



Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino na sistematização do sistema de numeração no contexto da formação inicial de professores

Josélia Euzébio da Rosa¹

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL

Fabiana de Souza Marcelo²

Professora da Educação Básica, Tubarão.

RESUMO

Este artigo investiga o desenvolvimento do pensamento matemático na formação inicial de professores no contexto do Curso de Pedagogia de uma universidade localizada no sul do Estado de Santa Catarina, Brasil. Especificamente, o trabalho investiga o desenvolvimento do pensamento matemático em nível teórico, mediado pelo sistema de numeração. Ao longo do semestre 2020/2, um experimento didático desenvolvimental foi realizado em caráter investigativo, com trinta e quatro acadêmicos do quarto e sexto semestres, matriculados na Unidade de Aprendizagem (disciplina) Fundamentos e Metodologias de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, na forma remota. O método que sustentou as ações foi o materialista histórico-dialético. Uma das principais características deste método consiste na premissa de que o fenômeno investigado deve ser considerado em sua totalidade, na indissociabilidade entre teoria e prática. A metodologia de pesquisa adotada foi o experimento didático desenvolvimental. Tal metodologia está atrelada à compreensão de que é pelo ensino que se aprende, e ao aprender, se desenvolve. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas de um ensino organizado com base nos conteúdos e métodos que possibilitem a promoção do desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes a partir da apropriação de conhecimentos científicos. O experimento didático investigativo foi organizado a partir do desenvolvimento de problemas, no contexto de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, por meio de quatro ações de estudo. Para a análise de dados foram selecionados episódios que indicam o desenvolvimento de cada uma das ações de estudo. Concluímos que se faz necessário repensar o modo de organização do ensino do sistema de numeração desde os primeiros anos escolares. O contato apenas com uma de suas particularidades, a decimal, durante toda a Educação Básica, obstaculizou a apropriação da essência deste sistema, impossibilitou o trânsito correto entre uma base e outra, a partir de sua relação geral que dá origem as diferentes bases numéricas particulares. Para tanto, faz-se necessário repensar, não apenas os cursos de formação inicial, mas, também, a formação contínua de professores.

Palavras-chave: Pedagogia; Educação Matemática; Sistema de Numeração.

Development Teaching Theory and Teaching Guidance Activity in systematization of numbering system in the initial teacher education context

ABSTRACT

This article investigates the development of mathematical thinking in the initial teacher training context in the Pedagogy Faculty of a university localized in the Southern of the State of Santa Catarina. The work investigates

Submetido em: 02/07/2021

Aceito em: 19/02/2022

Publicado em: 06/06/2022

¹ Doutora em Educação Matemática pela Universidade Federal do Paraná. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina. Endereço para correspondência: Av. José Acácio Moreira, 787 - Dehon, Tubarão - SC, 88704-900. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5738-8518>. E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br.

² Especialista em Inovação na Educação pela Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). Professora da Educação Básica. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7438-2783> E-mail: fabianamarcelo@hotmail.com.

specifically the development of mathematical thinking at theoretical level mediated by the numbering system. Throughout the semester 2020/2, an investigative developmental educational experiment was carried out with thirty-four students of the fourth and sixth semesters, enrolled in the Learning Unit (subject) Fundamentals and Methodologies of Mathematics for the Early Years of Elementary School, in the remote way. The method that supported the actions was the historical-dialectical materialist. One of the main characteristics of this method is based on the premise that the phenomenon investigated should be considered in its totality, in the inseparability between theory and practice. Research methodology adopted was the developmental educational experiment. Such methodology is linked to the understanding that is through teaching that one learns, and when learning, this one develops. However, it is not about any teaching but through a teaching organized based on contents and methods which make possible promoting develop theoretical thinking of students from their appropriation of scientific knowledges. Investigative teaching experiment was organized from problems development, in Triggering Learning Situations context, and by four study actions. For data analysis, episodes that indicate the development of each study action were selected. We conclude that it is necessary to rethink the teaching organization of the numbering system since the early school years. The contact with only one of its particularities, the decimal, throughout Basic Education, hindered the appropriation of the essence of this system, making it impossible to correctly transit between one base and another, from its general relationship that gives rise to the different numerical bases. Therefore, it is necessary to rethink not only the initial training courses, but also the continuous training of teachers.

Keywords: Pedagogy; Mathematics Education; Numbering System.

Teoría de la Enseñanza del Desarrollo y Actividad Orientadora de Enseñanza en la sistematización del sistema de números en el contexto de la formación inicial de maestros

RESUMEN

Este artículo investiga el desarrollo del pensamiento matemático en la formación inicial de maestros en el contexto de una Facultad de Pedagogía de una universidad localizada en sur del Estado de Santa Catarina, Brasil. Específicamente, el trabajo investiga el desarrollo del pensamiento matemático a nivel teórico, mediado por el sistema de numeración. A lo largo del semestre 2020/2, un experimento didáctico de desarrollo fue realizado en carácter investigativo, con treinta y cuatro académicos de los cuarto y sexto semestres, matriculados en la Unidad de Aprendizaje (signatura) Fundamentos y Metodologías de Matemática para los Años Iniciales de la Enseñanza Fundamental, de manera remota. El método que sustentó las acciones fue el materialista histórico-dialéctico. Una de las principales características de ese método consiste en la premisa de que el fenómeno investigado debe ser considerado en su totalidad, en la inseparabilidad entre teoría y práctica. La metodología de investigación adoptada fue la experimentación didáctica del desarrollo. Tal metodología está ligada con la comprensión de que es por medio de la enseñanza que se aprende, y cuando aprende, se desarrolla. Pero no se trata de cualquier enseñanza, sino de una enseñanza organizada con base en contenidos y métodos que hagan posible la promoción del desarrollo del pensamiento teórico en los estudiantes desde la apropiación de conocimientos científicos. La experimentación didáctica investigativa fue organizada desde el desarrollo de problemas, en el contexto de Situaciones Desencadenantes de Aprendizaje, por medio de cuatro acciones de estudio. Para análisis de datos fueron elegidos episodios que indican el desarrollo de cada una de las acciones de estudio. Concluimos que es necesario repensar la organización docente del sistema de numeración desde los primeros años escolares. El contacto con una sola de sus particularidades, el decimal, a lo largo de la Educación Básica, dificultó la apropiación de la esencia de este sistema, imposibilitando transitar correctamente entre una base y otra, a partir de su relación general que da lugar a las distintas particularidades numéricas. bases. Por ello, es necesario repensar no solo los cursos de formación inicial, sino también la formación continua de los docentes.

