



## Proposição de problema de Análise Combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula

**Adriano Alves da Silveira<sup>1</sup>**

Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

**Silvanio de Andrade<sup>2</sup>**

Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

### RESUMO

O presente artigo defende que a proposição de problemas deve ocupar um lugar de destaque nas aulas de matemática. Assim, esse estudo tem como objetivo analisar como uma abordagem em sala de aula via Proposição de Problemas pode potencializar o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. A pesquisa se situa numa abordagem qualitativa, visando a buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. A modalidade de pesquisa é caracterizada como pedagógica, segundo a qual o professor é o pesquisador de sua própria sala de aula (LANKSHEAR e KNOBEL, 2008). A metodologia escolhida para trabalhar em sala de aula foi a de Proposição de Problemas, e desenvolvida em uma turma do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos, localizada na cidade de Alagoinha-PB. Destacam-se, neste artigo, seis encontros – totalizando sete aulas, cada aula com duração máxima de 45 minutos. Contudo, aprofundamos a descrição e a análise de um encontro (duas aulas), o qual focou a proposição de problemas de Combinatória. Os resultados da pesquisa evidenciaram que os alunos perceberam a relação das palavras com as ideias essenciais de Análise Combinatória. Dessa forma, depreende-se que foram capazes de fazer relações de uma ideia matemática em diferentes contextos. Por consequência, o desenvolvimento desta atividade fomentou a aquisição de várias ideias que estavam implícitas no problema formulado, propiciando ao aluno a percepção das relações entre a matemática e sua realidade social. Conclui-se que, na proposta de proposição de problemas, em que o aluno atuou como protagonista de sua aprendizagem, foram partilhadas as descobertas comuns, defendendo-se tomadas de decisão, e se chegou a um consenso sobre todo o trabalho realizado no debate, de modo a propiciar o aprofundamento dos principais conceitos de Análise Combinatória, como também o desenvolvimento do pensamento matemático.

**Palavras-chave:** Proposição de Problemas; Análise Combinatória; Sala de Aula.

---

**Submetido em:** 11/07/2021

**Aceito em:** 11/03/2022

**Publicado em:** 02/06/2022

<sup>1</sup> Doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM/UEPB). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professor permanente do município de Sertãozinho (PB) e Professor efetivo da Secretaria de Estado da Educação, da Cultura, do Esporte e do Lazer (SEEC), Serra de São Bento, Rio Grande do Norte, Brasil. Endereço para correspondência: Sítio Mumbuca, Alagoinha, Paraíba, Brasil, CEP: 58390-000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1004-9938>. E-mail: [adriano.exatas@hotmail.com](mailto:adriano.exatas@hotmail.com).

<sup>2</sup> Doutor em Educação (Ensino de Ciências e Matemática) pela Universidade de São Paulo (USP), com Doutorado Sanduíche na University of Georgia, EUA. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Paraíba, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Desembargador Trindade, 332, apto. 603, Centro, Campina Grande, Paraíba, Brasil, CEP: 58400-260. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1490-812X>. E-mail: [silvanio@alumni.usp.br](mailto:silvanio@alumni.usp.br).

## **Problem posing of Combinatory Analysis as a starting point: classroom episodes**

### **ABSTRACT**

This article advocates that the posing of problems should occupy a prominent place in mathematics classes. Thus, this study aims to analyze how a classroom approach via Problem Posing can enhance the teaching-learning of Combinatorial Analysis. The research is based on a qualitative approach, aiming to seek meanings, interpret and understand the information obtained. The research modality is characterized as pedagogical, according to which the teacher is the researcher of his/her own classroom (LANKSHEAR and KNOBEL, 2008). The methodology chosen to work in the classroom was the Problem Posing, and developed in a 2nd year high school class at the State Elementary and High School Agenor Clemente dos Santos, located in the town of Alagoinha-PB. In this article, six meetings stand out - totaling seven classes, each class lasting a maximum of 45 minutes. However, we went deeper into the description and analysis of a meeting (two classes), which focused on the posing of Combinatorial problems. The results of the research showed that students perceived the relationship of words with the essential ideas of Combinatorial Analysis. Thus, it appears that they were able to make relations of a mathematical idea in different contexts. Consequently, the development of this activity fostered the acquisition of several ideas that were implicit in the formulated problem, providing the students with the perception of the relationships between mathematics and their social reality. It is concluded that, in the proposal of problem posing, in which the students acted as protagonist of their learning, the common discoveries were shared, defending decision making, and a consensus was reached on all the work done in the debate, in order to promote the deepening of the main concepts of Combinatorial Analysis, as well as the development of mathematical thinking.

**Keywords:** Problem Posing; Combinatorial Analysis; Classroom.

## **Proposición de problemas de Análisis Combinatorio como punto de partida: episódios de aula de classe**

### **RESUMEN**

El presente artículo defiende que la proposición de problemas debe ocupar un lugar de destaque en las clases de matemáticas. Así, este estudio tiene como objetivo analizar como una abordaje en aula de clase via Proposición de Problemas puede potencializar la enseñanza-aprendizaje de Análisis Combinatorio. La encuesta se sitúa en un abordaje cualitativo, visando a buscar significados, interpretar y comprender las informaciones obtenidas. La modalidad de encuesta es caracterizada como pedagógica, segundo la cual el profesor es el encuestador de su propia aula de clase (LANKSHEAR e KNOBEL, 2008). La metodología elegida para trabajar en aula de clase fue a de Proposición de Problemas, y desarrollada en un equipo del 2º año de la Enseñanza Media de la “Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos”, ubicada en la ciudad de “Alagoinha-PB”. Destacándose, en este artículo, seis encuentros - totalizando siete clases, cada clase con duración máxima de 45 minutos. Sin embargo, profundamos la descripción y el análisis de un encuentro (dos clases), lo cual enfatizó la proposición de problemas de Combinatorio. Los resultados de la encuesta evidenciaron que los alumnos percibieron la relación de las palabras con las ideas esenciales de Análisis Combinatorio. De esa manera, se desprende que fueron capaces de hacer relaciones de una idea matemáticas en diferentes contextos. Por consecuencia, el desarrollo de esta actividad fomentó las adquisición de varias ideas que estaban implícitas en el problema formulado, propiciando al alumno la percepción de las relaciones entre la matemática y su realidad social. Se concluye que, en la propuesta de proposición de problemas, en que el alumno actuó como protagonista de su aprendizaje, fueron compartidas las descubiertas comunes, se defendiendo tomadas de decisiones, y se llegó a un consenso sobre todo el trabajo realizado en el debate, de modo a propiciar el profundamiento de los principales conceptos de Análisis Combinatorio, como también el desarrollo del pensamiento matemático.

**Palabras clave:** Proposición de Problemas; Análisis Combinatorio; Sala de Clase.

## INTRODUÇÃO

As pesquisas sobre resolução de problemas avançaram significativamente durante os últimos 40 anos ou pouco mais. No entanto, ainda há muito o que se caminhar para que se tenha uma compreensão mais ampla do que precisa ser feito em sala de aula para ajudar os alunos a se tornarem bons solucionadores de problemas. Para avançar na pesquisa e na prática de resolução de problemas, as pesquisas sugeriram diferentes abordagens, como a proposição de problemas (SILVER, 94, 97; SINGER, ELLERTON & CAI, 2015; FELMER, PEHKONEN, KILPATRICK, 2016; JURADO, 2016A, 2016B; CAI & HWANG, 2020).

