



OS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

André Pereira da Costa

Universidade Federal de Pernambuco
E-mail: <andre.pcosta@outlook.com>

Marilene Rosa dos Santos

Universidade Federal de Pernambuco
E-mail: <rosa.marilene@gmail.com>

Resumo

Este estudo teve por objetivo investigar a abordagem do conceito de quadriláteros notáveis presente em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, em especial, os tipos de tarefas explorados. Desse modo, usamos como âncora teórica a Teoria Antropológica do Didático – TAD, desenvolvida por Chevallard (1999), e a definição de quadriláteros proposta por Lima e Carvalho (2010). Com uma abordagem qualitativa, esta pesquisa apresenta uma análise documental, na qual, foi escolhido um livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2017, especificamente, o livro dedicado ao professor. Então, realizamos a identificação dos tipos de tarefas presentes no capítulo do livro voltado para o mencionado objeto geométrico. Os dados construídos sinalizam que o tipo de tarefa mais evidente no livro analisado é *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*, com uma frequência aproximada de 38,53% do geral de tarefas investigadas. O estudo desenvolvido sinaliza a tendência em abordar os quadriláteros notáveis por meio de tarefas que explorem a produção dessas figuras geométricas, fazendo uso, por exemplo, de seus atributos e de suas propriedades. Portanto, destacamos a necessidade de se abordarem os quadriláteros notáveis por meio de tarefas que explorem a produção dessas figuras geométricas, fazendo uso, por exemplo, de seus atributos e de suas propriedades. Tal demanda poderá estimular o progresso da aprendizagem geométrica dos estudantes do ensino fundamental.

Palavras-chave: Quadriláteros Notáveis; Livro Didático; Teoria Antropológica do Didático.

THE NOTABLE QUADRILATERALS IN THE 8TH YEAR OF THE ELEMENTARY SCHOOL: A STUDY UNDER THE OPTICS OF ANTHROPOLOGICAL THEORY OF THE DIDACTIC

Abstract

This study aimed to investigate the approach of the concept of notable quadrilaterals present in a didactic book of the 8th year of elementary school, especially the types of tasks explored. Thus, we use as theoretical basis the Anthropological Theory of the Didactic – ATD, developed by Chevallard (1999), and the definition of quadrilaterals proposed by Lima and Carvalho (2010). With a qualitative approach, this research presents a documentary analysis, in which a textbook of Mathematics of the 8th year of elementary school was chosen, approved by the National Program of Didactic Book - PNLD 2017, specifically, the book dedicated to the teacher. Then, we perform the identification of the types of tasks present in the chapter of the book directed to the mentioned geometric object. The constructed data indicate that the most frequent type of task in the analyzed book is *Determine the measure of a geometric magnitude associated with a notable quadrilateral*, with a frequency of approximately 38.53% of the general tasks investigated. The study shows the tendency to approach the notable quadrilaterals by means of tasks that explore the production of these geometric figures, making use, for example, of their attributes and their properties. Therefore, we emphasize the need to approach the remarkable quadrilaterals by means of tasks that explore the production of these geometric figures, making use, for example, of their attributes and their properties. Such demand may stimulate the progress of geometric learning of elementary school students.

Key words: Notable Quadrilaterals; Didactic Book; Anthropological Theory of Didactic.

LOS CUADRILÁTEROS NOTABLES EN EL 8º AÑO DE LA ENSEÑANZA FUNDAMENTAL: UN ESTUDIO BAJO LA ÓPTICA DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DEL DIDÁCTICO

Resumen

Este estudio tuvo por objetivo investigar el abordaje del concepto de cuadriláteros notables presente en un libro didáctico del 8º año de la enseñanza fundamental, en especial, los tipos de tareas explotadas. De ese modo, usamos como ancla teórica la Teoría Antropológica del Didáctico - TAD, desarrollada por Chevallard (1999), y la definición de cuadriláteros propuesta por Lima y Carvalho (2010). Con un enfoque cualitativo, esta investigación presenta un análisis documental, en el cual se eligió un libro didáctico de Matemáticas del 8º año de la enseñanza fundamental, aprobado por el Programa Nacional del Libro Didáctico - PNLD 2017, específicamente, el libro dedicado al profesor. Entonces, realizamos la identificación de los tipos de tareas presentes en el capítulo del libro orientado hacia el mencionado objeto geométrico. Los datos construidos señalan que el tipo de tarea más evidente en el libro analizado es Determinar la medida de una magnitud geométrica asociada a un cuadrilátero notable, con una frecuencia aproximada del 38,53% del general de tareas investigadas. El estudio desarrollado señala la tendencia a abordar los cuadriláteros notables por medio de tareas que explotan la producción de esas figuras geométricas, haciendo uso, por ejemplo, de sus atributos y de sus propiedades. Por lo tanto, destacamos la necesidad de abordar los cuadriláteros notables por medio de tareas que exploten la producción de esas figuras geométricas, haciendo uso, por ejemplo, de sus atributos y de sus propiedades. Tal demanda podrá estimular el progreso del aprendizaje geométrico de los estudiantes de la enseñanza fundamental.

Palabras clave: Cuadriláteros Notarios; Libro Didáctico; Teoría Antropológica del Didáctico.

Introdução

Durante muitos anos, a Geometria foi deixada em segundo plano nos cursos de formação de professores, das propostas curriculares, dos livros didáticos de Matemática, das práticas pedagógicas e, conseqüentemente, da sala de aula no ensino básico. Fenômeno esse denominado, por Lorenzato (1995), de *omissão geométrica*. Como consequência disso, tanto os professores como os estudantes apresentavam uma grande lacuna conceitual referente a esse campo matemático.

Todavia, atualmente, esse cenário tem se modificado graças ao avanço com as pesquisas no âmbito da Educação Matemática, que influenciaram, por exemplo, na elaboração de referenciais curriculares nacionais e estaduais, em decorrência do reconhecimento da importância de se estudar Geometria na escola.

