. Nesse sentido, Reis (2009) destaca que

[...] a prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão sobre que papel o Cálculo Diferencial e Integral representa pela formação matemática dos estudantes. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do estudante é que o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos estabelecer, que metodologias desenhar; enfim, que práticas pedagógicas desenvolver no ensino de tal conteúdo (REIS, 2009, p. 81).

Partindo disso, a forma com que o CDI deve ser trabalhado nos diferentes cursos de graduação necessita concernir com o contexto profissional de cada curso, de modo a estreitar as relações entre ambos e criar conectivos entre o seu estudo e a sua aplicabilidade, de modo a garantir que a produção de significados das ideias do Cálculo esteja em estreita relação com o contexto profissional do curso, um vez que as diversas áreas (a Engenharia, a Física, a Química, parte da Biologia e, obviamente, a Matemática) possuem uma relação de dependência com as competências do Cálculo, mas cada área do conhecimento com suas necessidades. No que se refere aos cursos de Engenharia, é necessário resgatar a essência dos conhecimentos matemáticos que, muitas vezes, não são trabalhados no Ensino Médio, que são de suma importância na formação acadêmica para os ingressantes nesses cursos, sobretudo na consolidação de conhecimentos de Derivada e Integral, pois são objetos matemáticos que constituem uma ferramenta poderosa do Cálculo no estudo e na análise de funções, sobretudo as mais complexas.

No CDI, boa parte das ideias matemáticas são construídas, definidas, investigadas e exploradas com uma boa dose de intuição matemática e, portanto, ela é útil e indispensável ao estudante. Visando caracterizar a importância da intuição no ensino do Cálculo, Reis (2009, p. 87-88) divide-a em cinco tipos de intuição:

- 1) A intuição empírica: se baseia na analogia e diretamente da experiência adquirida no processo de manipulação de uma classe de objetos da mesma classe.
- 2) A intuição objetiva, também chamada de praxeológica: envolve a faculdade humana de distinguir e identificar os objetos no ambiente e suas combinações simples.
- 3) A intuição lógica: se manifesta primeiramente nas conclusões por definição”, bem como nas conclusões extraídas por meio de modelos lógicos de transitividade, contraposição, etc...
- 4) A intuição categórica, também chamada de geométrica ou espacial: relaciona as suposições aos conceitos de espaço e tempo, sendo utilizada em instancias elementares, como em figuras visíveis, finitas.
- 5) A intuição conceitual: acrescenta à noção de um objeto um componente derivado da teoria dentro da qual o objeto é considerado, refletindo a estrutura lógica desta teoria.

Com isso, há de se considerar que a intuição deve estar presente no processo ensino-aprendizagem do Cálculo e, conseqüentemente, no processo de construção da disciplina Análise Real, “a qual para atingir uma validação lógico-formal, rigorosa, jamais poderia prescindir da fase intuitiva e criativa das ideias matemáticas” (REIS, 2009, p. 89).

A Engenharia, definida como a arte de aplicar conhecimentos científicos e empíricos no atendimento das necessidades humanas, tem a abordagem investigadora como parte inerente à sua estrutura. Para efetivar essa investigação, é conveniente a utilização de uma linguagem que permita expressar universalmente os resultados encontrados. Essa linguagem é a linguagem matemática. Dessa forma, para a formação de um engenheiro competente e um profissional que interage com o meio social que o circunda e o respeita, é preciso que, durante o curso, ocorra o reconhecimento da importância da Matemática no exercício da Engenharia, pois, como afirma Ribeiro (2010),

Não existe Engenharia sem Matemática, e uma boa preparação matemática ajuda muito o futuro engenheiro, quer seja na concepção, no projeto, no desenvolvimento, na inovação, de investigação, e uma das principais “forças” da Matemática está em que as suas ideias e ferramentas são gerais, e muito do poder da Matemática, mesmo da elementar, vem-lhe precisamente da aplicabilidade de ideias gerais em vários contextos diferentes (RIBEIRO, 2010, p. 150).

Assim, para a formação de engenheiros que trabalhem como tecnólogos, apenas a aprendizagem e o domínio das fórmulas basta. Entretanto, se a proposta do curso é a formação de engenheiros criativos, e não apenas seguidores dos projetos de outros, é preciso que o componente Cálculo Diferencial e Integral seja bem compreendido e que o conhecimento de suas ideias possa ser aplicado a outras situações encontradas no exercício da profissão.

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, homologada em 26 de abril de 2002, o perfil e as competências dos egresso são:

Art. 3º O Curso de Graduação em Engenharia tem como perfil do formando egresso/profissional o engenheiro, com formação generalista, humanista, crítica e reflexiva, capacitado a absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade.