O tema Proposição de problemas aparece na literatura com diversas denominações. Em inglês, é nomeado “*Problem posing*”, o qual, ao ser traduzido por pesquisadores do mundo inteiro, surge designado como Formulação de problemas, Proposição de problemas, Criação de problemas, entre outros. Nesta pesquisa, adotamos a perspectiva de Andrade (1998; 2017), cuja orientação teórica/prática enfoca não apenas na resolução e na solução do problema, mas transpõe essa prática com a realização de um trabalho de exploração e **proposição de problemas** em perspectivas múltiplas.

Nesse contexto, o presente artigo defende que a proposição de problemas deve ocupar um lugar de destaque nas aulas de matemática. Para isso, trazemos alguns episódios de sala de aula que evidenciam o trabalho de alunos na proposição de problemas de Análise Combinatória. Assim, o estudo tem como objetivo analisar como uma abordagem em sala de aula via Proposição de problemas pode potencializar o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória.

Desse modo, nos propusemos a trabalhar em sala de aula com via Proposição de problemas. Para que isso fosse possível, elaboramos uma proposta de proposição de problemas, na qual os alunos formularam problemas de Análise Combinatória a partir de uma palavra e, posteriormente, resolveram-nos. No entanto, é importante ressaltar que o foco do trabalho é descrever o processo de proposição de problemas suscitado pelos alunos ao longo da proposta desenvolvida no cotidiano de sala de aula e suas implicações no ensino-aprendizagem de Análise Combinatória.

Portanto, a nossa proposta em trabalhar com a Resolução de problemas em sala de aula compreende, ao trabalhar com a Proposição de problemas, ir além da resolução do problema e da sua solução.

## **ENSINO-APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VIA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMA**

Algumas pesquisas, como a de (VARGAS, 2009), (ALMEIDA, 2010), (SOUZA, 2010), (SILVA, 2013) e (SILVEIRA, 2016; SILVEIRA, ANDRADE, 2020) destacam que o ensino da Análise Combinatória pode ocorrer respectivamente, através de Atividades Investigativas, Comunicação Matemática, Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas, Resolução/Exploração de problemas e Exploração, Resolução e Proposição de problemas.

Nota-se que essas propostas metodológicas valorizam a aquisição e a compreensão das ideias essenciais de Análise Combinatória, deixando de lado o uso excessivo de fórmulas, como também o ensino voltado para exercícios repetitivos, que não fazem o aluno pensar. De acordo com Silveira e Andrade (2020),

No ensino-aprendizagem de combinatória, percebe-se que no ambiente escolar, é dada ênfase conferida ao modelo fórmula-aplicação, assim é ensinado um conjunto de fórmulas e depois cabe ao aluno escolher a fórmula correta para resolver o problema proposto. Nesse sentido, os alunos não desenvolvem a compreensão dos problemas discutidos, visto que são valorizados certos mecanismos que pouco contribuem para a compreensão dos significados dos problemas de contagem, e tampouco permitem que eles desenvolvam o raciocínio combinatório (SILVEIRA; ANDRADE, 2020, p. 4).

Assim, defendemos que as novas pesquisas devem valorizar a compreensão e a formalização das ideias essenciais de Análise Combinatória. Isso pode acontecer quando colocamos o aluno em um ambiente que leve à reflexão, permita que ele tome decisões adequadas e organize as informações diante do problema proposto, desenvolvendo uma forma de pensar matemático: o raciocínio combinatório.

Silveira e Andrade (2020) pontuam que a Análise Combinatória apresenta dificuldade de natureza conceitual. Sobre isso, eles argumentam que é necessário realizar um trabalho em sala de aula que valorize a compreensão dos conceitos referente a esse tópico, já que o conhecimento das fórmulas garante muito pouco sobre como proceder em determinados problemas. Além disso, os mesmos percebem que os problemas de Combinatória não mantêm o mesmo padrão em suas resoluções. “Por isso, quando estamos diante de um problema referente a este tópico, é necessário pensar, em seguida fazer anotações, com o intuito de conhecer sua natureza, e como se procede, por exemplo, diante de uma enumeração sistemática” (SILVEIRA; ANDRADE, 2020, p. 4).

Nesse sentido, precisamos ter cuidado nas escolhas dos primeiros problemas de Análise Combinatória, é preciso que eles possuam uma quantidade relativamente pequena de agrupamentos, para que o aluno possa listar todos os agrupamentos possíveis. No caso de o problema possuir um grande número de agrupamentos, tornando uma atividade exaustiva para o estudante, daí vem a importância do Princípio Fundamental da Contagem e utilização das fórmulas de modo adequado.

Pessoa (2009, p. 72) acrescenta que, “[...] a partir de determinadas estratégias ou fórmulas que envolvem conceitos combinatórios, podemos saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um”. A pesquisadora enfatiza o *raciocínio combinatório* como um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto. Além disso, tem-se como estratégias de contagem: o raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades, por meio de uma ação sistemática, seja pelo uso de fórmula, seja pelo desenvolvimento de uma estratégia que dê conta de atender aos requisitos desses tipos de problemas, como a constituição de agrupamentos, a determinação de possibilidades e sua contagem.

Desse modo, “as fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande” (BRASIL, 2002, p. 126-127).

Defendemos aqui, que a partir de uma abordagem em sala de aula via Proposição de problemas, o aluno será capaz de perceber algumas conexões existentes entre sua vivência cotidiana e o funcionamento da sociedade com as ideias essenciais de Análise Combinatória.

Sobre isso, Jurado (2016a) pontua que uma questão natural no ensino-aprendizagem de matemática, por meio da resolução de problemas, deve-se ao fato dela estar restrita a problemas criados por outras pessoas. O pesquisador ressalta que existem problemas muito bons criados por matemáticos e educadores matemáticos, e eles podem ser muito úteis para certas circunstâncias de ensino-aprendizagem. No entanto, cada aluno tem suas peculiaridades, motivações, dificuldades e exigências, bem como seu próprio ambiente sociocultural e seu conjunto de experiências e conhecimentos anteriores.

Nesse sentido, a sociedade atual exige que o indivíduo se adapte rapidamente, com situações que exigem suas intervenções. Para tanto, é necessário saber identificar e formular problemas matemáticos que podem contribuir para a tomada de boas decisões (SINGER, ELLERTON & CAI, 2013).

Assim, defendemos nessa proposta a Proposição de problemas como um tema que possibilita ampliar os conceitos matemáticos que estão sendo construídos. Uma ideia que confirma sua relevância está relacionada ao fato de os alunos deixarem de ser meros expectadores para serem autores em sala de aula.

Nesse processo, aproxima-se a língua materna e a matemática, as quais se completam na produção de textos e permitem o desenvolvimento da linguagem específica. O aluno deixa de ser um resolvidor para ser um propositos de problemas, vivenciando o controle sobre o texto e as ideias matemáticas (CHICA, 2001, p. 151).

Silver (1994) explica que os modelos tradicionais de transmissão-recepção de ensino e aprendizagem de matemática, os quais enfatizavam os alunos recebendo passivamente o conhecimento como resultado do ensino por transmissão, eram compatíveis com uma pedagogia que colocava a responsabilidade pela proposição de problemas exclusivamente nas mãos de professores e autores de livros didáticos. Já as teorias construtivistas contemporâneas de ensino e aprendizagem, de acordo com o pesquisador, exigem que reconheçamos a importância da proposição de problemas gerada pelo aluno como um componente da atividade educativa.