Palabras clave: Pedagogía; Educación Matemática; Sistema de Numeración.

INTRODUÇÃO

O presente artigo resultou de um projeto coletivo mais amplo, desenvolvido no contexto de um Grupo de Pesquisa que tem como finalidade refletir sobre os limites do modo de organização do ensino vigente no Brasil e suas possibilidades de superação a partir dos

fundamentos e desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural, tais como Atividade Orientadora de Ensino e Teoria do Ensino Desenvolvimental (ROSA e ALBINO, 2021; ROSA e ANTUNES, 2021; ROSA e BECKER, 2021).

Na especificidade da disciplina de Matemática, por exemplo, atualmente predomina o desenvolvimento do pensamento empírico em detrimento do pensamento teórico (MATOS, 2017; ISIDORO, 2019; FONTES, 2019). No contexto do pensamento empírico, os conceitos matemáticos são abordados descontextualizados da própria Matemática, por meio de uma sequência linear e fragmentada, a partir da relação direta e superficial entre objetos e fenômenos com símbolos e operações tomadas como uma sequência de procedimentos a serem realizados sem compreensão do que gera tais procedimentos e com qual finalidade (DAVÍDOV, 1982). No ensino do sistema de numeração, por exemplo, limita-se à base decimal, que é uma particularidade importante do sistema de numeração, mas particularidades deste sistema são insuficientes para gerar a aprendizagem conceitual em nível teórico (SILVEIRA, 2015).

O pensamento teórico, por sua vez, vai além da aparência dessa sequência de procedimentos particulares, e adentra a essência dos sistemas conceituais por meio de respostas às seguintes perguntas: Qual a gênese? Qual o percurso de desenvolvimento até atingir seu estágio atual? Por quê? Para quê? A serviço de quem esse conhecimento pode ser colocado? Responder tais perguntas, por meio da organização do ensino, requer a compreensão da síntese histórica dos conceitos, como eles se articulam e conformam os sistemas conceituais em nível contemporâneo de desenvolvimento. Tal síntese, no âmbito de todos os conceitos matemáticos abordados desde a Educação Básica, parte da relação entre grandezas discretas e contínuas por meio da articulação entre as significações aritméticas, algébricas e geométricas (ROSA, 2012).

Nesta direção, à luz dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, um grupo de pesquisadores russos, liderados por D. B. Elkonin e V. V. Davíдов, criou a Teoria do Ensino Desenvolvimental, e o professor Manoel Oriosvaldo de Moura, da Universidade do Estado de São Paulo (USP), propôs a Atividade Orientadora de Ensino.

A Atividade Orientadora de Ensino constitui um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo que caracteriza a Atividade Orientadora de Ensino como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA et al., 2016, p. 115).

Como proposta teórico-metodológica, a Atividade Orientadora de Ensino deve conter, em sua estrutura, a síntese histórica do conceito, os recursos didáticos, a análise e a síntese coletiva durante a realização de situações desencadeadoras de aprendizagem (MOURA, 1996).

A situação desencadeadora de aprendizagem consiste em uma proposta organizada pelo professor que, a partir de seus objetivos de ensino, conduz o movimento conceitual, a ser apropriado pelos estudantes, por meio de um problema de aprendizagem (MOURA et al., 2016).

Davíдов (1982; 1988) sistematizou a Teoria do Ensino Desenvolvimental. O autor afirma que

[...] a tarefa da escola contemporânea não consiste em dar às crianças uma soma de fatos conhecidos, mas em ensiná-las a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra. Isto significa que a escola deve ensinar os alunos a pensar, quer dizer, desenvolver ativamente neles os fundamentos do pensamento contemporâneo para o qual é necessário organizar um ensino que impulse o desenvolvimento (DAVÍDOV, 1988, p. 3).

Ao assumir como nossa a tarefa da escola proposta por Davíдов (1988), e conduzidos pelos pressupostos teóricos supracitados, surgiram alguns questionamentos: Como tornar esses fundamentos em realidade no ensino os fundamentos teóricos estudados? Como concretizar tais fundamentos? Enfim, pretendia-se saber como fazer para praticar a teoria, e assim foi sintetizada no problema coletivo de pesquisa: Como organizar o ensino de Matemática com potencialidades para promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico?

A resposta teórica ao problema anunciado requer um modo geral de organização do ensino objetivado em uma experiência particular, e não uma sequência de procedimentos, tal como procede o pensamento empírico.

Nossas pesquisas ocorrem nos diversos níveis de escolarização, desde a Educação Básica até o Ensino Superior (SILVEIRA, 2015; MATOS, 2017; ISIDORO, 2019, entre outros). Contudo, no presente artigo apresentaremos os resultados de uma investigação que realizamos na formação inicial de professores, no contexto do Curso de Pedagogia de uma universidade localizada no sul do Estado de Santa Catarina, Brasil.

Portanto, no processo de busca por respostas ao problema de pesquisa coletivo, no contexto da formação inicial de professores, tomou como fio condutor o seguinte objetivo geral: investigar o desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, por estudantes do curso de Pedagogia.

O método que sustenta nossas ações de pesquisa, ensino e extensão é o materialista histórico-dialético. Uma das principais características deste método consiste na premissa de que o fenômeno investigado deve ser considerado em sua totalidade, na indissociabilidade entre teoria e prática.

A metodologia de pesquisa adotada foi o experimento didático desenvolvimental (DAVÍDOV, 1988). Tal metodologia está atrelada à compreensão de que é pelo ensino que se aprende, e ao aprender, se desenvolve. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas de um ensino organizado com base em conteúdos e métodos que possibilitem a promoção do desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes (crianças, adolescentes, jovens e adultos) a partir da apropriação de conhecimentos científicos.

Essa metodologia de pesquisa permite ao pesquisador investigar o desenvolvimento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Davídov (1988), o experimento didático desenvolvimental caracteriza-se pela intervenção ativa do pesquisador nos processos que ele investiga. Assim, difere essencialmente do experimento de constatação, que destaca só o estado já formado e presente nos estudantes.