Art. 4º A formação do engenheiro tem por objetivo dotar o profissional dos conhecimentos requeridos para o exercício das seguintes competências e habilidades gerais:

- I - aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia;
- II - projetar e conduzir experimentos e interpretar resultados;
- III - conceber, projetar e analisar sistemas, produtos e processos;
- IV - planejar, supervisionar, elaborar e coordenar projetos e serviços de engenharia;
- V - identificar, formular e resolver problemas de engenharia;
- VI - desenvolver e/ou utilizar novas ferramentas e técnicas;
- VII - supervisionar a operação e a manutenção de sistemas;
- VIII - avaliar criticamente a operação e a manutenção de sistemas;
- IX - comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica;
- X - atuar em equipes multidisciplinares;
- XI - compreender e aplicar à ética e responsabilidade profissionais;
- XII - avaliar o impacto das atividades da engenharia no contexto social e ambiental;
- XIII - avaliar a viabilidade econômica de projetos de engenharia;
- XIV - assumir a postura de permanente busca de atualização profissional (MEC, 2002).

O Artigo 8º, parágrafo 2, das Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso, apresenta como deve ser a metodologia do curso de Engenharia: “O Curso de Graduação em Engenharia deverá utilizar metodologias e critérios para acompanhamento e avaliação do processo ensino-aprendizagem e do próprio curso, em consonância com o sistema de avaliação e a dinâmica curricular definidos pela Instituições de Ensino Superior – IES, à qual pertence” (Ministério da Educação e Cultura - MEC, 2002, p. 4).

De acordo com o previsto nos artigos citados acima e com a formação profissional e humana que se espera de um curso de graduação, acreditamos que o uso de metodologias diferenciadas de

ensino contribui de modo significativo para que os objetivos do curso sejam alcançados e que os alunos possam, a partir da contextualização dos conteúdos, construir conhecimentos que darão condições do exercício competente e responsável da Engenharia. Nessa perspectiva, acreditamos que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática, através da Resolução de Problemas, permite uma melhor interação entre aluno-professor-cálculo, o que permite que o corpo discente seja protagonista da sua formação, sendo sujeito ativo no processo de construção e criação de seu próprio conhecimento.

### 3. Metodologia da pesquisa: contexto e procedimentos

Esse estudo apresenta características de uma pesquisa acadêmica, pois, de acordo com Santos (2000), a pesquisa acadêmica é “uma atividade pedagógica que visa despertar o espírito de busca intelectual autônoma [...], a pesquisa acadêmica é, antes de tudo, exercício, preparação” (SANTOS, 2000, p. 24).

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi utilizada a concepção de pesquisa qualitativa, que tem o ambiente natural como fonte de pesquisa, segundo Bogdan e Biklen (1994). Em consonância ao estudo apresentado na investigação qualitativa, foi utilizada a modalidade Estudo de Caso (LUDKE; ANDRÉ, 1986), que se caracteriza por evidenciar um caso ou evento, resultando no aprofundamento de uma unidade particular, como uma pessoa, um grupo de pessoas, um evento cultural.

A pergunta geradora de pesquisa é: Que contribuições um curso sobre Derivada, com foco na Otimização, pode trazer a alunos da Engenharia Civil, ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? Desse modo, o objetivo da pesquisa é investigar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na compreensão do CDI, sobretudo no estudo da Otimização, em um curso de Engenharia Civil.

Em busca de resposta à questão de pesquisa, foram determinadas as estratégias e os procedimentos a fim de verificar se, de fato, a Resolução de Problemas potencializa uma aprendizagem com compreensão e significado. A estratégia foi a elaboração e execução de um projeto utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas, defendida por Onuchic e Allevato (2011), para trabalhar a Otimização numa turma de Engenharia Civil.

O projeto intitulado: “Um Sonho Diferenciado e Otimizado” consistiu em tarefas de natureza exploratória, abordando o estudo da Derivada através de problemas de otimização matemática (determinação de pontos máximo e mínimo relativos de uma função). Tais tarefas visavam a (re)construção de conceitos fundamentais para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral,

como perímetro, área e volume e as funções, dentre elas, a função quadrática, bem como a construção do conceito de derivada e da otimização. Vale ressaltar que as tarefas foram elaboradas com inspiração nas ideias apresentadas pelo livro de James Stewart (2013), volume 1, e pelo material didático elaborado pelos dois últimos autores deste artigo intitulado: “*Um sonho diferenciado e otimizado*”.