Tal fato ocorreu, pois o campo geométrico possibilita o desenvolvimento motor e cognitivo das crianças, possui um uso bastante prático em diferentes situações do cotidiano, além de ser o combustível para o progresso em Ciência e Tecnologia sinalizado na sociedade pós-moderna (GÁLVEZ, 1996; LIMA; CARVALHO, 2010; COSTA, ALLEVATO, MOURA, 2017). Logo, a Geometria tem um papel muito importante na formação plena da cidadania.

Diante dessas circunstâncias todas anunciadas, os cursos de licenciatura em Matemática retomaram a oferta de disciplinas relacionadas à Geometria, o livro didático utilizado nas escolas básicas passou a abordar esse saber em seus capítulos, inclusive, de forma articulada com outros campos matemáticos (PAIS, 2006; SILVA, OLIVEIRA, SANTANA, CARDOSO, 2013; LIMA, 2014; SILVA, SIQUEIRA, 2016).

Assim, o fenômeno da *omissão geométrica*, aos poucos, entra em declínio. Contudo, os resultados de avaliações em larga escala, entre elas, o Programme for International Student Assessment – PISA (OECD, 2015), o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2015) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco – SAEPE (PERNAMBUCO, 2015) mostram que alunos da educação básica de diferentes escolaridades apresentam desempenho insatisfatório com relação aos itens sobre Geometria.

Além disso, pesquisas educacionais, sobretudo, as voltadas para a Educação Geométrica, têm percebido que alunos do ensino fundamental (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS; 2015b; 2016a), do ensino médio (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS; 2015a; 2016b), professores de Matemática em processo de formação inicial (COSTA, ROSA DOS SANTOS, 2016; 2017a; 2017b) e em efetivo exercício profissional (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2016c) demonstram as mesmas dificuldades conceituais de aprendizagem referentes ao saber quadriláteros notáveis, sobretudo, em questões sobre produção e inclusão de classe.

Com base nas orientações curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) e os Parâmetros Curriculares para a Educação Básica de Pernambuco

(PERNAMBUCO, 2012), propõem que o conceito de quadriláteros notáveis seja formalizado no 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, estudantes de escolaridades mais avançadas não deveriam sinalizar grandes dificuldades ao lidarem com problemas sobre esse conceito.

Tais contextos parecem sinalizar que a Geometria tem sido trabalhada de forma tímida na sala de aula do ensino básico, e que muitos docentes ainda não se sentem confortáveis em explorar esse campo da Matemática na sua prática docente. Diante dessas evidências, é possível que a *omissão geométrica* ainda sobreviva na escola básica brasileira.

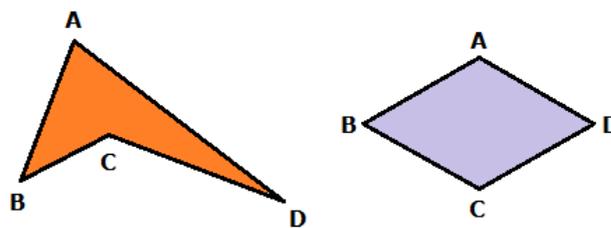
Dessa forma, faz-se necessário analisar como a Geometria tem sido vivenciada na educação básica, em especial, como os seus conceitos são abordados no livro didático de Matemática. Nesta pesquisa, traçaremos esse itinerário, isto é, objetivamos investigar a abordagem do conceito de quadriláteros notáveis presente em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, em especial, os tipos de tarefas explorados, tendo por âncora teórica a Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard (1999), e a definição de quadriláteros, proposta por Lima e Carvalho (2010).

Referencial Teórico

a) O conceito de quadriláteros notáveis

Na definição dos quadriláteros, consideramos quatro pontos A, B, C e D quaisquer em um plano, de forma que três deles não podem estar localizados em uma mesma reta. Então, conforme ilustrado na Figura 1, o conjunto de pontos pertencentes aos segmentos de reta *AB*, *BC*, *CD* e *DA* chamamos de quadrilátero *ABCD* (LIMA; CARVALHO, 2010).

Figura 1 – Representação de quadriláteros



Fonte: Elaborado pelos autores.

No campo da Geometria, podemos encontrar dois grupos de quadriláteros: os *notáveis* e os *não notáveis*. Os quadriláteros notáveis são compostos pelos trapézios e pelos paralelogramos, que também incluem o retângulo, o losango e o quadrado. Já os quadriláteros não notáveis são estabelecidos pelo quadrilátero trapezoidal e pelos quadriláteros não convexos.

Na sala de aula, é importante realizar atividades voltadas para o estudo desses quadriláteros notáveis, de forma sistemática. Para isso, o uso de softwares de Geometria Dinâmica pode ser uma possibilidade, sobretudo, em atividades que explorem construção e classificação dessas figuras geométricas em diversas posições. Desse modo, será possível superar algumas dificuldades conceituais de aprendizagem dos estudantes, entre elas, a dificuldade em considerar o quadrado como um paralelogramo que é retângulo e losango ao mesmo tempo.

Alguns estudos (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2015a; 2015b; 2016a; 2016b; COSTA, ROSA DOS SANTOS, 2016; 2017a; 2017b) têm sinalizado que pessoas de diferentes escolaridades apresentam o mesmo tipo de erro e, conseqüentemente, a mesma dificuldade em questões sobre os quadriláteros notáveis, entre elas, as referentes à identificação desse tipo de figuras geométricas em posições não padronizadas, exploradas em sala de aula.