Nesse cenário, é preciso avançar nas pesquisas acerca de proposições de problemas. Jurado (2016b), em um artigo intitulado “*Problem Posing: An Overview for Further Progress*”, (A Proposição de problemas: como uma visão geral para o progresso do futuro), destaca que a proposição e a resolução de problemas são dois aspectos essenciais da atividade matemática. Contudo, os pesquisadores em Educação Matemática não têm enfatizado sua atenção sobre a proposição de problemas da mesma forma como sobre a resolução de problemas. Acrescentamos também o pouco destaque acerca da exploração de problemas.

Singer, Ellerton & Cai (2013) pontuam que os pesquisadores têm reconhecido que a proposição de problemas é uma parte importante da atividade matemática, ainda que a pesquisa sobre ela não tenha sido o principal foco na pesquisa em Educação Matemática. Além disso, os autores acrescentam que, em suas explorações neste campo crescente de pesquisa em Educação Matemática, esse é o momento de mais análises sistemáticas emergirem para organizar a pesquisa e a teoria da Proposição de problemas, bem como suas aplicações à prática de ensino.

Uma abordagem em sala de aula via Proposição de problemas dá a oportunidade de os alunos criarem contextos inerentes à sua realidade e comunicarem ideias que permitirão fazer relações entre os afazeres cotidianos e os conceitos matemáticos. Desse modo, algumas pesquisas revelam que, na proposição de problemas, o aluno é desafiado a problematizar

situações vivenciadas, apresentando e descrevendo suas conexões com o meio social em que está inserido através dos seus conhecimentos cotidianos (BOA VIDA *et al*, 2008; SINGER, ELLERTON & CAI, 2013; JURADO, 2016A; SILVEIRA, 2016).

Ademais, um ambiente de proposição de problemas possibilita ao aluno desenvolver o controle sobre ideias matemáticas, pensamento crítico e capacidade de raciocínio (CHICA, 2001; BOA VIDA *et al*, 2008; SILVEIRA, 2016).

Igualmente, algumas pesquisas apontam e evidenciam que a proposição de problemas potencializa a criatividade dos alunos (SILVER, 1994, 1997; SINGER, ELLERTON & CAI, 2013; BONOTTO, SANTO, 2015; SINGER, VOICA, 2015; SILVEIRA, 2016).

Ainda, as tarefas de proposição de problemas contribuem para o desenvolvimento do pensamento matemático, possibilitam uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, como também impulsionam a capacidade de resolver problemas (SILVER, 1994, 1997; BOA VIDA *et al*, 2008, SINGER, ELLERTON & CAI, 2013, SILVEIRA, 2016).

No Brasil, o pesquisador Andrade (2017), à frente do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade (GEPEP), sob a ótica da proposta “*Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas (ERPCDP)*”, vem configurando-se como um dos mais atuantes nesse campo de investigação, desenvolvendo diversas pesquisas com o tema Proposição de problema em sala de aula.

Andrade (2017) ressalta que, em todas as pesquisas realizadas pelos membros do GEPEP, a partir de uma imersão no cotidiano da sala de aula, a proposição de problemas parece ser a ferramenta mais difícil de ser trabalhada e desenvolvida junto aos alunos. Ainda de acordo com ele, isso advém de uma prática de sala de aula concentrada apenas na resolução de problemas propostos exclusivamente pelo professor e nunca pelos alunos.

Na sua proposta, Andrade (2017) destaca que a proposição de problemas, na sala de aula, é percebida como uma ferramenta de problematização consciente que impulsiona e avança tanto o processo da resolução como o da exploração do problema. O pesquisador acrescenta que a proposição de problemas pode ocorrer tanto **antes** como **durante** e **depois** do processo de resolução e exploração de problemas.

Sobre isso, explanamos que a proposição de problemas ocorre **antes** do processo de resolução e exploração de problemas, quando o foco principal não é a solução, e sim a proposição de novos problemas, tomando como ponto de partida alguma situação que tenha

ligação com a matemática ou com alguma experiência vivenciada pelo aluno, e posteriormente a resolução dos mesmos. Além disso, a proposição de problemas ocorre **durante** o processo de resolução e exploração de problemas, quando, a partir de um problema dado, são formulados e explorados novos problemas, tanto pelo professor como pelos alunos. Ao fim, podem-se fornecer *insights* ao solucionador, possibilitando a solução do problema inicial, como também potencializando e aprofundando o conceito que está sendo construído. Por fim, a proposição de problemas pode ocorrer **depois** do processo de resolução e exploração de problemas, quando a solução de um problema impulsiona um processo de reflexões e síntese, gerando novos problemas em nível mais avançado ou não, e provocando, assim, uma aprendizagem com compreensão.

Por fim, ressaltamos que, neste estudo, a proposição de problemas ocorreu principalmente **antes** do processo de resolução e exploração de problemas. O ideal é que a proposição de problemas seja sempre o ponto de partida de todo o processo de resolução e exploração de problemas (ANDRADE, 2017).

## **METODOLOGIA**

A pesquisa se situa numa abordagem qualitativa, visando a buscar significados, interpretar e compreender as informações obtidas. De acordo com Minayo (2010, p. 21) “[...] ela trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes”.

A modalidade de pesquisa pode ser caracterizada, conforme Lankshear e Knobel (2008), como uma pesquisa pedagógica, na qual o professor é, sobretudo, o pesquisador em sua própria sala de aula, investigando e refletindo sobre sua própria prática.

A metodologia de ensino-aprendizagem escolhida para trabalhar em sala de aula foi a de Proposição de problemas, e o público-alvo, uma turma do 2º ano do ensino médio da Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Agenor Clemente dos Santos, localizada na cidade de Alagoinha-PB. Foram realizados, para esta pesquisa, seis encontros, totalizando sete aulas (um encontro teve duas aulas) – cada aula com duração de, no máximo, 45 minutos. Neste trabalho, destacamos principalmente a descrição e análise de um encontro (duas aulas) que teve como foco a proposição de problemas de Combinatória.

A sala foi organizada em grupos de três alunos e, em alguns casos, em duplas, com o intuito de um trabalho cooperativo e colaborativo. Os dados foram levantados por meio de

observações e registros dos materiais utilizados pelos alunos. Também fizemos uso de gravação sonora com a finalidade de coletar o máximo de evidências possíveis para obter mais clareza diante do que se propôs a investigar. Na intervenção, o presente pesquisador agiu como professor-pesquisador, mas também com o papel de mediador e incentivador, trabalhando em sala de aula como professor regente e dando autonomia aos alunos na construção das ideias essenciais de Combinatória.

## EPISÓDIOS DE SALA DE AULA VIA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

A estratégia utilizada para direcionar o processo de proposição de problemas foi o sorteio de uma palavra entre os grupos, e, posteriormente, eles tiveram que propor um problema de Combinatória a partir dela. Abaixo temos as palavras que foram sorteadas: **baralho; meninas e meninos; cidade; senhas; letras; livro; fila; cadeiras e futsal**. A partir de agora, evidenciaremos o trabalho realizado por cada grupo, ressaltando que foram formados seis grupos com três alunos e três duplas, num total de 24 alunos participantes. Durante a transcrição dos diálogos, vamos denotar professor-pesquisador por PP e os/as grupos/duplas por: G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8 e G9.

