



Aprendizagem Matemática Colaborativa através da Resolução de Problemas e Tecnologias Digitais

Roger Ruben Huaman Huanca¹
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

Ananias Félix da Silva²
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de uma experiência de aula virtual, cujo objetivo foi investigar a emergência da cognição compartilhada nas situações de negociação de sentidos na aprendizagem. Para tanto, trazemos um recorte da disciplina Fundamentos de Álgebra, ministrada no ano de 2021, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da UEPB, por meio do relato de uma das aulas que foi trabalhada de maneira colaborativa. As atividades de aprendizagem colaborativa estimulam o protagonismo dos estudantes por meio de problemas cuidadosamente elaborados que proporcionam um ambiente de ricas interações, favorecendo a socialização do conhecimento. Acreditamos que os mecanismos de cognição compartilhada que ali emergem, se constituem como importantes ferramentas cognitivas que esclarecem a forma como os sujeitos envolvidos organizam suas ações e ideias, negociando sentidos e contribuindo para a aprendizagem entre grupos. Enxergamos a Resolução de Problemas e as Tecnologias Digitais como alternativas metodológicas para a sala de aula, em função das percepções dos estudantes ao vivenciarem o trabalho com problemas geradores em um momento de aprendizagem, onde apresentamos a descrição e resolução desse problema no final deste artigo.

Palavras-chave: Mecanismos de Cognição Colaborativa; Resolução de Problemas; Tecnologias Digitais.

Collaborative Mathematical Learning through Problem Solving and Digital Technologies

ABSTRACT

This article presents the results of a virtual class experience, whose objective was to investigate the emergence of shared cognition in situations of negotiation of meanings in learning. Therefore, we bring an excerpt from the Algebra Fundamentals course, taught in 2021, in the Graduate Program in Science Teaching and Mathematics Education - PPGECEM at UEPB, through the report of one of the classes that was worked in a collaborative way. Collaborative learning activities encourage the protagonism of students through carefully designed problems that provide an environment of rich interactions, favoring the socialization of knowledge. We believe that the mechanisms of shared cognition that emerge there constitute important cognitive tools that clarify how the subjects involved organize their actions and ideas, negotiating meanings and contributing to learning between groups. We look at Problem Solving and Digital Technologies as methodological alternatives

Submetido em: 22/11/2021

Aceito em: 19/02/2022

Publicado em: 06/06/2022

¹ Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Endereço para correspondência: Rua Abelardo Pereira dos Santos, 131, Centro, Monteiro – Paraíba. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3733-9476> E-mail: roger@servidor.uepb.edu.br.

² Mestrando em Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba. Endereço para correspondência: Rua Francisco Vieira Silva, 124, Bairro Paraná, Iguatu - Ceará. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6902-3361> E-mail: ananiasfelix0@gmail.com.

to the classroom, based on students' perceptions when experiencing work with problems generating in a moment of learning, where we present the description and resolution of this problem at the end of this article.

Keywords: Collaborative Cognition Mechanisms; Problem Solving; Digital Technologies.

Aprendizaje Colaborativo de Matemáticas a través de la Resolución de Problemas y Tecnologías Digitales

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de una experiencia de clase virtual, cuyo objetivo fue investigar la emergencia de la cognición compartida en situaciones de negociación de significados en el aprendizaje. Para eso, traemos un recorte de la disciplina Fundamentos de Álgebra, ministrada en 2021, en el Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y Educación Matemática - PPGECEM de la UEPB, a través del informe de una de las clases que se trabajó de manera colaborativa. Las actividades de aprendizaje colaborativo fomentan el protagonismo de los estudiantes a través de problemas cuidadosamente elaborados que brindan un ambiente de interacciones ricas, favoreciendo la socialización del conocimiento. Creemos que los mecanismos de cognición compartida que surgen allí son importantes herramientas cognitivas que aclaran cómo los sujetos involucrados organizan sus acciones e ideas, negociando significados y contribuyendo al aprendizaje entre grupos. Vemos la Resolución de Problemas y las Tecnologías Digitales como alternativas metodológicas para la clase de aula, en función de las percepciones de los estudiantes cuando experimentan trabajar con problemas generadores en un momento de aprendizaje, donde presentamos la descripción y resolución de este problema al final de este artículo.

Palabras clave: Mecanismos de Cognición Colaborativa; Resolución de Problemas; Tecnologías Digitales.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, diversos pesquisadores e estudiosos discutem sobre as melhores práticas de Resolução de Problemas e utilização das Tecnologias Digitais em sala de aula que resultem nesses objetivos de inserção do estudante no papel de protagonista da construção do próprio conhecimento ao modelar um problema/situação-problema. Trabalhar em sala de aula, a partir de um problema não é fácil, é uma tarefa desafiadora para os professores de matemática que buscam estratégias baseadas em Resolução de Problemas como suporte para melhorar sua prática de ensino, conduzindo à aprendizagem do estudante de forma significativa.

Nesse sentido, consideramos que o ensino de Matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada na Resolução de Problemas e a utilização das Tecnologias Digitais. Os estudantes devem ser desafiados a resolver um problema e desejar fazê-lo, a partir de seus conhecimentos anteriores. Por outro lado, o problema deverá exigir que busquem novas alternativas, recursos e conhecimentos para obter a solução.