Além disso, independentemente do tipo de quadrilátero e de sua posição, é importante refletir que suas propriedades não são alteradas. Se isso não fosse válido, então, por exemplo, ao mudarmos a posição de uma cadeira em nossa sala de aula, logo, ela deixaria de ser cadeira (o que é um absurdo). Portanto, o papel do professor é essencial, sobretudo, na organização de intenções pedagógicas que promovam a superação dessas e outras dificuldades acerca do conceito de quadriláteros notáveis.

b) A Teoria Antropológica do Didático

No estudo da análise do conceito de quadriláteros notáveis em um livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, sobretudo, as praxeologias matemáticas referentes a esse saber matemático, foi necessário buscar sustentação na Teoria Antropológica do Didático (TAD), que foi desenvolvida por Chevallard (1999). Concordamos com os autores Câmara dos Santos e Bessa de Menezes (2015, p.649) quando afirmam que:

podemos ver a TAD funcionando como uma forma de explicar a transposição didática (TD) no ecossistema da sala de aula, ou melhor dizendo, um prolongamento da teoria da transposição didática, no momento em que amplia esses ecossistemas para relações, entre objetos de ensino, que irão além da sala de aula.

Chevallard (1999) afirma que a TAD localiza a atividade matemática e, em consequência, a atividade de estudo da Matemática no grupo das atividades de origem humana e das instituições de gênese social. Por exemplo, discutir a regularidade dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática demanda a discussão de certos elementos distintos: a Matemática, os alunos, os professores, os livros didáticos, entre outros.

Nessa direção, compatibilizamos com a fala de Araújo (2009, p. 36):

[...] o saber matemático é, por conseguinte, fruto da ação humana institucional, isto é, é algo que é produzido, utilizado, ensinado ou, mais geralmente, transposto em instituições, o que

torna necessária a elaboração de um método de análise que permita a descrição e o estudo das condições de realização das práticas institucionais.

Assim, de acordo com a TAD, toda ação humana pode ser explicada por uma organização praxeológica. Essa organização é composta por quatro polos: i) *tipo de tarefa*, ii) *técnica*, iii) *tecnologia* e iv) *teoria*. Como nessa pesquisa, nosso cerne será nos tipos de tarefas, prestamos mais atenção a esse polo. Bessa de Menezes (2010, p. 79) argumenta que:

[...] a noção de tarefa, ou de tipos de tarefas, se encontra na raiz da noção de praxeologia. Podemos entender com tarefa, de acordo com a TAD, como todo e qualquer objeto que não encontramos sua existência diretamente na natureza, ou seja, será necessário realizar procedimentos próprios, no caso de nosso estudo: matemáticos, para encontrá-lo.

Em relação à ideia de tipos de tarefas, sustentada em Chevallard (1999), a autora Rosa dos Santos (2015) discute que esse elemento praxeológico incide no significado antropológico da teoria, porque abrange somente as atividades que são produzidas pelo ser humano. Em geral, a ideia de tipo de tarefa refere-se a um objetivo explícito e correto, provavelmente sinalizado, a princípio, a partir de um verbo de ação mais o complemento da frase. Dessa forma, essa pesquisadora argumenta que se tomarmos somente o verbo, como por exemplo, comparar, então, corresponderia a um gênero de tarefas, pois o que será comparado não é explicitado de maneira clara.

O teórico Chevallard (1999) alerta que os conceitos de tipos de tarefas e de tarefas, muito embora guardem sólidas conexões entre si, eles possuem diferenças. O tipo de tarefa pode ser concebido como um conjunto de tarefas que englobam muitas tarefas que apresentam os mesmos atributos. Como ilustração, reparemos T_M – *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*. Consideremos, também, T_{M1} : *Determinar a medida da abertura dos ângulos internos de um quadrado inscrito numa malha quadricular*, e T_{M2} : *Determinar a medida dos comprimentos dos lados de um losango inscrito numa malha triangular*, como tarefas de T_M . Dessa forma, as tarefas (T_{M1} e T_{M2}) compõem um tipo de tarefa (T_M).

Para que uma técnica exista, é necessário que uma justificativa, encarregada pelo estudo e pela explicação dessa técnica em relação à sua prática e à sua validação, também exista. Nesse contexto, a tecnologia possui a função de explicitar a técnica, além de tornar o tipo de tarefa compreendido.

Por sua vez, a tecnologia é uma proposição, uma afirmação possível de entender relativamente. Diante de certos cenários, há a demanda por explicação da tecnologia, passando para um momento mais abrangente de justificativa, assim, atingimos o momento da teoria. Então, a teoria busca produzir um pressuposto amplo, cujo cerne é a análise e a explicitação da tecnologia.

Comumente, todo tipo de tarefa pode ser solucionado por diferentes formatos, mas, para explicar determinada técnica, faz-se necessária a produção de diferentes justificativas. Contudo, com

base na Teoria Antropológica do Didático, a identificação das técnicas é o âmago, além dos polos tecnologia e teoria, que são específicos nas instituições.

Dessa maneira, considerando que a Matemática enquanto saber é o produto da ação humana, tendo em vista que ela pode ser explicitada por meio da organização praxeológica, centramo-nos, nessa pesquisa, em analisar os tipos de tarefas explorados no livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, acerca dos quadriláteros notáveis.

Realizando uma revisão na literatura, constatamos que no Brasil, sistematicamente, não há estudos que investiguem o conceito de quadriláteros notáveis sob a ótica da TAD. Tal revisão, efetuada em julho de 2017, constou de um levantamento da literatura científica brasileira publicada on-line nos últimos cinco anos (2012-2016), em bases de dados de periódicos científicos, anais de congressos e bancos de teses e dissertações, sobretudo Scielo, Google Acadêmico e BDTD – Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações. Para a busca dos trabalhos, foram utilizados os seguintes termos: quadrilátero(s) notável(is), quadrilátero(s), paralelogramo(s), retângulo(s), losango(s), trapézio(s), Teoria Antropológica do Didático, TAD, praxeologia(s), praxeologia matemática, praxeologia didática, tarefa(s), tipos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Não foram encontrados estudos sobre o tema nesses bancos de pesquisa.

Todavia, em decorrência de nossa participação no Encontro Nacional de Didática da Geometria e das Grandezas e Medidas, que ocorreu na Universidade Federal de Pernambuco, Campus Recife, em novembro de 2016, tivemos acesso a uma pesquisa inédita e pioneira no país, que foi apresentada durante esse evento pelos pesquisadores Costa, Câmara dos Santos e Rosa dos Santos. É importante destacar que não houve anais desse congresso, logo, tal estudo não foi publicado.