A palavra sorteada para o grupo G1 foi CIDADE. O grupo propôs dois problemas, dentre os quais o primeiro precisava ser reformulado, visto que necessitava de certas informações para ter sentido. O grupo solicitou a presença do professor-pesquisador e fez a leitura do problema por eles formulado.

**G1 (Aluno 2):** *Professor, já terminamos.*

**PP:** *Vocês acham que esse problema está com sentido, ou seja, os dados presentes no problema vão ser suficientes para resolvê-lo?*

**G1 (Aluno 1):** *Não sabemos, pois não resolvemos.*

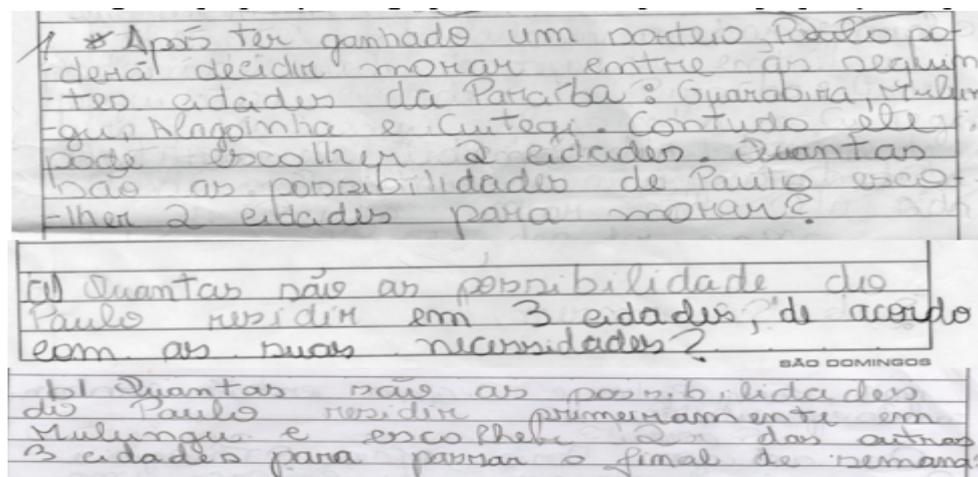
Em seguida, o grupo G1 enfatizou ao professor-pesquisador a relevância de se trabalhar com a proposição de problemas, quando o aluno 1 declara: “Professor, essa atividade trabalha com a nossa criatividade”. Para ajudar no processo de proposição do problema, insistimos e questionamos:

**PP:** *Existem quantas maneiras de ir de Alagoinha a Cuiçati?*

**G1 (Aluno 2):** *É, não colocamos quantos caminhos temos para ir para cada cidade.*

Fomos assistir aos outros grupos, mas depois o grupo G1 nos solicitou a presença para mostrar um novo problema, que era passível de solução.

**Figura 1** – Proposição de problemas do grupo G1



Fonte: Dados da pesquisa

O problema inicial e o item (a) abordam a ideia de combinação simples, visto que a ordem nas escolhas das cidades não é importante. O item (b) também trabalha com esse tipo de agrupamento, no entanto, o grupo destaca a necessidade de optar inicialmente por Mulungu e, em seguida, escolher duas entre as três cidades disponíveis.

A palavra sorteada para o grupo G2 foi BARALHO. Os alunos solicitaram a presença do professor-pesquisador, explanando que estavam com dificuldades em propor o problema, fato este sanado pela nossa mediação. Observemos o diálogo:

**G2:** Como vamos elaborar um problema com a palavra baralho?

**PP:** Seria importante vocês saberem quantas cartas tem um baralho?

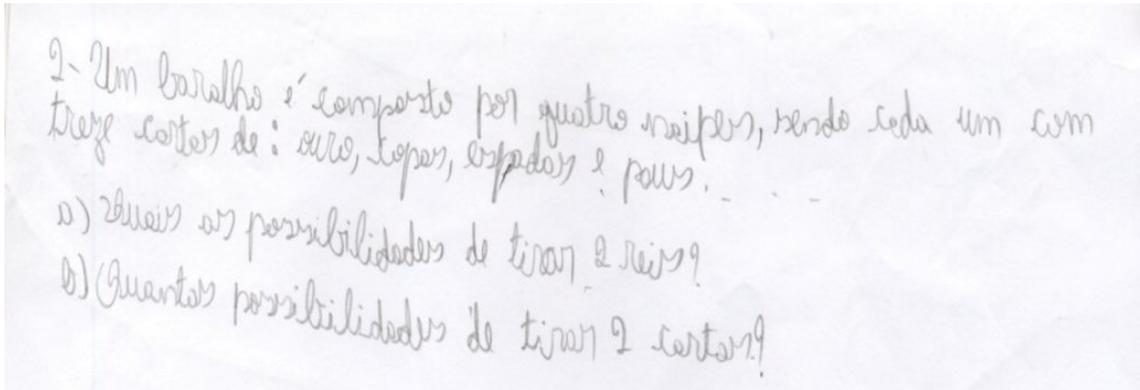
**G2 (Aluno 1):** É, são de 1 a 10.

**G2 (Aluno 2):** Não, é de 1 a 9, mais o rei, a dama, o ás e o valete, no caso 13 cartas.

**PP:** E quantos naipes?

**G2 (Aluno 3):** Quatro naipes. No caso quatro vezes treze, cinquenta e duas cartas.

É claro, para nós, que o sucesso na proposição dos problemas depende também do conhecimento dos alunos em relação às palavras sorteadas, ou seja, tornam-se imprescindíveis conhecimentos prévios durante a construção das ideias que conduzirão a proposição do problema. Desse modo, em nossa mediação, tentamos questionar os alunos de tal forma que eles pudessem construir e organizar informações que ajudassem no processo. O grupo G2 formulou o seguinte problema:

**Figura 2** – Proposição de problemas do grupo G2

Fonte: Dados da pesquisa

O item (a) trabalha com a ideia de Combinação simples. No entanto, o questionamento final para o problema foi “Quais as possibilidades” e não “Quantas possibilidades” ou até mesmo “Quais e quantas possibilidades”. Nesse sentido, para resolver o problema será necessário listar todas as possibilidades, e é possível fazer isso, já que temos uma quantidade relativamente pequena de agrupamentos. Para o item (b), também temos um problema de combinação simples, já que a ordem em que as cartas são retiradas não gera um novo agrupamento. No entanto, neste item, o uso da fórmula se faz importante, já que a lista de todas as possibilidades é um caminho muito trabalhoso.