Essa proposta de “investigação aparece como metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento” (DAVÍDOV, 1988, p. 196, tradução nossa). A realização do experimento didático desenvolvimental pressupõe a projeção e modelação da relação essencial dos conceitos no processo de aprendizagem, conforme apresentamos na sequência.

PROJETO COLETIVO: CONTEXTO EXPERIMENTAL DA INVESTIGAÇÃO

Realizamos coletivamente, ao longo do semestre 2020/2, um experimento didático desenvolvimental com trinta e quatro acadêmicos do quarto e sexto semestres, matriculados na Unidade de Aprendizagem (disciplina) Fundamentos e Metodologias de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental do curso de Pedagogia, na forma remota. No primeiro dia de aula, apresentamos o projeto e todos os acadêmicos concordaram em colaborar com a pesquisa.

A era turma bem diversificada do ponto de vista de idade, com acadêmicos desde os 18 até 48 anos. No início do semestre, a maioria da turma já estava em início da carreira docente, por meio de estágios remunerados e professor auxiliar de estudante com necessidades especiais. A maioria relatou que passou por dificuldades com a Matemática na Educação Básica, e que essas dificuldades se tornaram, no decorrer dos anos, aversão a essa

disciplina. Tal aversão provocou ansiedade e preocupação em alguns alunos, com o início da Unidade de Aprendizagem de Matemática no Curso de Pedagogia. Ao longo do semestre, as inseguranças provocadas pelas experiências negativas anteriormente vivenciadas foram gradual e parcialmente arrefecidas.

As aulas foram realizadas nas terças-feiras, das 19h15min até as 22h30min, via plataforma zoom, em função da Pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2. Além dos trinta e quatro acadêmicos, também participaram do experimento quinze pesquisadores do TedMat – Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática da Unisul), na condição de docentes/pesquisadores. As aulas foram gravadas pelo próprio aplicativo e disponibilizadas semanalmente pela professora titular para os estudantes e pesquisadores. Ao todo foram quinze encontros, e em cada um deles, um pesquisador ou dupla assumiu a docência compartilhada com a professora titular da Unidade de Aprendizagem.

O plano de ensino da Unidade de Aprendizagem apresenta três objetivos mais amplos: Expandir a necessidade por parte dos licenciandos de aprender; desenvolver o pensamento teórico, a autonomia intelectual e a atividade criativa; e promover o desenvolvimento dos diferentes modos de compreensão, reflexão e análise. No contexto destes objetivos mais amplos, estudam-se os fundamentos do modo de organização do ensino para orientar o processo de aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e desenvolvem-se: 1) as bases do pensamento matemático científico; 2) os conceitos da Matemática como linguagem universal; 3) a modelagem aritmética, algébrica e geométrica de fenômenos e processos; 4) o pensamento lógico; 5) a cultura algorítmica; 6) a imaginação espacial; 7) a capacidade de construir argumentos; 8) a formulação de perguntas; 9) a capacidade de analisar situações em termos de propriedades matemáticas; 10) a realização de relações quantitativas e espaciais entre objetos para construir um algoritmo e encontrar informações; 11) a capacidade de resolver problemas por meio de modelos universais de resolução de problemas; 12) a capacidade de planejar; e 13) o interesse pela Educação Matemática e o desejo por desenvolver os conhecimentos matemáticos, em nível teórico, na docência futura.

As habilidades pretendidas, de acordo com o plano de ensino, são: habilidade de aprender de forma autônoma e pensar teoricamente; necessidade de autodesenvolvimento contínuo; personalidade criativa; organização da própria atividade de estudo, por meio de definição de metas de aprendizagem e modos de ação de estudo; compromisso ético com o

processo de aprendizagem do conhecimento científico e do desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes; leitura crítica do modo de organização de ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil; e reconhecimento das possibilidades de superação do modo de organização de ensino empírico pelo desenvolvimental no contexto da atividade de estudo.

Do ponto de vista metodológico, as aulas foram realizadas por meio do estudo dialógico a fim de possibilitar a interação entre os participantes da aprendizagem. Para tanto, a sugestão era que as câmeras dos sujeitos de aprendizagem fossem mantidas abertas durante as aulas, para que todos pudessem interagir com todos, inclusive com uma aluna surda. Os microfones deveriam ser abertos somente nos momentos de manifestações na forma oral. A interação com a aluna surda ocorria com o auxílio de uma intérprete de libras.

Durante as aulas, os sistemas conceituais matemáticos foram desenvolvidos a partir de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, em consonância com os fundamentos teóricos oriundos da Teoria Histórico-cultural, Teoria do Ensino Desenvolvimental e Atividade Orientadora de Ensino. Entendemos, por sistemas conceituais, aqueles conceitos que são interconectados entre si, seja na forma de operação inversa, seja no núcleo operacional comum, como adição e multiplicação, por exemplo.

Portanto, nas aulas, não apenas se refletia sobre os fundamentos teóricos referentes ao modo de organização de ensino, mas se viviam esses fundamentos. Eles estavam encarnados, objetivados no desenvolvimento coletivo do problema de cada Situação Desencadeadora de Aprendizagem.

A organização do processo educativo ocorreu por meio de momentos de estudos prévios, realizados individualmente ou em grupos, e diálogo de estudos coletivos durante as aulas. O material para leitura prévia era postado no sistema acadêmico da turma com antecedência, para que todos pudessem realizar o estudo preliminar individualmente. As aulas foram desenvolvidas com todos e por todos, por meio de uma ação conjunta. Portanto, no coletivo e para o coletivo. Os acadêmicos foram protagonistas do seu próprio processo de aprendizagem e desenvolvimento. Além disso, foram corresponsáveis pelo processo de aprendizagem e desenvolvimento dos colegas por meio da ação colaborativa.

A solução de cada problema desencadeador das diferentes Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (Tarefa de Estudo) foi realizada por meio das quatro ações de estudo propostas por Davídov (1988), conforme segue:

- 1 - Revelação dos dados que compõem a relação essencial do sistema conceitual a partir do estudo com as grandezas;

- 2 - Modelação da relação entre os elementos que compõem a essência do sistema conceitual nas formas objetual, gráfica e literal;
- 3 - Transformação do modelo da relação essencial para o estudo de suas propriedades; e
- 4 - Construção de um sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas pelo procedimento geral revelado na primeira ação, modelado na segunda e transformado na terceira

Durante a realização de cada ação, os acadêmicos eram instigados a propor questões, formular diferentes hipóteses de solução, e confirmar ou refutar tais hipóteses. De acordo com Davídov (1988), as ações de estudo, quando devidamente organizadas pelo professor, conduzem o pensamento dos estudantes no movimento orientado do geral ao particular, por meio do procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Nele se reconstitui o movimento lógico histórico não só da origem, mas do desenvolvimento dos conceitos e seus respectivos sistemas conceituais até atingir o estágio contemporâneo.