O estudo foi realizado em uma turma composta por 15 (quinze) alunos do terceiro semestre de um curso de Engenharia Civil, numa Faculdade localizada no município de Teixeira de Freitas, Bahia, com a observação e orientação da primeira autora deste trabalho. Os alunos colaboradores da pesquisa, por meio do teste diagnóstico inicial, revelaram ter lacunas e dificuldades na compreensão e execução de algumas atividades propostas, mesmo já tendo cursado a disciplina CDI. No entanto, mostravam-se participativos e com grande interesse em aprender.

O projeto foi desenvolvido em quatro encontros, com a duração de 4 horas/aula cada, em dias e horários estabelecidos conjuntamente com os envolvidos. Com a autorização do coordenador do curso e do professor da disciplina de Cálculo, os encontros foram realizados nos horários de aula e na própria sala dos alunos. No Quadro 1, são apresentados os temas dos Encontros e seus respectivos objetivos.

Quadro 1: Encontros e Objetivos das Tarefas de Ensino-exploratório

Encontros	Objetivos
1.º Encontro: Apresentação da proposta metodológica e aplicação do teste diagnóstico.	Diagnosticar o nível de conhecimento sobre Limite e Derivada de funções.
2.º Encontro: Reconceitualizando a derivada.	Reconceitualizar o conceito de derivada.
3.º Encontro: O estudo da Otimização.	Utilizar a otimização como ferramenta na aprendizagem do Cálculo.
4.º Encontro: O estudo da Otimização.	Utilizar a otimização como ferramenta na aprendizagem do Cálculo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os encontros seguiram uma estrutura comum, seguindo as características de um trabalho com o ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O professor

apresenta o problema aos alunos que o leem e buscam compreendê-lo e, em seguida, reunidos em pequenos grupos, buscam resolvê-lo com a mediação e intervenção do professor. Enquanto isso, o professor observa e incentiva a participação de todos na busca da resolução do problema. As resoluções construídas pelos alunos são apresentadas na lousa, em busca de um consenso da resposta obtida, o que gera discussões e interação entre alunos e professor. Por fim, o professor formaliza o conteúdo.

#### 4. Análise e Discussão dos Dados Coletados

Como dito anteriormente, a cada encontro, foi proposto um problema no qual se utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Na busca pela resolução e solução do problema, os alunos se reúnem em pequenos grupos a fim experimentar o processo de cooperação e colaboração, dando-lhes a oportunidade de aprender uns com os outros.

À medida que os alunos, em seus grupos, se concentravam para a resolução dos problemas, foi observado e registrado pelos pesquisadores o modo com que eles interagiam entre si, analisavam e compreendiam cada problema e, também, o modo como cada uma interagia com a ideia do outro e com o grupo.

A todo momento, segundo Onuchic (1999), os participantes da pesquisa são incentivados pelo professor, que faz a intermediação, a pensar e, por sua vez, acompanhar as explorações das estratégias desenvolvidas pelos alunos e resolve, quando necessário, problemas secundários. No primeiro encontro, no qual foi aplicado o teste diagnóstico, foi observada e registrada uma insegurança por parte dos alunos, diante da tarefa a ser realizada. Essa insegurança mostrou-se proveniente da falta de intimidade dos alunos em serem protagonistas e autônomos no processo de ensino-aprendizagem, pois não estão acostumados com essa dinâmica de trabalho em sala de aula, o que pôde ter contribuído para as dificuldades na utilização de algumas propriedades desenvolvidas no CDI, por exemplo, as técnicas para calcular a derivada de uma função.

Foi possível perceber também que os alunos possuíam, mesmo que de modo fragmentado, o conhecimento da ementa exigida pelo curso de Engenharia, mas faltava-lhes orientação para utilizá-los. Diante dessas percepções, foi considerada a necessidade de trabalhar a formalização do conceito de Derivada, as regras de derivação, e o seu comportamento no plano cartesiano, como seja: interpretação geométrica da derivada num ponto como inclinação da reta tangente e gráfico da função derivada.

Para o segundo encontro, foi apresentada uma situação problema de construção civil, cujo objetivo foi buscar a otimização de uma área específica apresentada, que poderia ser resolvida

utilizando os conhecimentos prévios até então adquiridos pelos alunos, levando-os a refletir sobre todo o processo de resolução da questão e sobre a construção de seus conhecimentos.

#### 4.1 Segundo Encontro

A partir da análise dos resultados do Teste Diagnóstico, foi verificado que os alunos não tinham o conhecimento do conceito de Derivada, nem tampouco das técnicas para se encontrar a derivada de uma função, o que determinou a necessidade de (re)construção deste conteúdo para posteriormente trabalhar com a Otimização. Desta forma, foram trabalhados a formalização do conceito de Derivada, o esboço de gráfico de funções, de modo que pudessem revelar aspectos importantes do comportamento de uma função, tais como: verificar o ponto de tangência de uma reta a uma determinada curva, determinar valores extremos, intervalos de crescimento e decréscimo, concavidade e pontos de inflexão para, então, fazer um estudo da otimização matemática, tais como maximizar áreas, volumes e lucros e minimizar distâncias, tempo e custos.