O grupo G3 ficou encarregado de propor um problema com a palavra FILA. Inicialmente, o grupo nos solicitou e apresentou um problema que ainda necessitava de algumas informações para ser caracterizada como uma tarefa que precisava de solução. Isso porque a redação proposta pelo grupo não caracterizava uma construção semântica típica de um problema de Combinatória. Na verdade, estava mais perto de um problema de Progressão Aritmética, que expressava a posição de uma pessoa em um banco. Com isso, foi necessário intervirmos:

**PP:** *A ideia está interessante, mas como vocês querem propor o questionamento final para o problema?*

**G3 (Aluno 1):** *É, isso que não estamos conseguindo.*

**PP:** *Por exemplo, você pode estar em uma determinada posição na fila?*

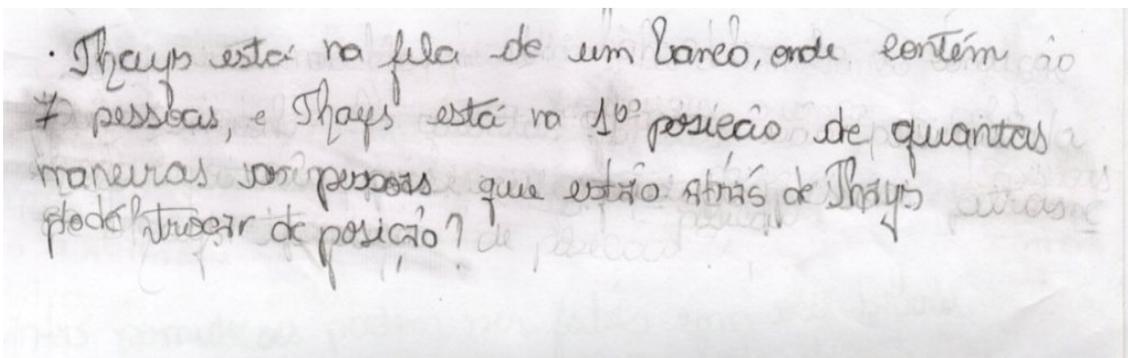
**G3 (Aluno 1):** *Pode ser o primeiro, o segundo... No caso seria como o problema da foto?*

**PP:** *Pode ser, tente fazer.*

É evidente, para nós, que, para propor um problema de um determinado tópico matemático, é necessário conhecer alguns problemas e como as ideias matemáticas vão tomando forma com a exploração desses problemas. O grupo G3 solicitou a presença do

professor-pesquisador algumas vezes, evidenciando o que estava fazendo, e, ao término da sua formulação, fez a leitura do problema.

**Figura 3** – Proposição de problemas do grupo G3



**Fonte:** Dados da pesquisa

Quando pensamos na utilização dessa palavra para propor um problema, já imaginávamos que os alunos poderiam propor uma situação como esta. Desse modo, quando vimos a sua primeira proposição do problema, tentamos não negá-la, utilizando as ideias já construídas de tal forma que conduzissem à proposição do problema. A proposta apresentada pelo grupo não é muito diferente de alguns problemas de permutação simples que encontramos em livros didáticos, no entanto, a originalidade está na imaginação e na criatividade dos alunos na proposição da atividade.

A palavra sorteada para o grupo G4 foi SENHAS. O grupo nos solicitou e conduzimos um diálogo que pudesse auxiliar na proposição do problema:

**G4:** Professor, pode ser “quantos anagramas tem a palavra SENHAS”?

**PP:** Pode. Mas a palavra senha dá que ideia? Onde você utiliza senhas?

**G4 (Aluno 2):** No banco.

**PP:** Certo. E como essas senhas são compostas?

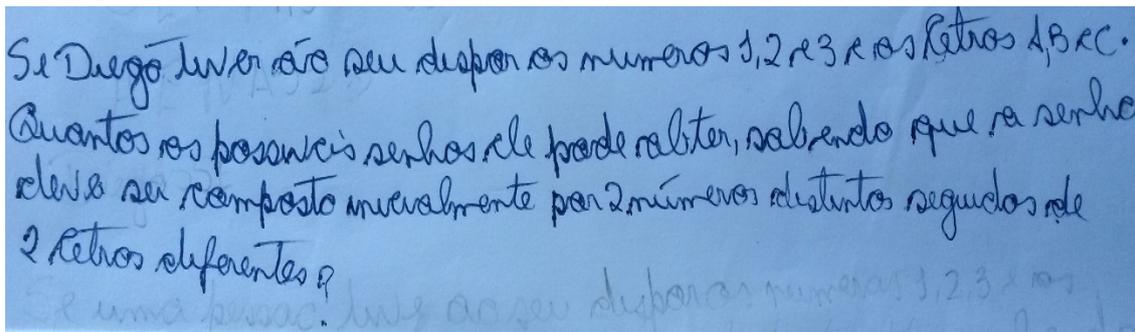
**G4 (Aluno 1):** De número.

**G4 (Aluno 3):** E também de letras.

**PP:** Isso. Veja no que isso pode ajudar vocês na proposição do problema.

**G4:** Certo, professor.

No decorrer da aula, fomos atender os outros grupos; depois, passamos para ver o trabalho realizado pelo grupo G4 e constatamos que a interação professor-grupo foi de suma importância para a formulação do problema.

**Figura 4** – Proposição de problemas do grupo G4

Fonte: Dados da pesquisa

O grupo G4 formulou um excelente problema que trabalha com o Princípio Fundamental da Contagem, como também pode ser resolvido aplicando a fórmula de arranjo simples, visto que a mudança na ordem dos números e das letras gera uma nova senha. Todavia, para resolvê-lo utilizando o conceito de arranjo, é necessário perceber que todas as possíveis senhas podem ser obtidas pelo produto dos arranjos, ou seja, escolher dois dos três números e duas das três letras para compor a senha:  $A_{3,2} \cdot A_{3,2}$ . Além disso, fazer uma lista de todas as possibilidades seria uma possível estratégia para a resolução desse problema.

A palavra sorteada para o grupo G5 foi CADEIRAS. O grupo se mobilizou para elaborar um problema e solicitou que o professor-pesquisador o examinasse. Ao observarmos o problema, notamos que eles criaram um contexto em que a palavra CADEIRAS se encaixasse, e, em seguida, levantaram um questionamento que não trazia qualquer relação com a redação construída. Na verdade, a primeira proposta mencionava pessoas sentadas em cadeiras, e o questionamento por si só era confuso, pois apontava, ao fim do problema, a necessidade de saber quantos dígitos podem ser formados a partir dos números 1, 2, 3 e 4. Aproveitando a ideia inicial enfatizada pelo grupo, questionamos:

**PP:** *Você sentou nessa cadeira, mas poderia sentar em outra?*

**G5 (Aluno 1):** *Sim. Na que Diego está, na que Wesley está.*

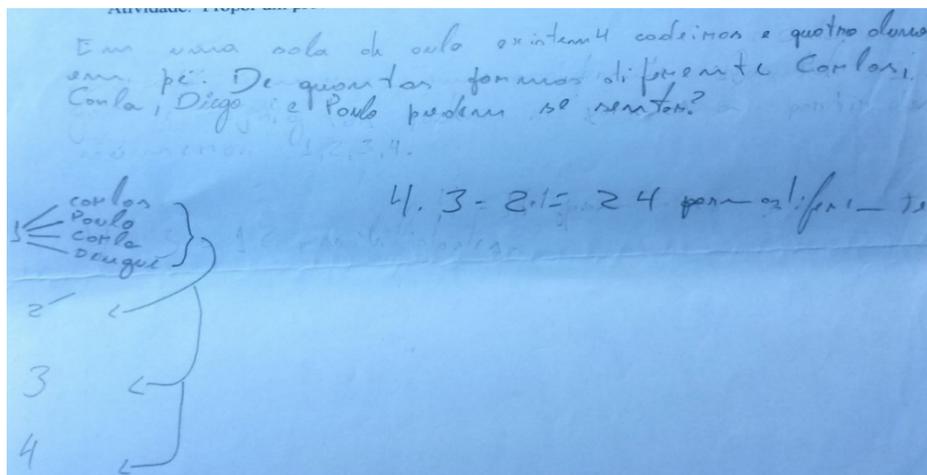
**PP:** *Isso.*

**G5 (Aluno 2):** *A gente poderia estar trocando de cadeira?*

**PP:** *Isso.*

O diálogo acima resultou na formulação do seguinte problema:

**Figura 5** – Proposição de problemas do grupo G5



Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que o problema formulado pelo grupo G5 é uma clássica aplicação de permutação simples. Contudo, devemos ressaltar que, para nós, a proposta desse problema não é algo novo. Já para o grupo trata-se de fruto de sua criatividade em conseguir observar e fazer conexões de um conceito matemático com uma situação cotidiana. É importante destacar que o grupo não só formulou, mas também fez uso do Princípio Fundamental da Contagem e resolveu o problema, como podemos observar na figura acima.