DA TOTALIDADE À UNIDADE DE ANÁLISE E O ISOLADO DA PESQUISA

Organizamos o experimento didático por meio do desenvolvimento de problemas no contexto de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem e estudo prévio de textos que subsidiassem as reflexões que seriam realizadas em aula. Os conceitos matemáticos, tais como número, adição, subtração, multiplicação, divisão, entre outros, não foram abordados separadamente, mas interconectados em seus respectivos sistemas conceituais (VIGOTSKI, 2001). Não separamos um momento ou parte das aulas para falar sobre os fundamentos teóricos do modo de organização do ensino e outro para ensinar os conceitos matemático. As reflexões sobre os fundamentos teóricos estudados previamente pelos estudantes emergiam durante as aulas a partir da objetivação deles no modo de organização do ensino dos conceitos matemáticos. Além de desenvolverem os problemas apresentados nas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, os acadêmicos também elaboraram as suas próprias, pois se entende que passa pela formação de professores não apenas a aprendizagem do processo de solução dos problemas já existentes, mas a proposição de novos também.

Durante o semestre, as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem foram desenvolvidas a partir do estudo de grandezas discretas e contínuas, tais como comprimento, valor monetário, área, volume, tempo e ângulo.

Diante da impossibilidade de abarcar todo o experimento didático nos limites deste artigo, a título de exemplificação, elegemos uma Situação Desencadeadora desenvolvida durante uma aula com início às 19h15min e término às 22h30min. Trata-se de um isolado que reflete o movimento das relações fundamentais da totalidade desenvolvida ao longo do semestre.

Desse modo, na seção seguinte, apresentamos o isolado referente ao desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, mediado pelo sistema de numeração. Este isolado é composto por quatro episódios. Cada episódio foi constituído a partir de indícios de desenvolvimento de cada uma das ações de estudo.

Os episódios são “aqueles momentos em que fica evidente uma situação de conflito que pode levar à aprendizagem do novo conceito” (MOURA, 1996, p. 77). Os episódios são compostos por cenas que retratam o movimento do fenômeno e as mudanças na forma de pensamento.

A fonte de dados consiste na transcrição, na íntegra, das manifestações dos (as) acadêmicos (as) e da professora titular da disciplina a partir da gravação do Zoom. Todos os acadêmicos aceitaram participar da pesquisa. A fim de preservar sua identidade, por uma questão de ética, utilizamos a letra A, de acadêmico/acadêmica, seguida de um número para referenciá-los(las). Quando se trata da fala da professora pesquisadora (primeira autora), representamos por PP.

SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM

Apresentamos a Situação que desenvolvemos com os acadêmicos para desencadear a aprendizagem do sistema de numeração. Trata-se de uma História Virtual do conceito, elaborada pelo professor Manoel Oriosvaldo de Moura (MOURA, 2019).

Iuaip, 18 de setembro de 2019

Caros colegas,

Como vocês sabem, estou em Iuaip, país maravilhoso, para conhecer os avanços dos seus acadêmicos em matemática. Já participei do primeiro seminário. O nosso tema foi a descoberta de um sistema de numeração de uma comunidade chamada de Caitité. Os renomados professores Ovatsug e Oigres apresentaram as suas descobertas iniciais baseadas em escritas que parecem representar os bens de um rico senhor daquela comunidade. Os professores disseram que foi possível perceber que as quantidades de um a doze podem ser representadas da seguinte forma: <, +, N, <I, <<, <+, <N, +I, +<, ++, +N, NI.

Descobriram, também, que o povo Caitité, embora não muito desenvolvido matematicamente, já tinha um símbolo para o zero: I

Os professores mostraram uma inscrição que apresentava a figura de um jegue seguida dos símbolos +N<. Supomos que quem fez esta inscrição estava querendo comunicar o valor do jegue.

No próximo seminário pretendemos descobrir a lógica do sistema de numeração dos Caitités. Acreditamos que isso poderá trazer grande contribuição para entender a cultura desse povo. Estou enviando-lhes este resumo do que já presenciei porque sei o quanto vocês ficarão desafiados para encontrar uma solução geral para o problema que estamos investigando.

Peço-lhes que procurem descobrir qual o sistema de numeração dos Caitités, pois isso daria grande prestígio para a nossa academia. Se vocês conseguirem descobrir, escrevam, com os nossos numerais, quanto custa o jegue e escrevam, também, quanto seria 23 e 203 em escrita caitité. Vocês podem mandar a resposta por e-mail. O meu endereço eletrônico aqui é: modmoura@usp.br

Saudações universitárias,

Manoel Oriosvaldo de Moura (Ori)

A Carta Caitité caracteriza-se como uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem do tipo História Virtual do Conceito, porque possibilita a reconstituição do movimento de geração e desenvolvimento do sistema de numeração virtualmente (MOURA, 1996), assim como sugere Davídov (1988, p. 174): “o ensino escolar de todas as disciplinas deve estruturar-se de maneira que, em forma concisa, abreviada, reproduza o processo histórico real de geração e desenvolvimento dos conhecimentos”.