Após a revisão do conteúdo citado, os alunos foram separados em três grupos e o material paradidático “Um sonho diferenciado e Otimizado” foi entregue. No material, constava o primeiro e segundo capítulo, com problemas sobre otimização enfatizando o conteúdo Área.

No segundo capítulo, é apresentada a seguinte questão: “Agora, imaginem-se ser o engenheiro Barreto. Vocês poderiam encontrar uma solução para o problema do Sr. José? Ou melhor, qual será a maior área que o Sr. José poderá obter através do perímetro especificado?” Todos os grupos resolveram da mesma forma, deduziram que a figura era um quadrado e dividiram o perímetro por quatro. O resultado estava correto, no entanto, sem qualquer validação matemática que trouxesse garantia da não existência da área maior para a figura geométrica de perímetro especificado. Dessa forma, eles encontraram os lados côngruos iguais a 13m, que caracterizam um quadrado, porém não levaram em consideração que existem outras figuras geométricas com o perímetro igual a 52m. Isso nos mostra que foi uma coincidência, embasada no fator sorte. Segue uma das resoluções, conforme Figura 1.

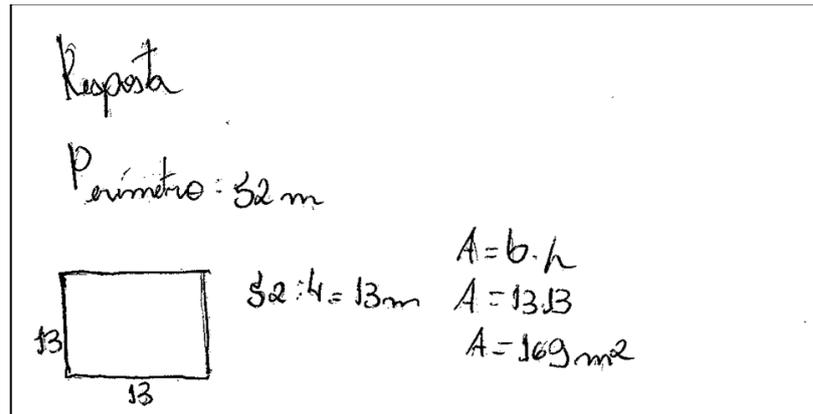


Figura 1: Resolução do primeiro problema do material didático “Um sonho diferenciado e Otimizado”, realizado por um aluno do curso de Engenharia Civil.

Fonte: Dados da pesquisa.

Após a plenária e análise dos resultados, chegou-se ao consenso que a resposta é insuficiente, ou seja, outro caminho para a solução é possível, utilizando o processo de otimização matemática que consiste estabelecer a função que deve ser maximizada ou minimizada por meio de derivadas.

Assim, neste momento foi apresentada a resolução do problema (Figura 2), utilizando a Derivada, o que garantiu a otimização da área, ou seja, a maior área que o Sr. José poderia obter através do perímetro especificado.

De acordo com as informações do problema, temos que 52m de perímetro equivalem a:

$$2y + 2x = 52$$

Se dividirmos tudo por 2 teremos a equação abaixo:

$$x + y = 26, \text{ que pode ser escrita também nessas formas: } x = 26 - y \text{ ou } y = 26 - x$$

Conhecendo o perímetro, podemos descobrir a área.

A área é igual à base (que é o  $x$ ) "vezes" a altura (que é o  $y$ ).

$$A = x \cdot y$$

Substituindo a equação que temos acima, com os valores que já sabemos, nós vamos chegar à seguinte equação:

$$A = (26 - y)y$$

E resolvendo essa equação temos:

$$A = 26y - y^2$$

Aplicando a DERIVADA, pois neste caso serve para transformar a equação do segundo grau encontrada, numa equação de primeiro grau. Essa reta por sua vez, vai coincidir com o menor ou maior ponto da equação de segundo grau. É necessário que saibamos esses pontos, pois são eles que vão nos dizer a maior metragem a ser utilizada para otimizar o perímetro. Nesse caso, a derivada vai ser igual a:

$$f'(A) = -2y + 26$$

Agora, se igualarmos a zero, o resultado será uma das laterais de nosso terreno:

$$-2y + 26 = 0$$

$$-2y = -26$$

$$2y = 26$$

$$y = \frac{26}{2}$$

$$y = 13$$

Para sabermos a área otimizada, devemos substituir o valor de  $y$  na equação de segundo grau:

$$A = -(13^2) + 26.13$$

$$A = -169 + 338$$

$$A = 169$$

E então, sabemos agora que nossa maior área a ser utilizada é de  $169\text{m}^2$ .