Em tal pesquisa, Costa, Câmara dos Santos e Rosa dos Santos (2016) tiveram por objetivo analisar os tipos de tarefas presentes em um livro didático do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de quadriláteros notáveis, no capítulo referente a esse saber. Os autores identificaram 31 itens, sendo percebidos 06 tipos de tarefas:

- T_R – Reconhecer quadriláteros notáveis
- T_M – Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável
- T_P – Reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis
- T_D – Associar elementos da definição ao quadrilátero notável correspondente
- T_I – Estabelecer inclusão de classes entre os quadriláteros notáveis correspondentes
- T_C – Construir quadriláteros (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS e ROSA DOS SANTOS, 2016, p.7).

Nesse cenário, entre os tipos de tarefas, o mais evidente no capítulo do livro analisado é T_R – *Reconhecer quadriláteros notáveis*, com uma frequência próxima de 39% do total de tarefas estudadas.

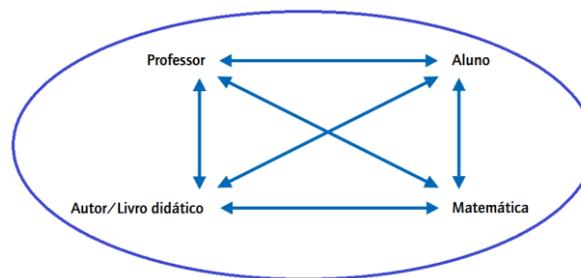
Procedimentos Metodológicos

Nesta pesquisa, investigamos o livro didático em decorrência de sua importância como recurso didático, bastante utilizado no ensino básico pelos professores de Matemática, em suas práticas docentes, e pelos alunos como fonte de informação e de construção de conhecimentos. Concordamos com Carvalho e Lima (2010, p.15) ao afirmarem que:

O livro didático traz para *o ensino e à aprendizagem* mais um personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado – no nosso caso, a Matemática –; os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade. (itálico nosso).

Para esses autores, é definida uma teia de relações que articula quatro elementos: o primeiro deles corresponde ao autor e ao livro didático, o segundo constituído pelo professor, o terceiro pelo aluno e o quarto pela Matemática, como representado na Figura 2.

Figura 2 – Rede de relações entre os quatro eixos



Fonte: Carvalho e Lima (2010, p.15).

Com uma abordagem qualitativa, esta pesquisa apresenta uma análise documental, na qual, foi escolhido um livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2017, especificamente, o livro dedicado ao professor. Então, foi analisado o livro *Vontade de saber matemática*: Souza e Pataro, produzido pelos autores Joamir Souza e Patrícia Moreno Pataro, 3ª edição, 2015. Logo, investigou-se o tópico destinado aos quadriláteros notáveis.

O livro estudado possui a totalidade de 12 capítulos, entre os quais, o conceito dos quadriláteros notáveis é abordado de modo mais sistemático no décimo primeiro capítulo, denominado *Quadriláteros e formas circulares*, que explora os conceitos de quadriláteros (paralelogramos e trapézio), circunferência e círculo, finalizando o capítulo com posições relativas. O capítulo investigado começa na página 236 e conclui na página 259, sendo dedicadas 13 páginas para o estudo do conceito analisado nesse estudo.

Além dos tópicos relacionados à parte conceitual, o capítulo possui um item de introdução, abrindo o capítulo, que discute sobre *Realidade aumentada*, cinco tópicos sobre exercícios acerca dos conceitos abordados a serem desenvolvidos pelos estudantes (*Atividades*), um tópico referente a atividades contextualizadas (*Contexto*), um tópico com questões para reflexão (*Refletindo sobre o capítulo*), um tópico com exercícios de revisão do capítulo (*Revisão*) e um tópico, no final do capítulo, com questões do Exame Nacional do Ensino Médio e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (*ENEM e OBMEP*).

Ainda no final do livro há os seguintes tópicos: *Ampliando seus conhecimentos* (com sugestões de sites que tratam de temas relacionados aos assuntos estudados no livro), *Respostas* (com as respostas dos exercícios propostos ao longo do livro) e *Bibliografia* (com a lista das referências utilizadas pelos autores na construção da obra).

No caso do livro do professor, em forma de apêndices do livro, há o tópico *Orientações para o professor*. Esse item apresenta propostas didáticas, procedimentos metodológicos e temas interdisciplinares, que, segundo os autores, tem por objetivo aprimorar a prática pedagógica do professor.

Essencialmente, a análise do livro didático foi realizada em único momento, no qual, fizemos o levantamento e a identificação dos tipos de tarefas evidentes no capítulo do livro referente aos quadriláteros notáveis. Na limitação do número de tarefas, foram verificados os itens apresentados pela obra, até mesmo nos contextos que apontavam vários itens, assim, cada item foi assinalado como uma tarefa.

Resultados e Discussão

Ao investigar o livro didático, sobretudo, o item do capítulo do livro relacionado ao conceito de quadriláteros notáveis, assinalamos 109 tarefas, que categorizamos em nove tipos de tarefas, como ilustrado na Tabela 01. Aqui verificamos que além dos seis tipos de tarefas evidenciados por Costa, Câmara dos Santos e Rosa dos Santos (2016), percebemos outros três tipos de tarefas, até então, não sinalizadas por esses autores.