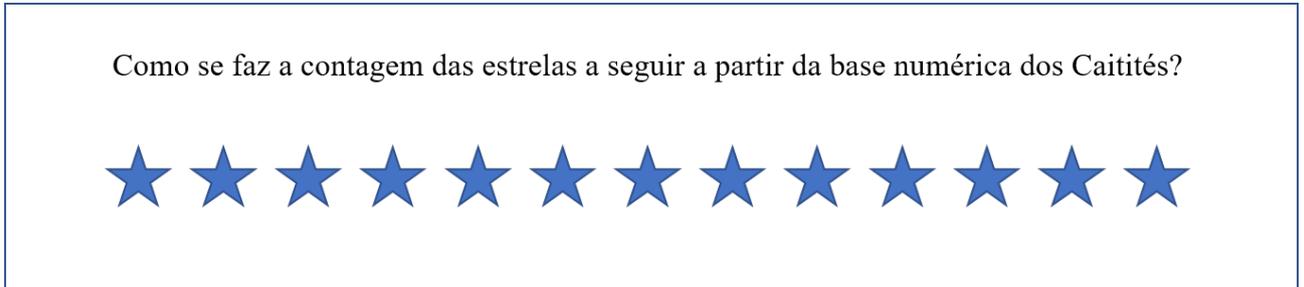
A partir da proposição davydoviana, o processo histórico real de gênese e desenvolvimento dos conhecimentos ocorre por meio de quatro ações de estudo que reproduzem um microciclo de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Na proposição de ensino em referência, o concreto real ponto de partida no ensino de matemática consiste nas grandezas, conforme revelamos na primeira ação de estudo.

Episódio 1 – Primeira ação de estudo: Revelação da base genética do sistema de numeração

Após leitura da Carta Caitité e das reflexões sobre a solicitação do professor Ori, constatamos que os estudantes não conheciam a lógica interna do sistema de numeração que dá origem às diferentes bases numéricas, inclusive a decimal. Por essa razão, elaboramos e desenvolvemos algumas tarefas com os estudantes, a fim de gerar reflexões que subsidiassem o processo de elaboração consciente das respostas às questões solicitadas na

carta: 1) encontrar uma solução geral; 2) descobrir qual o sistema de numeração dos Caitités; e 3) escrever, com os nossos numerais, quanto custa o jéque e escrever, também, quanto seria 23 e 203. A primeira tarefa consistia na seguinte ilustração, compartilhada em tela com a turma via Zoom (Figura 1).

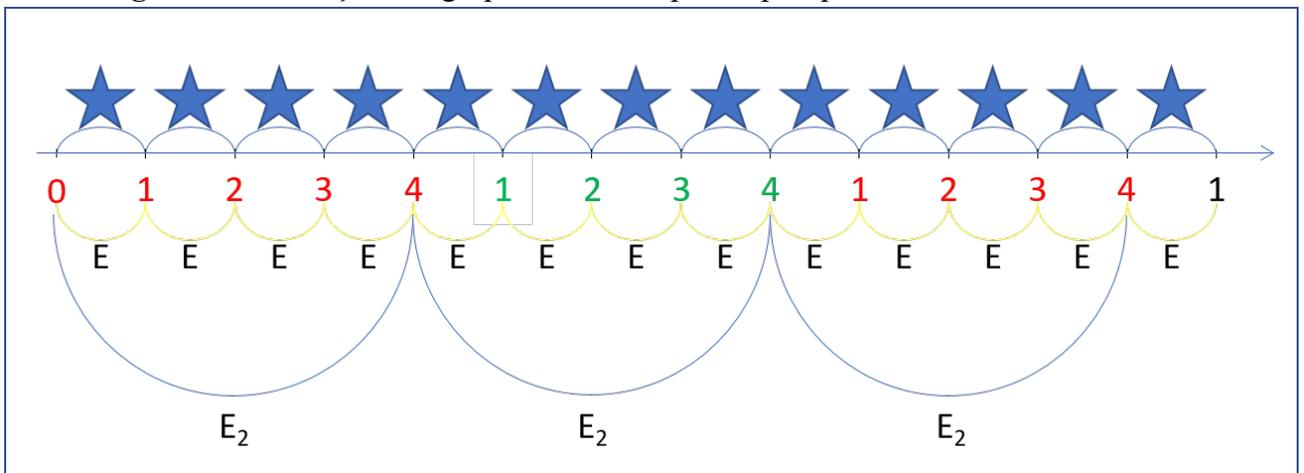
Figura 1 – Introdução da sequência numérica na base quaternária



Fonte: Elaboração das autoras, 2020.

A partir da constatação, por parte dos estudantes, que os Caitités contavam de quatro em quatro, realizamos a contagem por meio da formação de agrupamentos compostos por quatro unidades cada, e sobrou uma unidade sem ser agrupada. Esta reflexão culminou com a seguinte ilustração:

Figura 2 – Formação de agrupamentos compostos por quatro unidades cada



Fonte: Elaboração das autoras, 2020.

Na sequência, procedemos a seguinte reflexão (cena 1):

Cena 1 – Formação de agrupamentos compostos por quatro unidades cada

PP: *Quantos agrupamentos foram formados?*

A₂: *Três agrupamentos.*

PP: *Quantos agrupamentos de quatro unidades cada foram formados?*

A₁₇: *Três.*

PP: *E quantas unidades sobrou sem ser agrupada?*

A₅: *Uma.*

PP: *Então qual é o resultado da contagem?*

A₂: *Trinta e um.*

PP: *Será? O que significa trinta e um?*

A₁₁: *São três dezenas e uma unidade.*

PP: *Então. E o que temos?*

A₆: *Três agrupamentos de quatro unidades*

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

Nosso objetivo de ensino, nessa primeira tarefa, era que os estudantes compreendessem a lógica interna de constituição do sistema de numeração, independentemente da base numérica considerada. A partir da transferência do sistema de numeração decimal para o quaternário, constatamos a necessidade de refletir sobre a constituição da sequência numérica. Inicialmente, havíamos realizado a contagem até o número quatro (Figura 2). Então, questionamos (cena 2):

Cena 2 – Sistematização da sequência numérica na base quaternária

PP: *Será que existe o número 4 no sistema quaternário?*

A₄: *No quaternário não existe.*

PP: *Quantos símbolos são necessários para escrever a sequência numérica do sistema de numeração quaternário?*

A₈: *Quatro: 0,1,2 e 3.*

PP: *Então qual é o número que vem depois do três, na sequência numérica quaternária?*

A₃: *Um e zero, pois temos uma unidade de segunda ordem e zero unidade de primeira ordem.*