Se observamos novamente, temos agora a área e o lado  $x$ , mas não temos o lado  $y$ . Para acharmos o lado  $y$  devemos:

$$A = x \cdot y$$

$$169 = 13 \cdot y$$

$$y = \frac{169}{13}$$

$$y = 13$$

Logo, nossos dois lados são  $13\text{m}$ . E com isso podemos ver que nem todas as casas tem a largura maior do que o comprimento. Neste caso, temos um quadrado perfeito, pois foi a melhor forma de aproveitar os  $52\text{m}$  de perímetro. O terreno então terá uma área de  $169\text{m}^2$ .

Figura 2: Resolução formal do primeiro problema do material didático “Um sonho Diferenciado e Otimizado”.

Fonte: “Um sonho Diferenciado e Otimizado”.

#### 4.2 Terceiro Encontro

O terceiro encontro foi iniciado com revisão de conceitos, tais como: taxa média de variação, taxa de variação, derivada de uma função num ponto, função derivada e extremos relativos de uma função (máximo e mínimo de uma função) e o conceito de números críticos para a resolução de problemas de Otimização.

Após relacionar estes conceitos com gráficos e ações do cotidiano, foi retornado à questão do paradidático *Um Sonho Otimizado e Diferenciado*, trabalhada no fim do segundo encontro. Neste momento, a questão proposta foi resolvida pelos pesquisadores, evidenciando os fatores definidos no estudo dos gráficos anteriormente citados. Na segunda vez que a questão foi resolvida pelos alunos,

eles alegaram um entendimento mais profundo do conteúdo, o que demonstrou uma assimilação e compreensão do conteúdo.

Em seguida, foi entregue a cada aluno uma folha com três atividades com estrutura semelhante à primeira, com um roteiro para resolver problemas de Otimização, como se pode ver na Figura 3, a seguir.

**Roteiro para resolver problemas de otimização**

1. Compreenda o problema a) O que é desconhecido? b) Quais as quantidades dadas? c) Quais as condições dadas?
2. Faça um diagrama ou desenho ilustrativo
3. Introduza uma notação a) Atribua símbolos para a quantidade a ser otimizada (maximizada ou minimizada); b) Atribua símbolos para outras quantidades desconhecidas; c) Coloque os símbolos no diagrama.
4. Expresse a quantidade a ser otimizada ( $Q$ ) em função dos outros símbolos.
5. Se  $Q$  estiver expresso em função de mais de uma variável, encontre no problema relações entre as variáveis e elimine todas menos uma da expressão de  $Q$ .
6. Encontre os valores máximo ou mínimo global (absoluto) da função.

**Novos problemas propostos**

1. Encontre as dimensões de um jardim retangular, cuja área é de  $100\text{m}^2$ , sendo o perímetro o menor possível.
2. Dentre todos os retângulos de perímetro  $64\text{ cm}$ , encontre as medidas de um em que sua áreas seja máxima.
3. Certo engenheiro precisa cercar um terreno regular com mil unidades monetária para gastar na cerca. Sabendo que dois lados opostos custam duas unidades monetárias por metro, e os outros dois lados opostos custam três unidades monetárias por metro, quais são as dimensões desse terreno para ter a maior área gastando apenas mil unidades monetárias.

Figura 3: Roteiro para resolver problemas de otimização e Atividade complementar sobre Otimização de Área, segundo Stewart (2013).

Fonte: (STEWART, 2013).

A princípio, os alunos, participantes da pesquisa, demonstraram alguma dificuldade para responder as questões. Como, por exemplo, fizeram confusão em identificar a função a ser trabalhada e em como representar matematicamente as suas ideias. Mas, com pequenas intervenções e reflexões dos estudos anteriormente discutidos, tais dificuldades foram logo superadas.

Os alunos foram à lousa responder as questões, apresentando interessantes reflexões sobre o processo de resolução. Cada um com seu modo de ver, mas todos convergindo para um mesmo ponto, utilizando com bastante eficácia, mas de modo empírico, o conceito de Otimização. A título de exemplificação, segue a primeira e segunda questões resolvidas por um dos alunos.