O desempenho do grupo G6 em uma proposta de exploração de problemas desenvolvida anteriormente foi excelente. No entanto, nesse momento, o grupo vai passar de solucionadores de problemas para propositores de problemas. A palavra sorteada para o grupo foi FUTSAL, e, para formular um problema com essa palavra, seria importante conhecer o contexto real em que ela está inserida. O grupo G6 solicitou a presença do professor-pesquisador e explicou o que estava pensando:

**G6 (Aluno 1):** No caso, pode ser problema que a ordem importa.

**PP:** Pode ser que a ordem importa ou não importa. Que trabalhe com o conceito do Princípio Fundamental da Contagem.

**G6 (Aluno 2):** Pode utilizar aquela ideia do problema dos times?

**PP:** Pode sim, seria uma boa proposta de problema. Vocês sabem quantos jogadores entram em quadra para jogar?

**G6 (Aluno 1):** Cinco, mais os reservas.

**PP:** Isso.

**G6 (Aluno 1):** Então a gente poderia ver quantos times diferentes podemos formar com todos os jogadores?

**PP:** Esse poderia ser outro problema.

Depois de um certo tempo, o grupo G6 nos apresentou não só um problema formulado por eles, como também a solução.

**Figura 6** – Proposição de problemas do grupo G6

1º: Haverá um jogo de futsal e são 5 jogadores em quadra e 5 no banco de reservas. Quantas as opções diferentes de formar um time?

$$C_{10,5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{30 \cdot 240}{5!} = \frac{30 \cdot 240}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{30 \cdot 240}{120} = 252$$

Fonte: Dados da pesquisa

O grupo G6 formulou um problema de combinação simples, visto que a ordem da escolha para formar um time não gera em novo time. Contudo, ao ler o problema e trazer para o contexto real, acreditamos que um fator que poderia ser levado em consideração na formação dos times é o fato de um time de futsal ser composto por quatro jogadores e um goleiro.

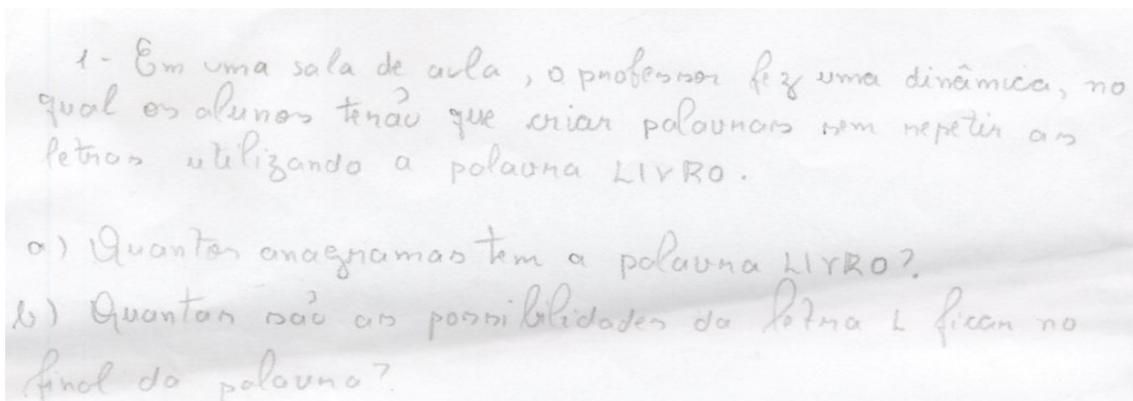
O grupo G7 ficou encarregado de propor um problema com a palavra LIVRO e imediatamente solicitou a ajuda do professor-pesquisador, questionando:

**G7:** *Pode ser quantos anagramas tem a palavra LIVRO?*

**PP:** *Pode. Mas pense e veja se consegue formular outro problema além desse.*

Em nossa proposta de atividades, trabalhada via exploração de problemas, trouxemos alguns problemas que estabeleciam a contagem do número de anagramas possíveis de uma palavra. Desse modo, em meio a uma estratégia de proposição de problemas que tem como ponto de partida uma palavra, poder-se-ia induzir os alunos à proposição de um problema que enfatizasse a necessidade de se contar a quantidade de anagramas de uma palavra. Porém, embora isso de fato tenha acontecido, percebemos que o grupo tentou criar um contexto, esbanjando sua imaginação quando colocado em uma situação que exigia intervenções. Assim, o grupo G7 deu continuidade à ideia pensada inicialmente, formulando o seguinte problema:

**Figura 7** – Proposição de problemas do grupo G7 referente

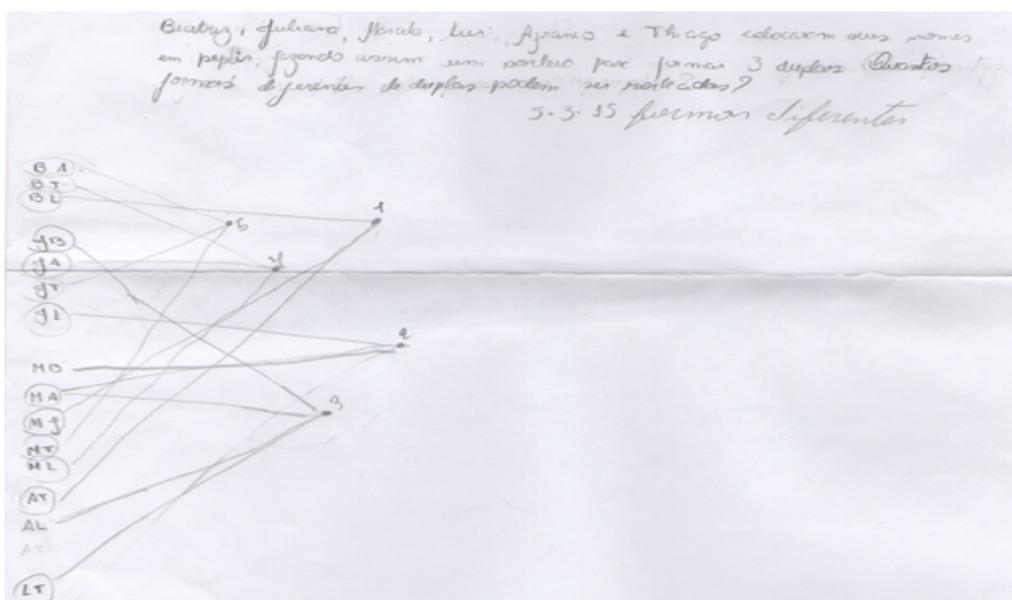


Fonte: Dados da pesquisa

O problema proposto pelo grupo G7 é composto pelos itens (a) e (b), os quais abordam o conceito de permutação simples.