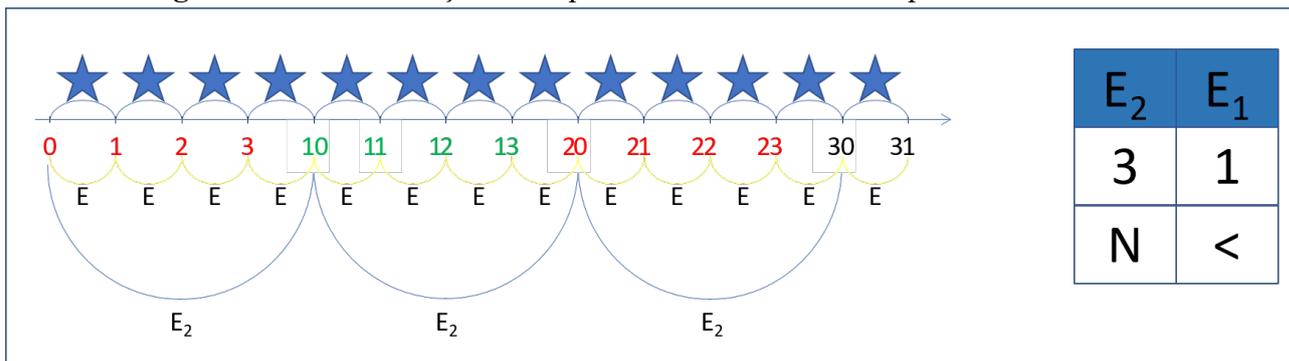
PP: *E depois?*

A₁₆: *Um e um, pois é uma unidade de segunda ordem e uma unidade de primeira ordem.*

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

Assim concluímos a sequência numérica até atingir a última unidade: *três e um*. Na sequência, perguntamos como essa quantidade seria representada pelos símbolos Caitités (I, <, +, N), e procedemos os registros no quadro valor de lugar (Figura 3).

Figura 3 – Sistematização da sequência numérica na base quaternária



Fonte: Elaboração das autoras, 2020.

A Figura 3 expressa a síntese das reflexões realizadas durante a revelação da lógica interna de constituição da sequência numérica. Esta representação (Figura 3) foi composta na ilustração conforme as reflexões ocorriam no coletivo. É importante ressaltar a riqueza desta imagem, do ponto de vista conceitual, por explicitar a essência da sequência numérica em seu contexto matemático, a reta numérica. Além disso, reflete um importante momento da história da matemática, quando se convencionou

[...] uma ‘escala’ a partir da qual é possível repartir os números e seus diversos símbolos segundo estágios sucessivos, aos quais se pode dar os respectivos nomes: unidades de primeira ordem, unidades de segunda ordem, unidades de terceira ordem, e assim sucessivamente. E é dessa maneira que se chegou a uma simbolização estruturada dos números, evitando-se esforços de memória ou de representação considerável (IFRAH, 1997, p. 48, grifo do autor).

Esta lógica é denominada princípio da base, “[...] sua descoberta marcou o nascimento dos sistemas de numeração – sistemas cuja base nada mais é do que o número de unidades que é necessário agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior” (IFRAH, 1997, p. 48). Este é um importante princípio norteador do processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração. Isto porque

a tomada de consciência do sistema decimal, isto é, a generalização, que redundava na sua compreensão como caso particular de qualquer sistema de cálculo, leva à possibilidade de ação arbitrária nesse e em outro sistema. O critério de tomada de consciência reside na possibilidade de passagem para qualquer outro sistema, pois isto significa generalização do sistema decimal, formação de um conceito geral sobre os sistemas de cálculo (VIGOTSKI, 2001, p. 373).

Nesta primeira ação de estudo experimentamos, juntamente com os acadêmicos, o aspecto real, em forma objetual-sensorial, da relação essencial que atuou como base genética,

como fonte do sistema de numeração, pois possibilita a passagem para qualquer outro sistema numérico, conforme procedemos na segunda ação de estudo.

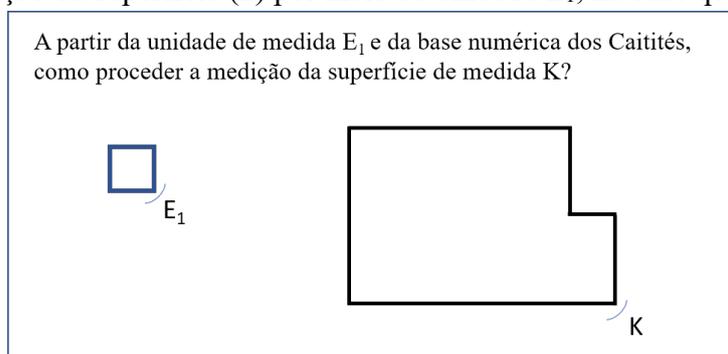
Episódio 2 - Segunda ação de estudo: modelação da lógica interna de constituição do sistema de numeração nas formas objetual, gráfica e literal

Na segunda ação de estudo, reproduzimos a lógica interna do sistema de numeração revelada anteriormente, mas desta vez na forma de modelos: objetual (medição), gráfico (reta numérica) e literal (letras). Estes modelos “combinam o sentido abstrato com o impacto visual do objeto” (DAVÍDOV, 1988, p. 213). A lógica interna do sistema de numeração, revelada no processo de medição realizada no plano objetual, é incorporada nos modelos gráfico e literal. Nestes últimos, abstraímos algumas propriedades do sistema de numeração, tais como “unidades de medidas, formação das ordens, agrupamentos, bases numéricas, valor posicional, entre outras” (SILVEIRA, 2015, p. 127). A revelação e a expressão em modelos “da existência mediatizada das coisas, de sua universalidade, não é outra coisa senão a passagem à reprodução teórica da realidade” (DAVÍDOV, 1988, p. 127).

No processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração, é necessário formar agrupamentos com as devidas regularidades. Esta é a origem do referido sistema: ao se tomar n como a base, a formação da unidade de medida de segunda ordem consiste em n vezes a unidade de medida de primeira ordem, a unidade de terceira ordem é n vezes a de segunda ordem e assim sucessivamente (SILVEIRA, 2015, p. 127).

A origem, a gênese do sistema de numeração, foi revelada na primeira ação de estudo. Fez-se necessário, portanto, abstraí-la por meio de modelos que expressem a lógica interna de constituição desse sistema. Para tanto, expomos a ilustração de uma tarefa que consistia na medição de uma superfície, cuja medida desconhecida era representada pela letra k , e a respectiva unidade de medida a ser considerada (E_1), conforme a Figura 4.

Figura 4 – Medição da superfície (k) por meio da unidade E_1 , na base quaternária



Fonte: Elaboração das autoras, 2020.

Após a exposição do slide expresso na figura 4, provocamos o diálogo de estudo (Cena 3).