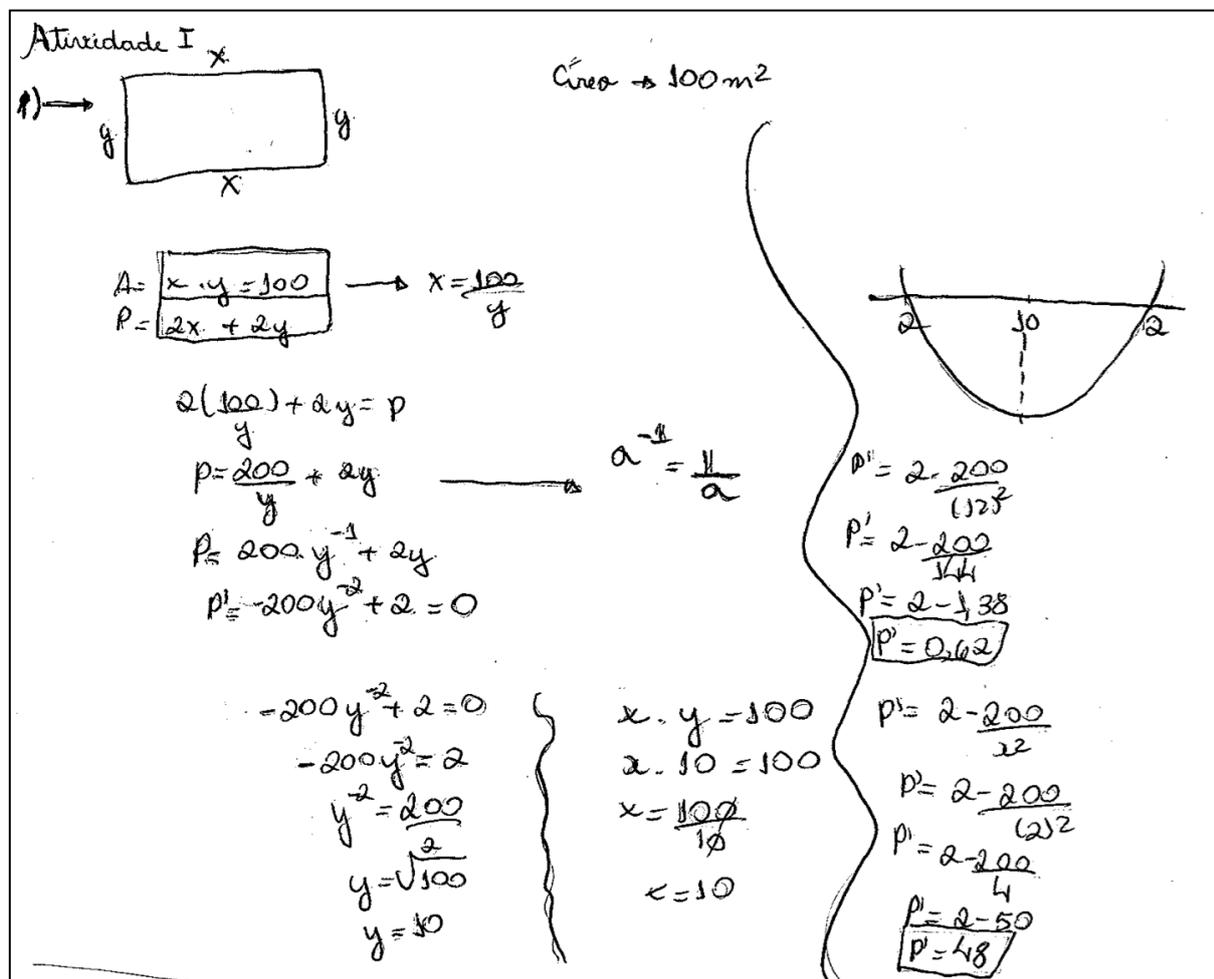


Figura 4: Resolução do problema do jardim retangular feita por um aluno do curso de engenharia civil.

Fonte: Dados da pesquisa.

Para resolver este problema, era necessário ter conhecimento de número crítico de uma função  $f$ , o qual nos permite encontrar pontos onde ocorrem extremos relativos (pontos de máximo ou mínimo) de uma função. Matematicamente, um número crítico de uma função  $f$  é um número  $c$  no domínio de  $f$  onde  $f'(c) = 0^6$  ou  $f'(c)$  não existe (STEWART, 2013, p. 281).

Percebe-se, na Figura 4, que o aluno, depois de nossa intervenção, conseguiu de forma clara e organizada desenvolver todo o processo de resolução do problemas, chegando a sua solução usando os conhecimentos adquiridos no que se refere ao estudo da derivada, especificamente o de

<sup>6</sup>  $f'(c) = 0$ , significa a derivada de uma função em um número  $c$  do seu domínio onde a derivada é nula.