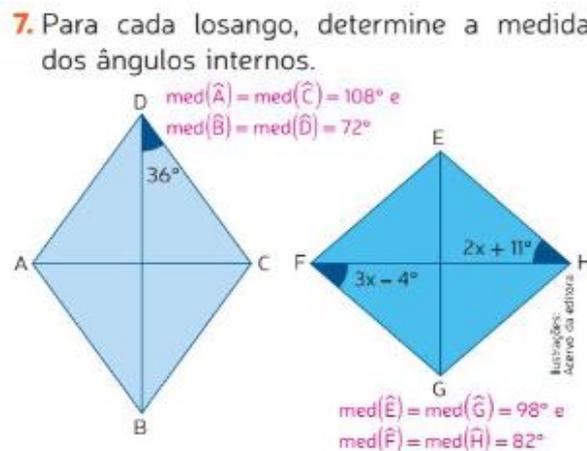
Tabela 1 – Tipos de tarefas verificadas no livro didático e suas frequências

	Tipos de tarefas	Quantidade
T _M	Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável	42
T _R	Reconhecer quadriláteros	40
T _E	Nomear elementos que compõem quadriláteros notáveis	09
T _C	Construir quadriláteros notáveis	05
T _V	Validar proposições sobre os quadriláteros notáveis	05
T _I	Estabelecer inclusão de classes entre os quadriláteros notáveis correspondentes	02
T _L	Localizar em um plano cartesiano as coordenadas dos vértices de um quadrilátero notável	02
T _P	Reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis	01
T _D	Associar elementos da definição ao quadrilátero notável correspondente	01
Total		109

Fonte: Dados da pesquisa.

Pela tabela acima, percebemos que o tipo de tarefa mais evidente no livro investigado é T_M (*Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*), que equivale a 38,53% do total de tarefas. Nesse tipo de tarefa, constatamos que há um realce à medida da abertura dos ângulos internos dos quadriláteros notáveis não inscritos em malhas, como ilustrado na figura que segue:

Figura 3 – Exemplo do tipo de tarefa T_M presente no livro didático analisado



Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 243).

Geralmente, o estudante soluciona esse tipo de tarefa somente a partir da visualização, pois como é disponibilizada a medida da abertura parcial de um dos ângulos em cada um dos itens, só é necessário mobilizar algumas importantes propriedades e relações. Como as figuras dos dois itens representam losangos, um importante elemento a ser utilizado na resolução são as suas diagonais.

No item (a), tendo em vista que as diagonais são bissetrizes do quadrilátero, então, a técnica utilizada é dividir cada ângulo contido nos vértices em dois ângulos de medidas congruentes. Então,

no item é dada a medida da abertura de um dos ângulos que formam o ângulo D, logo, a medida desse ângulo é obtida somando $36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$ ou multiplicando $2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$. Além disso, como os ângulos D e B são opostos, logo, são congruentes: $D = B = 72^\circ$. Para determinar a medida dos ângulos A e C, o aluno deve mobilizar uma importante relação (*a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°*) no triângulo formado pela intersecção das diagonais do losango, e sabendo-se que essas diagonais são perpendiculares entre si, então: $90^\circ + 36^\circ + C' = 180^\circ$.: $C' = 54^\circ$, assim, $C = 2 \cdot C'$.: $C = 108^\circ$. Novamente, como A e C são opostos e, conseqüentemente, congruentes, então, $A = C = 108^\circ$.

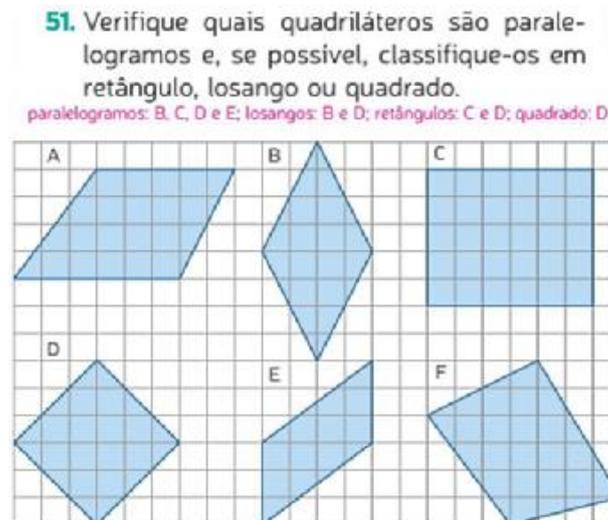
No item (b), são fornecidas as medidas de um dos ângulos que formam os ângulos F e H por meio de duas equações do primeiro grau com uma incógnita: $F' = 3x - 4^\circ$ e $H' = 2x + 11^\circ$. Como F' e H' são ângulos alternos internos, então, são congruentes: $\text{med}(F') = \text{med}(H')$, assim, $3x - 4^\circ = 2x + 11^\circ$.: $x = 15^\circ$. Dessa forma, $F' = 41^\circ$ e $H' = 41^\circ$ e, sabendo-se que as diagonais do losango também são as bissetrizes dos seus ângulos, pois, $F = 82^\circ$ e $G = 82^\circ$. Para determinar a medida dos ângulos E e G, é importante mobilizar a seguinte relação: *a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer é igual a 360°* . Além disso, como E e G são opostos pela diagonal, logo, são congruentes: $E + F + G + H = 360^\circ$, então, $E + 82^\circ + 82^\circ + G = 360^\circ$, logo, $E = G = 98^\circ$.

Se o aluno do 8º ano não conseguir perceber essas propriedades e essas relações, dificilmente, resolverá a tarefa. Tal fato reforça a necessidade de ele explicar como fez o item, para o professor ter mais condições de apreciar sua produção. Além disso, o item poderia ficar mais interessante se solicitasse que os alunos, inicialmente, construíssem os losangos, para em seguida, determinar a medida das aberturas dos ângulos internos.

O segundo tipo de tarefa mais abordado no capítulo é T_R (*Reconhecer quadriláteros notáveis*), que corresponde a 36,70% do total de tarefas. Nesse tipo de tarefa, observamos que há um destaque no reconhecimento dos quadriláteros notáveis, inscritos em malhas quadriculadas, por meio de sua representação geométrica, semelhante ao verificado por Costa, Câmara dos Santos e Rosa dos Santos (2016). Tal caso encontra-se ilustrado na Figura 4.