Cena 3 – Medição da superfície na base quaternária

PP: O que está pedindo nessa tarefa?

A2: É saber quantos E_1 cabe dentro do k .

A9: É saber quantos E_1 cabe dentro do k , na base quaternária.

PP: Qual grandeza está sendo considerada?

A4: É área.

PP: Qual área que vamos medir?

A7: Área K .

PP: Qual a unidade de medida?

A3: E_1 .

PP: O que vamos verificar?

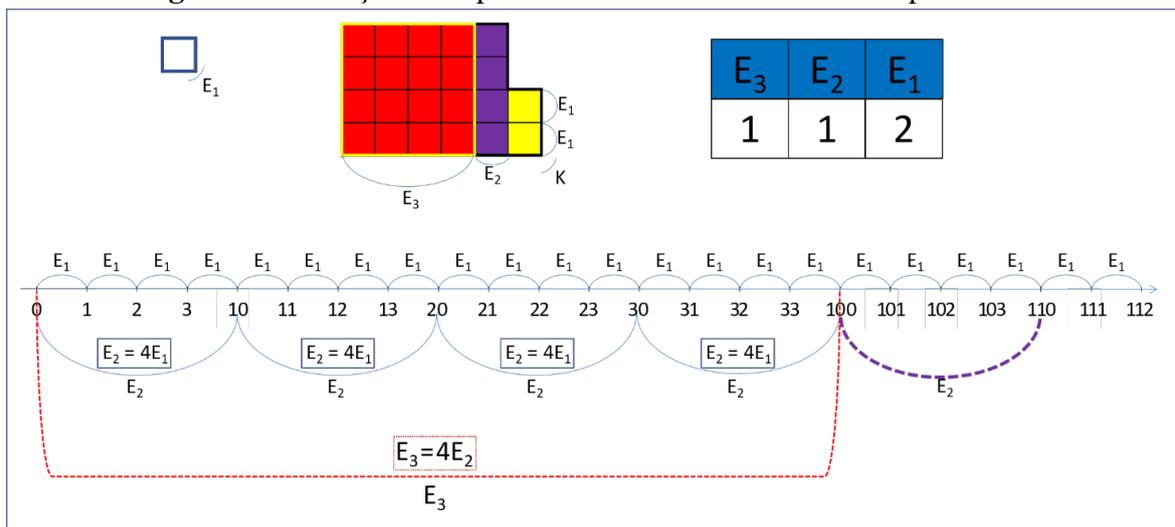
A3: Quantas vezes E_1 cabe em K . Professora, não deveríamos colocar o quadradinho ali dentro de k ?

PP: Sim, vamos medir.

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

Ao mesmo tempo que realizávamos coletivamente a medição da superfície (na ilustração), fazíamos o registro do processo de medição na reta numérica. Ao término, colocamos o resultado da medida no quadro valor de lugar (Figura 5, na página seguinte).

Figura 5 – Medição da superfície de medida K no sistema quaternário



Fonte: Elaboração das autoras, 2020.

O processo de medição da área de medida K possibilitou a explicitação da lógica interna do sistema de numeração quaternário, por meio da constituição de unidades de

primeira, segunda e terceira ordem, tanto na superfície quanto na reta numérica. O movimento de medição e registro na reta numérica foi sincronizado com o procedimento de medição, cujo resultado consistiu em 112_4 (Uma unidade de terceira ordem, uma de segunda e duas de primeira). Na sequência, demos mais um passo em direção à revelação da lógica interna do sistema de numeração, conforme a cena 4.

Cena 4 – Transformação do resultado da base quaternária para a decimal

PP: E quanto seria o resultado dessa mesma medição, mas na base decimal?

A7: Cento e doze.

A9: Vinte e dois, pois contamos normal 1, 2, ...

PP: Vocês disseram que $E3 = 4E2$. Não foi isso?

A2: Isso.

PP: Então, quanto é $E2$?

A9: Quatro.

PP: Então, será quatro vez quanto?

A9: Quatro.

PP: Quatro vezes quatro é quanto?

A8: Dezesseis.

PP: Logo, a unidade de terceira ordem possui dezesseis unidades, mais quatro unidades da segunda ordem, mais 2 unidades da primeira ordem. Qual será o resultado?

A9: Vinte e dois.

PP: E se chegássemos em $E4$? Qual seria o valor de $E4$?

A4: $E4$ seria 64.

PP: $E4$ é igual a quantos $E3$?

A9: $E4$ é igual 4 $E3$.

PP: Então, será quantos vezes quantos?

A7: Quatro vezes dezesseis igual a sessenta e quatro.

PP: Portanto, qual seria o modelo para a formação dos sistemas de numeração, nas diferentes bases?

A9: Teria que trocar o 4 por uma letra.

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

Os demais acadêmicos concordaram com a sugestão de A_9 , de trocar o número por uma letra. Assim, atingimos a abstração máxima no processo de modelação. Porém, fazia-se necessário generalizar tal relação, de modo que seja realmente válida para qualquer sistema de numeração, independentemente da base numérica considerada, tal como procedemos na terceira ação de estudo.

Episódio 3 - Terceira Ação de Estudo: Transformação do modelo da lógica interna de constituição do sistema de numeração para diferentes bases numéricas

Ao transformarmos o modelo, os acadêmicos tiveram a possibilidade de generalizar as propriedades da lógica interna do sistema de numeração para qualquer base numérica. Conforme revelamos nas ações anteriores, ao mudar o valor da base, também se modifica o número que representa o resultado. Em outras palavras, “o número depende da relação que contém o procedimento inicial de sua formação” (DAVIDOV, 1982, p. 434). Da mesma forma, o procedimento inicial de sua formação passa pelas infinitas bases, por isso, questionamos (Cena 5).

Cena 5 – Generalização do modelo

PP: No sistema de numeração quaternário, sempre que houver uma nova ordem, é necessário multiplicar o valor da ordem anterior por quanto?

A4: Quatro.

PP: E se fosse no ternário, vocês multiplicariam por quanto?

A3: Por três.

PP: E no binário?

A9: Por dois.

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

O processo de generalização foi realizado a partir da essência do sistema de numeração, que constitui a unidade interna que gera a diversidade de sistemas particulares, inclusive o decimal. Portanto, a partir desse momento, a hipótese é que os acadêmicos estejam munidos de elementos teóricos que lhes permitam resolver uma diversidade de problemas relacionados à transição de um sistema de numeração para outro, o que está previsto para a quarta ação de estudo.