O grupo G8 foi desafiado a propor um problema com as palavras MENINAS e MENINOS. Foi, então, formulado um problema bem interessante de combinação simples, sem precisar da ajuda do professor-pesquisador. Notamos que as palavras MENINAS e MENINOS foram utilizadas pelo grupo em nomes de pessoas. Além disso, o contexto descrito pelo grupo G8 evidencia a criatividade do grupo na formulação do problema. É preciso ressaltar que a autonomia do grupo ficou evidenciada não só pela proposição do problema, mas também pela resolução dele.

**Figura 8** – Proposição de problemas do grupo G8



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que o grupo notou que a mudança na ordem das duplas não gera uma nova dupla, tendo assim um problema de Combinação simples. Como temos um número relativamente pequeno de possibilidades, foi facilitada a descrição de todas as possíveis duplas.

O grupo G9 ficou encarregado de propor um problema com a palavra LETRAS. O grupo imediatamente solicitou a presença do professor-pesquisador:

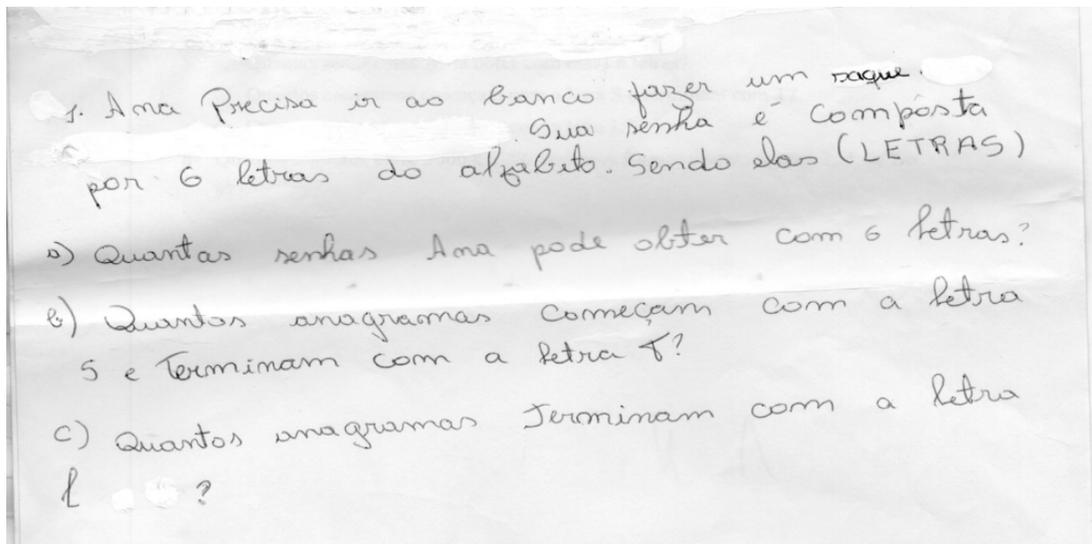
**G9 (Aluno 2):** Professor, pensamos nos anagramas da palavra LETRAS.

**PP:** Pode ser, mas tente pensar na formulação de outros.

**G9:** Ok!

O grupo manteve a ideia pensada inicialmente, porém criou um contexto no qual foram propostos os seguintes problemas:

**Figura 9** – Proposição do grupo G9 referente à primeira proposição de problemas



**Fonte:** Dados da pesquisa

Nota-se que os problemas anteriores serviram como ponto de partida para a proposição do problema proposto pelo grupo G9. Contudo, é preciso ressaltar a criatividade do grupo na proposição do problema, percebendo que, dentre os diversos usos para as letras, podemos destacar sua utilização em senhas bancárias. Desse modo, percebe-se que o grupo conseguiu fazer relações entre conceitos matemáticos e sua vivência cotidiana. O grupo propôs problemas de permutação simples. No item (a), temos seis elementos trocando de posição, ao passo que, nos itens (b) e (c), temos elementos que ficam fixos enquanto outros permutam entre si.

## **Reflexões sobre a intervenção em sala de aula via Proposição de problemas**

Na Resolução de problemas, o aluno deve pensar no conceito matemático, principalmente durante e depois do processo de resolução do problema. Isso difere na Proposição de problemas, sobretudo pelo fato de que a postura que pode/deve ser assumida pelo aluno requer uma tomada de consciência a qual exige pensar no conceito matemático antes mesmo da resolução e solução do problema.

Nesse contexto, durante a intervenção, obtivemos diversas evidências que comprovam que os alunos buscavam articular o texto escrito às ideias essenciais dos diferentes tipos de problemas de Combinatória, participando efetivamente do fazer matemática. Para que as ideias fossem expressas com clareza, foi necessário conhecer o contexto real em que uma determinada palavra estava inserida, para que, posteriormente, pudesse ser formulado um problema.

Percebe-se que, ao estruturar as ideias de forma organizada, é imprescindível que a proposição do problema tenha ligação com a matemática. A proposição bem-sucedida dos grupos G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7, G8 e G9 é fruto de sua experiência cotidiana e da compreensão dos conceitos matemáticos que estavam sendo construídos pelos alunos.

Outro elemento evidenciado foi o trabalho colaborativo, em que os alunos se mobilizavam na construção de suas ideias e defendiam, debatendo e refletindo sobre suas produções, para chegar enfim a um consenso sobre o que fizeram. Os diálogos acima evidenciam que a cooperação entre o grupo propiciou o planejamento de ações que contribuíram para a proposição do problema.

Ao finalizarem a proposição do problema, os alunos se mostraram felizes com o trabalho realizado, percebendo-se assim a relevância do potencial da participação e da aceitação das ideias dos outros. Por outro lado, podemos destacar, dos diálogos acima, a mediação do professor-pesquisador, que, por sua vez, questionou as produções dos alunos, fazendo com que eles refletissem sobre elas.

Para que os alunos avançassem na proposição dos problemas, foi preciso a exploração matemática de alguns problemas que abordavam os diferentes conceitos matemáticos referentes à Combinatória. Nesse sentido, Chica (2001, p. 15) afirma que “é natural que muitos alunos usem o repertório de problemas conhecidos como apoio para realizar a tarefa proposta”. Tivemos, pois, diversos diálogos que comprovam que os grupos tomaram como ponto de partida outros problemas para desenvolver suas propostas.

Os diálogos anteriores evidenciam que os grupos G3, G4, G5 e G6 retomaram ideias de outros problemas que pudessem auxiliar suas proposições de problemas. Entretanto, percebemos que os grupos também se apropriaram da estrutura matemática do problema, como, por exemplo, o grupo G3, que propôs um problema em que se fixava um elemento e os outros trocavam de posição entre si, conforme problemas trabalhados anteriormente em sala de aula.

Durante o desenvolvimento da proposta de proposição de problemas, tivemos o receio de os alunos recorrerem a proposições que apontavam a necessidade de fazer a contagem dos anagramas da palavra sorteada. Isso de fato ocorreu durante algumas propostas formuladas pelos grupos G4, G7 e G9. Contudo, notamos a capacidade inventiva dos alunos em criar um contexto para dar um sentido significativo ao problema, quando se pensa na interpretação dada ao resultado numérico, em termos de funcionamento da sociedade.