Comumente, o estudante soluciona esse tipo de tarefa a partir da visualização e das definições das figuras geométricas abordadas no item. Devido à malha, ele poderá comparar os comprimentos dos lados desses quadriláteros, auxiliando-se assim na resolução. Caso o aluno reconheça as figuras só pelo aspecto físico, então, ele não mobilizará as definições, provavelmente, considerará os quadriláteros dos itens (a, b, d, e, f) como paralelogramos, além de considerar a representação do item (c) como somente um retângulo.

Figura 4 – Exemplo do tipo de tarefa T_R presente no livro didático analisado



Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 257).

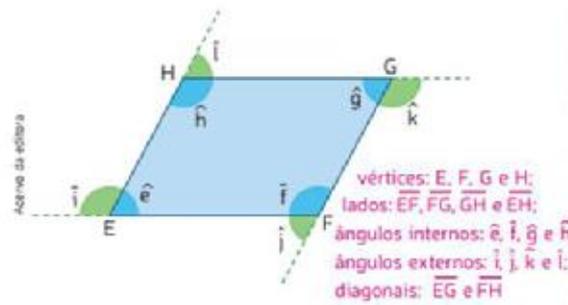
Fazendo uso das definições, o discente poderá perceber que os quadriláteros dos itens (a, f) não são paralelogramos, logo, são trapézios. As figuras dos itens (b, d) serão classificadas como losangos, a representação do item (c) será considerado retângulo e a do item (e) como paralelogramo. Além disso, se o estudante já consegue fazer inclusão de classe, isto é, articular as propriedades das figuras geométricas representadas na questão, fará a seguinte classificação: itens (a, f) – trapézios, itens (b, c, d, e) – paralelogramos, itens (b, d) – losangos, item (c) – retângulo e item (d) – quadrado.

O ideal, nessa tarefa, seria que os alunos mobilizassem as propriedades dos quadriláteros notáveis abordados no item, para isso, seria significativo que eles justificassem como resolveram a questão. Também, em vez de fornecer construções prontas das figuras na malha, a tarefa poderia pedir a produção (em malhas e/ou não).

Em seguida, em terceiro lugar, percebemos T_E (*Nomear elementos que compõem quadriláteros notáveis*) em 8,26% do total de itens investigados, com uma ênfase para os vértices dos paralelogramos (Figura 5) e dos trapézios. Para resolver esse item, o estudante precisa saber quais são os elementos que compõem o paralelogramo e suas respectivas representações algébricas.

Figura 5 – Exemplo do tipo de tarefa T_E presente no livro didático analisado

1. Nomeie os vértices, lados, ângulos internos e externos e diagonais do quadrilátero.



Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 238).

O quarto tipo de tarefa mais abordado no livro foi T_C (*Construir quadriláteros notáveis*), presente em 4,59% do total, com realce na construção de paralelogramos, como ilustrado a seguir:

Figura 6– Exemplo do tipo de tarefa T_E presente no livro didático analisado

12. Utilizando régua, compasso e transferidor, construa os paralelogramos de acordo com as medidas indicadas. Depois, classifique-os em retângulo, quadrado ou losango.

Resposta no final do livro.

ABCD	EFGH
AB = 5 cm	EF = 4,5 cm
AD = 5 cm	med(\hat{F}) = 40°
med(\hat{A}) = 90°	FG = 6 cm
$\overline{AB} // \overline{CD}$ e $\overline{AD} // \overline{BC}$	$\overline{EF} // \overline{GH}$ e $\overline{EH} // \overline{FG}$

IJLM	NOPQ
IJ = 6 cm	med(\hat{O}) = 90°
JL = 6 cm	NO = 7 cm
LM = 6 cm	OP = 3,5 cm
med(\hat{I}) = med(\hat{L})	$\overline{OP} // \overline{NQ}$ e $\overline{NO} // \overline{PQ}$

Caso não haja régua, compassos e transferidores para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a atividade ou, então, veja a possibilidade de trazer alguns compassos e transferidores para a sala de aula.

RSTU
med(\hat{R}) = 77°
med(\hat{S}) = 103°
med(\hat{T}) = 77°
RS = TU e RU \neq ST

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 244).

Esse tipo de tarefa é bastante relevante à aprendizagem do estudante, porque nas produções solicitadas, além das medidas dos comprimentos dos lados indicadas, o aluno poderá mobilizar as definições e as propriedades das figuras geométricas a serem construídas. Concordamos com Costa,

Câmara dos Santos e Rosa dos Santos (2016) ao refletirem que o livro didático deve trabalhar outros tipos de construções, que desequilibrem os estudantes, como, por exemplo, produzir um retângulo a partir de uma de suas diagonais: “geralmente nas aulas de Matemática, as atividades referentes à construção de quadriláteros notáveis, solicitam que o aluno produza um retângulo apenas a partir de um dos seus lados. Tal fato pode gerar um obstáculo didático à aprendizagem desse estudante” (p.11).

Também em quarto lugar, o tipo de tarefa mais evidente foi T_V (*Validar proposições sobre os quadriláteros notáveis*), com uma frequência de 4,59% do geral, conforme ilustrado na Figura 7. Na resolução desse item, o aluno deve considerar elementos da definição, uso das propriedades e inclusão de classe dos quadriláteros notáveis abordados na questão.

Figura 7 – Exemplo do tipo de tarefa T_V presente no livro didático analisado

- 11.** Verifique se cada afirmativa é verdadeira ou falsa. Depois, reescreva as falsas corrigindo-as.
- a) Em todo quadrilátero, a medida de dois lados opostos é congruente. F: Em todo paralelogramo, a medida de dois lados opostos é congruente.
 - b) O retângulo, o losango e o quadrado são paralelogramos. v
 - c) As diagonais de um quadrado são perpendiculares entre si. v
 - d) Em todo losango, as diagonais possuem medidas iguais e são perpendiculares entre si. F: Em todo quadrado, as diagonais possuem medidas iguais e são perpendiculares entre si.