Otimização. No entanto, na verificação da solução do problema, cometeu pequenos erros ao substituir o valor de  $x$  por 2. Consideramos aqui como um erro de falta de atenção.

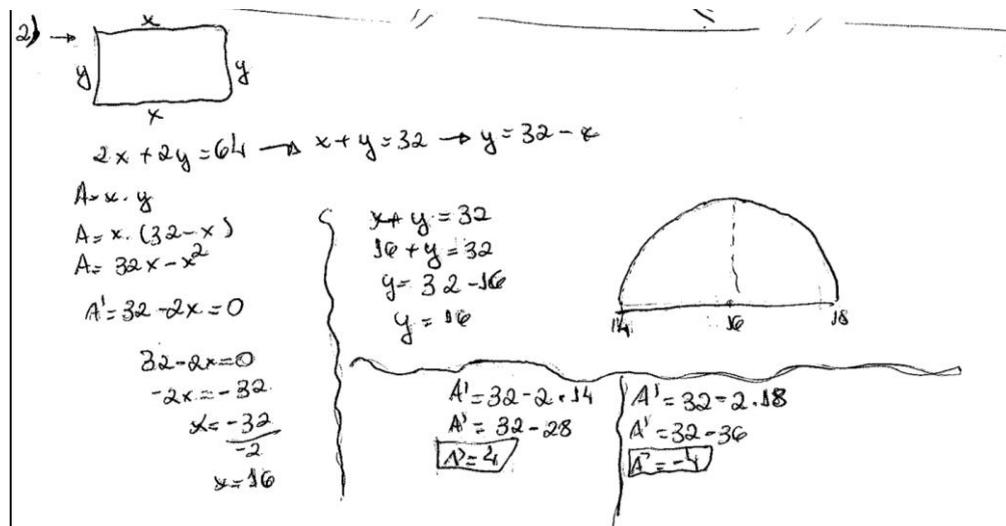


Figura 5: Resolução da segunda questão da atividade complementar sobre Otimização de área, realizado por um aluno do curso de Engenharia Civil.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta segunda questão, Figura 5, foram solicitadas as medidas dos lados de um retângulo que tivesse a maior área possível, conhecendo a medida de seu perímetro. Aqui, utilizaram o conhecimento da derivada para encontrar os números críticos. Para a surpresa dos alunos, encontraram as medidas dos lados do retângulo iguais, percebendo que essa figura era o quadrado. Muitos não entendiam que todo o quadrado é um retângulo. Foi um momento oportuno para se discutir definição e propriedades do quadrado.

Depois de encontradas as medidas dos lados da figura, o aluno buscou fazer uma análise da resposta a fim de perceber que, de fato, a medida 16 encontrada para os lados do retângulo é a que maximiza a área da figura, ao substituir o valor de  $x$  na expressão algébrica de  $A'$  por 14 e 18 respectivamente.

Em seguida, foi introduzida a terceira questão do paradidático: *Agora, imagine-se o tio José. Mostre através do Cálculo, como ele respondeu a questão: Com 9 m de tela, qual a maior área possível o poleiro poderá ter?* Durante o desenvolvimento da terceira questão, os alunos demonstraram compreender todas as informações matemáticas contidas no enunciado. Durante a atividade, houve um grande envolvimento da turma. Com muito entusiasmo, eles foram ao quadro para resolverem a questão, assumindo, dessa forma, o protagonismo das soluções, mostrando suas estratégias na resolução e, por fim, socializando-as. Eles observaram que, na primeira questão do paradidático, o perímetro era apresentado pela equação  $P = 2x + 2y$ , ou seja, havia quatro lados para serem levados em consideração neste cálculo. Já na questão foco desta aula, apenas três lados seriam

estudados. E a seguinte questão foi levantada: O que deveriam levar em consideração neste caso específico para definir a equação do perímetro? Segundo relatos dos próprios alunos, não poderiam mais utilizar a equação  $P = 2x + 2y$ , já que apenas três lados eram estudados. Após discussões e consenso, chegaram à seguinte constatação:  $P = 2x + y$ .

Foi observado um movimento de reflexões em torno da questão, o que confirma as potencialidades do uso da Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas quando ela se constitui em um contexto propício à construção do conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Após a resolução, os alunos resolveram mais duas questões que apresentavam as mesmas características. No final, por observação, foi levantada uma conjectura por um dos participantes da pesquisa:

*Sempre que formos tratar de área e tivermos que usar os quatro lados, será um quadrado a figura, caso queiramos obter a maior área e que quando apenas três lados forem utilizados, a figura será um retângulo e não quadrado.*

O fato de trabalharem utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas proposta por Onuchic oportunizou ao aluno chegar a conjecturas, o que enriqueceu o seu conhecimento. O aluno consegue transferir o que aprendeu com base na aprendizagem prévia, ou melhor, “Toda aprendizagem nova envolve transferência com base na aprendizagem prévia” (BRANSFORD; BROWN; COCKING, 2007, p. 79).