Destacamos então o grupo G9, o qual percebeu que, ao fazer a troca das letras da palavra LETRAS, obtêm-se todos os anagramas desta palavra, o que resulta em todas as senhas possíveis que se pode formar. Desse modo, o esgotamento de todas as possibilidades garante que uma das senhas formadas possibilite o acesso à conta do banco. A proposição desse problema evidencia que o grupo utilizou a Combinatória para fazer intervenções em seu cotidiano, percebendo relações entre ideias matemáticas e o contexto em que foi escrito. Assim, a matemática ganha sentido quando o aluno percebe que a solução dada a um determinado problema não deve ser vista apenas como um valor numérico, mas que as interpretações explicam os interesses e o funcionamento da sociedade.

Além disso, tivemos algumas proposições semelhantes aos problemas que encontramos em alguns livros didáticos. Como, por exemplo, os problemas formulados pelos grupos G3, G5 e G7.

Em contrapartida, é preciso ressaltar que as propostas dos problemas citados acima são frutos da criatividade dos alunos. Ao serem colocados em um ambiente que exige sua intervenção, percebemos que suas descobertas vão fazendo sentido em meio aos questionamentos e às reflexões feitas durante a produção do texto.

Os grupos propuseram diversos problemas, alguns dos quais necessitavam ser reformulados pelo fato de não se caracterizarem por problema que precisa de resposta, já que o enunciado não estava claro. Enfatizamos, nesse caso, o problema formulado pelo grupo G6, em que o enunciado do problema destacava que havia dez jogadores de futsal e questionou quantos times poderiam ser formados. Ao trazermos essa situação para um contexto real, fica claro, para

nós, que um dos cinco jogadores que compõem um time de futsal será o goleiro. Desse modo, para não causar imprecisão na interpretação do problema, seria relevante informar que quaisquer jogadores poderiam atuar como goleiro. É preciso ressaltar que, durante a resolução deste problema, os alunos não apresentaram essa possível interpretação do problema.

Portanto, ao dar a oportunidade de os alunos serem escritores em sala de aula, eles ficaram entusiasmados em participarem do fazer matemática. Por sua vez, tiveram facilidade em interpretar suas proposições de problemas, sendo capazes de relacionar uma ideia matemática com a sua vivência cotidiana.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Na proposta de proposição de problemas, os alunos foram desafiados a propor um problema de Combinatória a partir de uma palavra. Notamos que, de modo geral, eles perceberam a relação das palavras com as ideias essenciais de Análise Combinatória. Assim, foram capazes de fazer relações de uma ideia matemática com diferentes contextos. Por consequência, o desenvolvimento dessa atividade fomentou a aquisição de várias ideias que estavam implícitas no problema formulado, propiciando, ao aluno, a percepção das relações entre a matemática e sua realidade social.

Todas as experiências vivenciadas em sala de aula e descritas nesta pesquisa proporcionaram um diálogo entre a teoria e a prática, trazendo reflexões sobre como os alunos mobilizam seus conhecimentos no estudo da Combinatória a partir de uma abordagem inovadora do tema, apoiada na proposta de “*Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração, Resolução, Proposição, Codificação e Descodificação de Problemas (ERPDP)*”.

Ademais, ao pesquisar nossa própria prática docente, acreditamos ter contribuído também para o aperfeiçoamento da nossa identidade profissional, visto que ficamos atentos sobre como nossas ações surtiram efeitos positivos na aprendizagem dos alunos. Dessa forma, esta pesquisa propiciou experiências que serviram para a nossa formação continuada ao possibilitar reflexões sobre como a abordagem via Proposição de problemas surtiu efeitos positivos no processo de ensino-aprendizagem dos alunos em sala de aula.

Portanto, o ensino de matemática centrado na Proposição de problemas possibilitou aos alunos a oportunidade de participar efetivamente das discussões em sala de aula. Neste tipo de ambiente, que teve o aluno como protagonista de sua aprendizagem, foram partilhadas as descobertas comuns, com tomadas de decisão, e se chegou a um consenso sobre todo o trabalho

realizado no debate, de modo que propiciou o aprofundamento dos principais conceitos de Análise Combinatória, como também fomentou o desenvolvimento do pensamento matemático. Com isso, de modo geral, os alunos não apresentaram dificuldades em resolver problemas que eles mesmos formularam, possibilitando assim um avanço nos diferentes tipos de agrupamentos de Análise Combinatória.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. L. de. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio.** 2010. 166f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto/MG, 2010.
- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1998.
- ANDRADE, S. **Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemático no Cotidiano da Sala de Aula.** In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). *Perspectivas para Resolução de Problemas*, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.
- BOAVIDA, A., PAIVA, A., CEBOLA, G., VALE, I., & PIMENTEL, T. (2008). **A experiência Matemática no Ensino Básico** – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação – Direção-geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- BONOTTO, C.; SANTO, L. D. **On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School.** In: SINGER, F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. (Eds.). *Mathematical problem posing: from research to effective practice*. New York: Springer, 2015. p. 103-123.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília, DF: MEC, 2002.
- CAI, J; HWANG, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**, v. 102.
- CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001, p.151-173.
- FELMER, P., PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.). (2016). **Posing and solving**

**mathematical problems:** advances and new perspectives. Switzerland: Springer.

JURADO, U. M. Creación de problemas. Avances y desafíos en la educación matemática. **REMATEC**, v. 11, n. 21, p. 79-90, 8 nov, 2016a.

JURADO, U. M. Problem Posing: An Overview for Further Progress. In: LILJEDAHL, PETER et al. **Problem solving in Mathematics education**. Hamburg, Germany, University of Hamburg, 2016, p. 31-34, 2016b.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MINAYO, M.C.S. Trabalho de Campo: contexto de observação, interação e descoberta. In MINAYO, M.C.S. (Org.); DESLANDES, S.F; GOMES, R. **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. – 29. ed. – Petrópolis: Vozes, 2010.

PESSOA, C. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º anodo Ensino Fundamental ao 3º anodo Ensino Médio**. 2009. 267 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, 2009.

SILVA, A.P. **Ensino e Aprendizagem de Análise Combinatória Através da Resolução de Problemas: um olhar para a sala de aula**. 2013. 92f. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande/PB, 2013.

SILVEIRA, A. A. **Análise em sala de aula: uma proposta de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas**. 2016. 234f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, e020017, 01 de maio de 2020.  
<http://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/259>

SILVER, E. A. **On mathematical problem posing**. For the Learning of Mathematics, 14(1), p. 19–28, 1994.

SILVER, E. **Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing**. *ZDM*, 3, 75-80, 1997.

SINGER, F. M; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions**. Educational Studies in Mathematics An International Journal. New York, v. 82, n. 3, p. 1-7, mar. 2013.

SINGER, F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. (Eds.). (2015). **Mathematical problem posing: from research to effective practice**. New York: Springer.

SINGER, F. M.; VOICA, C. **Is Problem Posing a Tool for Identifying and Developing Mathematical Creativity?** In: SINGER, F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. (Eds.). *Mathematical problem posing: from research to effective practice*. New York: Springer, 2015. p. 141-174.

SOUZA, A.C.P. de **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**. 2010. 343f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 2010.

VARGAS, A.F. **O Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas com Atividades Investigativas**. 2009. 110f. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2009.