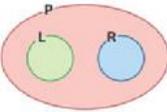
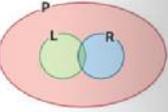
Fonte: Souza e Pataro (2015, p.244).

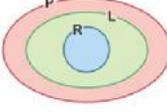
Depois, em quinto lugar, encontramos T_I (*Estabelecer inclusão de classes entre os quadriláteros notáveis correspondentes*), com 1,83% do total, que explora a articulação das propriedades dos paralelogramos, dos losangos e dos retângulos, por meio do uso de diagramas de Venn, como indicado na Figura 8.

Figura 8 – Exemplo do tipo de tarefa T_1 presente no livro didático analisado

13. Podemos representar as relações entre os paralelogramos por meio de um diagrama de Venn. Considerando **P** o conjunto dos paralelogramos, **L** o conjunto dos losangos e **R** o conjunto dos retângulos, responda.

a) Qual dos diagramas representa a relação entre esses conjuntos? **iii**

I)  III) 

II) 

Para resolver esta atividade, lembre os alunos o que são os diagramas de Venn e as operações entre conjuntos, conteúdos estudados no capítulo 3 deste volume.

b) Nesse caso, como são chamados os paralelogramos pertencentes, simultaneamente, aos conjuntos **L** e **R**? **quadrados**

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.244).

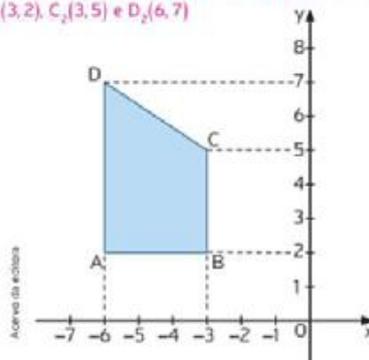
Esse tipo de tarefa será resolvido se o estudante já desenvolve a inclusão de classe, desde que tenha entendido as propriedades das figuras geométricas citadas na questão. Esse tipo de tarefa deveria ser mais presente no livro didático em situações de produção e de confrontação, de forma que desequilibre os estudantes na busca por solução(ões).

Também em quinto lugar, notamos a T_L (*Localizar em um plano cartesiano as coordenadas dos vértices de um quadrilátero notável*) em 1,83% do total, com ênfase sobre as coordenadas dos vértices que formam um trapézio, como ilustrado pela Figura 9.

Uma sugestão interessante à aprendizagem dos estudantes seria se o item solicitasse a construção da figura, porém dadas as coordenadas dos vértices. Ainda se poderiam ter fornecidas as coordenadas dos pontos de uma das diagonais do quadrilátero e, a partir disso, o aluno deveria construí-lo. Além disso, outros elementos que formam o trapézio podem ser explorados como os ângulos internos e os comprimentos dos seus lados.

Figura 9 – Exemplo do tipo de tarefa T_L presente no livro didático analisado

49. Quais são as coordenadas dos vértices do trapézio simétrico a ABCD em relação ao eixo x ? E em relação ao eixo y ?
 $A_1(-6, -2)$, $B_1(-3, -2)$, $C_1(-3, -5)$ e $D_1(-6, -7)$; $A_2(6, 2)$,
 $B_2(3, 2)$, $C_2(3, 5)$ e $D_2(6, 7)$



Fonte: Souza e Pataro (2015, p.257).

O sexto tipo de tarefa presente no livro foi T_P (*Reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis*), com 0,92% do geral. Como ilustrado na Figura 10, há um destaque para as propriedades dos paralelogramos e dos trapézios.

Figura 10 – Exemplo do tipo de tarefa T_P presente no livro didático analisado

2. Que semelhanças e diferenças há entre paralelogramos e trapézios? Resposta esperada: ambos são quadriláteros, porém, o paralelogramo possui dois pares de lados paralelos e o trapézio possui apenas um par de lados paralelos.

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.256).

Como podemos observar no tipo de tarefa ilustrado acima, o estudante poderá perceber que as duas figuras são quadriláteros, mas, o paralelogramo apresenta dois pares de lados paralelos e o trapézio tem apenas um único par de lados paralelos. Esse item poderia ter solicitado que o aluno, inicialmente, construísse os dois quadriláteros para, em seguida, estabelecer as semelhanças e diferenças.

Finalmente, ainda temos T_D (*Associar elementos da definição ao quadrilátero notável correspondente*) com uma frequência de 0,92% entre os 109 itens verificados. Conforme ilustrado a seguir, existe um realce na definição do quadrado.

Figura 11 – Exemplo do tipo de tarefa T_D presente no livro didático analisado

3. Se todos os lados de um paralelogramo tiverem medidas iguais, podemos afirmar que ele é um quadrado? Justifique.
 Não, pois para ser um quadrado o paralelogramo também deverá ter todos os ângulos internos retos.

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.248).

Nesse tipo de tarefa, o estudante poderá responder que se o paralelogramo possui medidas dos comprimentos dos lados iguais, isso não é suficiente para ser um quadrado, mas sim para ser um

losango. Para ser um quadrado, a figura deverá apresentar também as medidas dos ângulos internos congruentes. Nessa direção, a construção desses quadriláteros pelo aluno poderá ajudá-lo na solução da questão.

Considerações Finais

Ao iniciar o estudo, tínhamos por problemática analisar como a Geometria tem sido vivenciada na educação básica, em especial, como os seus conceitos são abordados no livro didático de Matemática. De forma mais específica, esta pesquisa buscou investigar a abordagem do conceito de quadriláteros notáveis presente em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, em especial, os tipos de tarefas explorados, tendo por sustentação teórica a Teoria Antropológica do Didático – TAD, desenvolvida por Chevallard (1999), e a definição de quadriláteros proposta por Lima e Carvalho (2010).

Com base nos dados construídos no estudo, evidenciamos que a TAD, sobretudo, o reconhecimento dos tipos de tarefas, possibilita realizar a caracterização da maneira como o conceito de quadriláteros notáveis é abordado no livro didático analisado. Então, foi possível constatar quais elementos são considerados e, também, os que não são trabalhados.