## 5. Considerações Finais

A partir da análise e discussões dos dados obtidos com a pesquisa, acreditamos que a pergunta que impulsionou o estudo, “Que contribuições um curso sobre Derivada, com foco na Otimização, pode favorecer aos alunos do curso de Engenharia Civil, ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?”, foi respondida. Os resultados demonstram que as contribuições tendem a ser positivas, entre as quais, destacamos: (1) A Metodologia de Resolução de Problemas proposta por Onuchic permitiu ao aluno a oportunidade de investigar, de refletir e de analisar os problemas propostos, assumindo uma postura de investigador, o que os torna mais confiantes e motivados em sala; (2) o Ensino da Otimização através da Resolução de Problemas despertou a atenção dos futuros engenheiros sobre a importância da Matemática em sua futura profissão; (3) a Metodologia de Resolução de Problemas tornou-se convincente aos alunos, visto que os mesmos mostravam-se cada vez mais entusiasmados nas aulas.

É válido ressaltar que o envolvimento dos alunos nos trabalhos em grupo, geralmente, desencadeia, por exemplo, as tomadas de decisões e o respeito mútuo. Outro fato observado diante da pesquisa é que a Metodologia de Resolução de Problemas, proposta por Onuchic (1999), possibilitou ao estudante de Engenharia adquirir as competências propostas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia:

O Curso de Graduação em Engenharia tem como perfil do formando egresso/profissional o engenheiro, com formação generalista, humanista, crítica e reflexiva, capacitado a absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade (MEC, 2002, p. 1).

Além disso, a todo momento, foi perceptível que os discentes saíram da zona de conforto e se colocaram ativos no processo de aprendizagem, deste modo, a sala de aula passa a ter um cenário para investigação, como preconiza Skovsmose:

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto...?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto... T” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo” (SKOVSMOSE, 2000, p.73).

Tal cenário oportunizou aos futuros engenheiros, participantes da pesquisa, vivenciarem e utilizarem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas não somente para construir novo conhecimento matemático, neste caso os conceitos de máximo e mínimo para resolver problemas de Otimização, mas também favorecer um ambiente propício para o aperfeiçoamento do ensino-aprendizagem coletivo e individual.

## 6. Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência**. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005..

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas?. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 1. ed. São Paulo: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BRANSFORD, J. D.; BROWN, A. L.; COCKING, R. R. (Orgs.) **Como as pessoas aprendem: cérebro, mente, experiência e escola.** Tradução de Carlos David Szlak. São Paulo: Editora SENAC, 2007.

CURY, H. N.; CASSOL, M. Análise de Erro em Cálculo: um pesquisa para embasar mudanças. **Acta Scientiae**, v. 6, n. 1, 2004.

HERMÍNIO, P. H. **Matemática financeira - um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem.** Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2008.

IGLIORI, S. B. C. Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e debates.** Recife: SBEM, 2009. p. 11-25.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA (MEC), **Conselho Nacional de Educação Câmara de Educação Superior: Resolução CNE/CES 11, de 11 de Março de 2002.** Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES112002.pdf>> Acesso em: 20 set. 2018.

NASSER, L. Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no tratado de gráficos. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e debates.** Recife: SBEM, 2009. p. 11-25.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics.** Virgínia: NCTM, 2000.

NUNES, C. B. A Metodologia de Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas: perspectivas à formação docente no contexto da sala de aula. In: REIS, M. J. Espíndola; FERREGUETT, Cristhiane; AUDI, Luciana C. da Costa; MOLAR, Jonathan de Oliveira (orgs.) **Educação e Desenvolvimento: diferentes olhares.** v. 2. Coleção Formação e Práxis Docente. Campinas: São Paulo, 2015. p. 61-80.

NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática.** Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2010. 430p.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41. p. 73-98. dez., 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** 2ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

REIS, F. S. Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise. In: FROTA, M. C. R., NASSER, L. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e Debates.** Recife: SBEM, 2009. p. 81-97.

RIBEIRO, M. V. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da matemática e da resolução de problemas.** Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2010. 327 p.

SANTOS, A.R. **Metodologia científica - a construção do conhecimento.** 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A editora, 2000.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000.

STEWART, J. **Cálculo.** v. I. São Paulo: Cengage Learning, 2013.