Episódio 4 - Quarta Ação de Estudo: Construção de um sistema particular de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral

Na quarta ação de estudo, efetivamos o procedimento geral de solução revelado na primeira ação de estudo, modelado na segunda e generalizado na terceira por meio da transformação do modelo. Foi na quarta ação que concluímos a resolução do problema inicialmente colocado na Situação Desencadeadora de Aprendizagem, a partir da busca por uma resolução no que diz respeito à solução do problema apresentado pelo professor Ori, na Carta Caitité.

Todo o processo anterior foi desenvolvido coletivamente. Para finalizar o processo, solicitamos que cada estudante respondesse individualmente a carta, com o intuito de avaliar a aprendizagem de cada acadêmico (a). Porém, nem todos os/as estudantes conseguiram responder corretamente, alguns se limitaram ao conhecimento adquirido durante toda a educação básica, sobre a base dez, para responder a carta, de forma equivocada.

Desse modo, a Situação Desencadeadora de Aprendizagem intitulada Carta Caitité possibilitou desencadear o processo histórico real de geração desenvolvimento do sistema de numeração no contexto das quatro ações de estudo. Ao orientarmos-nos pelo movimento conceitual proposto nas quatro ações de estudo davidovianas, percorremos o movimento de geração e desenvolvimento do sistema de numeração a partir da unidade entre a necessidade humana que gerou esse sistema historicamente (controle de quantidades) e a atividade coletiva de solução.

As cinco cenas que selecionamos para o presente artigo apresentam indícios do movimento da aprendizagem do sistema de numeração em direção ao desenvolvimento do pensamento teórico por articular a relação essencial (lógica interna de constituição do sistema de numeração) com suas manifestações particulares (diferentes bases numéricas).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente artigo, analisamos o desenvolvimento do pensamento matemático, mediado pelo sistema de numeração, a partir da grandeza discreta e de grandezas contínuas.

Por meio contagem da quantidade de estrelas, conduzimos o processo de revelação dos elementos que constituem a lógica interna do sistema de numeração: trata-se de sua relação essencial. Nessa primeira ação, experimentamos o aspecto real da relação essencial, que atua como base genética do sistema de numeração, como fonte do sistema de numeração. Ainda nessa primeira ação de estudo, revelamos a essência abstrata da lógica interna de constituição da sequência numérica, para que pudessem, na segunda ação de estudo, realizar o processo de modelação.

Na segunda ação de estudo, modelamos a relação entre os elementos que compõem a lógica interna do sistema de numeração nas formas objetual (medição da área), gráfica (reta numérica) e literal (algébrica). Os elementos revelados na primeira ação foram modelados na segunda, e refletiam a relação essencial do sistema de numeração. A partir do modelo, na sua forma geral, foi possível transformá-lo, na terceira ação de estudo.

Na terceira ação de estudo houve a transformação o modelo da relação essencial para o contexto de diferentes bases numéricas. Essa transformação possibilitou revelar, de forma mais ampla, o sistema conceitual em estudo. Desde modo, a relação essencial, que consiste na lógica interna de constituição do sistema de numeração, revelada na primeira ação e modelado na segunda, serviu de base para formar diferentes sistemas numéricos e resolver a tarefa de estudo na quarta ação.

A quarta ação de estudo resolveu o problema apresentado na Carta Caitité pelo procedimento geral revelado na primeira ação, modelado na segunda e transformado na terceira. Desse modo, na quarta ação, concretizamos o procedimento geral.

Na quarta ação de estudo, por meio das respostas individuais apresentadas pelos acadêmicos e acadêmicas, constatamos que a lógica do sistema decimal, tomada como única durante toda a educação básica, obstaculizou a compreensão da lógica interna do sistema de numeração, uma vez que alguns estudantes se fundamentaram na lógica decimal para responder a carta ao professor Ori.

Concluimos que se faz necessário repensar o modo de organização do ensino do sistema de numeração desde os primeiros anos escolares. O contato apenas com uma de suas particularidades, a decimal, durante toda a Educação Básica, obstaculizou a apropriação da essência deste sistema, impossibilitou o trânsito correto entre uma base e outra, a partir de sua relação geral que dá origem as diferentes bases numéricas particulares. Para tanto, faz-se necessário repensar, não apenas os cursos de formação inicial, mas, também, a formação contínua de professores.

REFERÊNCIAS

DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVÍDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução de José Carlos Libâneo. **Educação Soviética**, n. 8, ago. 1988.

FONTES, M. **Experimento Didático Desenvolvimental em matemática no contexto do curso de Pedagogia**. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2019. (Dissertação em construção).

IFRAH, G. **História universal dos algarismos**. Volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997- 2v.

ISIDORO, L. C. N. **Modo de organização do ensino desenvolvimental de fração: o conhecimento revelado por acadêmicas de pedagogia**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2019.

MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia: uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

MOURA, M. O. de *et al.* A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Campinas: Autores Associados, 2016. p. 93-125.

MOURA, M. O. (Coord.). **Controle da variação de quantidades: atividades de ensino**. São Paulo: FEUSP, 1996.

MOURA, M. O. **Sistema de Numeração Caitité**. EDM5730. O conhecimento em sala de aula: Atividade de Ensino 2019. USP Disciplinas, 2019. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/assign/view.php?id=2657652>. Acesso em: 10 abr. 2021.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas**. 2012, 244 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ROSA, J. E.; ALBINO, W. A. Desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, mediado pelo conceito de fração a partir da grandeza comprimento. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 393-417, 25 maio 2021. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/950>. Acesso em: 30 maio 2021.

ROSA, J. E.; ANTUNES, I. C. Modelagem à luz da Teoria Histórico-Cultural. **Ensino da Matemática em debate**, v. 8, n. 1, p. 182-212, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/51799>. Acesso em: 21 jun. 2021.

ROSA, J. E.; BECKER, F. Desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de ângulo por meio de quatro ações de estudo davidovianas em um contexto de formação inicial de professores. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 5, n. 2, p. 484-516, 1 jun. 2021. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/61411>. Acesso em: 03 jun. 2021

SILVEIRA, G. M. Unidade entre lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davýdov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

VIGOTSKI, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.