A análise do capítulo referente aos quadriláteros notáveis permitiu verificar que há um grande movimento de apresentar esse saber a partir das medidas de grandezas geométricas associadas a esses objetos geométricos, entre elas: abertura de ângulo, comprimento, perímetro e volume. É importante salientar que essas grandezas são vinculadas ao campo das Grandezas e Medidas, logo, parece que o campo geométrico fica em segundo plano nesse tipo de tarefa. Além disso, o estudo das propriedades dos quadriláteros é reduzido e situações de produção são pouco verificadas ao longo do tópico investigado.

Portanto, destacamos a necessidade de se abordarem os quadriláteros notáveis por meio de tarefas que explorem a produção dessas figuras geométricas, fazendo uso, por exemplo, de seus atributos e de suas propriedades. Tal demanda poderá estimular o progresso da aprendizagem geométrica dos estudantes do ensino fundamental, especificamente, os do 8º ano. Infelizmente, no livro analisado, não houve essa tendência.

Como trabalhos futuros, pretendemos realizar a praxeologia matemática pontual dos tipos de tarefas verificados nesta pesquisa, em especial, analisar as técnicas, as tecnologias e a teoria que justifica tais tarefas, de acordo com o quadro teórico da TAD.

Referências

ARAÚJO, A. J. *O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático*. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2009.

BESSA DE MENEZES, M. *Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau*. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

BRASIL. MEC. 1997. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. 3. ed. Brasília: MEC /SEF, 1997.

BRASIL. 2015. SAEB – 2015. *Matemática*. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2015. Disponível em: Acesso em: 27 fev 2017.

CARVALHO, J. P. F.; LIMA, P. F. *Escolha e uso do livro didático*. In: CARVALHO, J. P. F. *Matemática: ensino fundamental (Coleção Explorando o ensino)*. vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

CÂMARA DOS SANTOS, M.; BESSA DE MENEZES, M. A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 8, p. 648-670, 2015.

CHEVALLARD, Y. L. *Analyse de Des Pratiques Enseignantes en Théorie Anthropologique Du Didactique*. *Recherches em Didactiques des Mathématiques*, p. 221- 266, 1999.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros. *Anais... 14 Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Tuxtla Gutiérrez, 2015a.

_____. Investigando os níveis de pensamento geométrico de alunos do 6º ano do ensino médio: um estudo envolvendo os quadriláteros. *Anais... 4 Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Ilhéus, 2015b.

_____. Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do ensino fundamental. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v.5, p.3-17, 2016a.

_____. Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v.7, p.1-19, 2016b.

_____. O pensamento geométrico de professores de Matemática do ensino básico: um estudo sobre os quadriláteros notáveis. *Educação Online*, Rio de Janeiro, n.22, pp.1-19, 2016c.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; ROSA DOS SANTOS, M. O conceito de quadriláteros notáveis sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático: um olhar para os tipos de tarefas. *Não houve Anais... Encontro Nacional de Didática da Geometria e das Grandezas e Medidas*, Recife, 2016.

COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de licenciatura em matemática no estado de Pernambuco. *Anais... 12 Encontro Nacional de Educação Matemática*, São Paulo, 2016.

_____. Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes de uma Licenciatura em Matemática no Estado de Pernambuco: um estudo sob a ótica da teoria de Van-Hiele. *Educação Online*, Rio de Janeiro, n. 25, pp.63-86,2017a.

_____. O pensamento geométrico de professores de Matemática em formação inicial. *Educação Matemática em Revista – RS*, Porto Alegre, v.2, n. 17, pp.1-20,2017b.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G.; MOURA, A. R. L. Ensino-aprendizagem de orientação espacial e deslocamento nos anos iniciais do ensino fundamental: modos diferentes de ver pela pesquisa. *Vidya*, Santa Maria, v. 37, n. 1, pp. 19-34, 2017.

GÁLVEZ, C. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, C. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. pp. 236-258.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. P. F. Geometria. In: CARVALHO, J. P. F. *Matemática: ensino fundamental (Coleção Explorando o ensino)*. vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

LIMA, E. M. B. *Um estudo sobre as disciplinas de geometria em cursos de licenciatura em matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul: São Paulo, 2014.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? *A Educação Matemática em Revista*, n.4, pp.3-13, 1995.

OECD. PISA. 2015. *PISA: Results in Focus*. Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD, 2015. Disponível em: <<https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>> Acesso em: 27 fev 2017.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5^a.a 8^a série do ensino fundamental. *Anais...* Reunião Anual da Anped, Caxambu, 2006.

PERNAMBUCO. Secretaria da Educação. *SAEPE – 2015. Matemática*. Revista da Gestão Escolar. UFJF, Juiz de Fora, 2015. Disponível em: <<http://www.saepe.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/05/PE-SAEPE-2015-RG-RE-WEB2.pdf>> Acesso em: 27 fev 2017.

_____. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*. UFJF, Juiz de Fora, 2012.

ROSA DOS SANTOS, M. *A transposição didática do conceito de área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático*. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco: Recife, 2016.

SILVA, E. C. R. T.; SIQUEIRA, J. E. M. Geometria espacial no ensino médio: análise de um livro didático de matemática. *Anais...* 12 Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016.

SILVA, S. H.; OLIVEIRA, B. P.; SANTANA, L. E. L.; CARDOSO, M. B. Conteúdos de geometria no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica das representações semióticas. *Anais...* 11 Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 2013.

SOUZA, J. PATARO, P. *Vontade de Saber Matemática* (8º ano). 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

Recebido em 29/08/2017

Aceito em 27/11/2017

Sobre os autores

André Pereira da Costa

Doutorando e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor de Matemática da rede pública estadual de Recife, Pernambuco, Brasil.

Marilene Rosa dos Santos

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Atualmente é vice-coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco – UPE, Garanhuns, Pernambuco, Brasil.