Embasado nisso, as Tecnologias Digitais podem ser enxergadas como uma via para auxiliar na melhor compreensão do respectivo problema matemático trabalhado, tendo em vista que uma gama dessas ferramentas estão cada vez mais disponibilizadas no contexto da área. Como destacam Azevedo, Puggian e Martins (2016, p. 275-276): “Nas últimas três

décadas os recursos tecnológicos para o ensino de matemática se transformaram com grande rapidez”. Um aspecto que nos revela possibilidades de serem utilizadas a fim de encontrar formas possíveis de contribuição em fazer matemática.

Por outro lado, concernente a alguns estudos sobre aprendizagem conceitual, vemos que estes têm sido baseados em análise de estratégias de ensino e pouco se tem avançado na direção de estudos dos processos de aprendizagem que ocorrem durante as situações de negociação de sentidos. Nosso objeto de estudo é que alguns desses processos ocorrem no domínio microgenético da linha de desenvolvimento ontogenético. A abordagem de processos, neste domínio, exige uma maior aproximação do pesquisador com o objeto de investigação, o que pode ser implementado pela adoção da análise microgenética.

Segundo Tomasello (2003), a literatura sobre o tema pressupõe que esses processos são estruturados por mecanismos cognitivos que as pessoas desenvolvem ainda criança e que, a partir de então, passam a utilizar em seus caminhos ontogenéticos, emergindo nas relações interpessoais. Assim, como pesquisadores em ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, nosso interesse se volta para as interações que ocorrem entre os estudantes quando enfrentam situações-problema, onde fazem uso desses mecanismos e utilizam certos artefatos culturais como mediadores de suas ações. Entre esses artefatos culturais encontram-se, por exemplo, instrumentos de medida, aparatos experimentais, expressões matemáticas e conceitos do sistema simbólico em estudo.

Nossa estratégia de investigação consistiu em delimitar em um episódio de aula a negociação de sentidos no percurso das interações que ocorrem entre os sujeitos da pesquisa. Vale lembrar que dos dez estudantes da disciplina Fundamentos de Álgebra, nove participaram. O episódio de interesse para o artigo foi demarcado com a identificação de dois eventos observáveis: um evento de inflexão, que tem a função de catalisador do processo cognitivo central, o processo de redescrição representacional (PRR) e o evento que identifica os indicadores de sua objetivação no plano social, os mecanismos de cognição compartilhada (MCC).

Os mecanismos de cognição representam os modos das pessoas externalizarem suas explicações sobre as situações que estão em discussão, pois estes funcionam como instrumentos de organização do pensamento, e são os efeitos externalizados dos PRR. Portanto, neste artigo vamos apresentar uma breve descrição dos dois tipos de mecanismos de cognição compartilhada, a coordenação de perspectivas antagônicas e a coordenação de

perspectivas complementares. Eles foram identificados em um episódio de 4h de aula virtual de Fundamentos de Álgebra, conduzidas em um ambiente de aprendizagem colaborativa.

APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas é importante, pois nos oferece uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de ter acesso às capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. O ensino através da Resolução de Problemas coloca ênfase nos processos de pensamento, de aprendizagem e trabalha os conteúdos matemáticos, cujo valor não se deve deixar de lado.

Apesar que, pouco se conheça sobre as estratégias atuais que os estudantes usam para aprender e dar sentido a Matemática através da Resolução de Problemas, os investigadores nesse assunto concordam que no ensinar Matemática através da Resolução de Problemas permanece o compromisso da aprendizagem ao resolver o problema. Muitas ideias associadas a essa abordagem, mudanças nos papéis do professor, como projeção e seleção de problemas para o ensino, aprendizagem colaborativa, e problematização do currículo, têm sido extensivamente estudadas, resultando em respostas baseadas em investigações para várias questões frequentemente levantadas sobre Resolução de Problemas (HUANCA, SILVA, SOUZA, 2021).

Com relação ao entendimento da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, Walle (2001) coloca que é preciso entender que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar resultados satisfatórios. Pelo contrário, pressupõe-se todo um rigor metodológico, no qual o professor, apesar de intermediador entre o conhecimento e o estudante, é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante, em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importantes: a primeira, o professor deve garantir que os estudantes estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na segunda, os estudantes executam e o professor avalia o trabalho. Na terceira, o professor aceita a solução dos estudantes sem avaliá-las e conduz a discussão, enquanto os estudantes justificam e avaliam seus resultados e métodos. Por fim, o professor formaliza os novos conceitos e conteúdos matemáticos construídos.

Na concepção de Onuchic (1999, p. 204) “A verdadeira força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unifica”.

Desse modo, na Resolução de Problemas, o professor pode optar por escolher determinados problemas, apresentando aulas mais dinâmicas juntamente com os estudantes de acordo com o nível em que estão, além de obedecer ao programa curricular. É bom que se tenham vários problemas para que se possa optar entre eles e não por eles. Pois o seu aprimoramento ou adaptação cabe ao professor e a seu bom senso. Assim, o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os estudantes devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Posto isto, fundamentar a Resolução de Problemas nessas concepções e implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas exigirá do professor e dos estudantes novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula.

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

Ao imaginar uma sala de aula e como conduzir a Metodologia da Resolução de Problemas, Onuchic (1999) desenvolveu o primeiro roteiro, o segundo Onuchic e Allevato em 2011, com algumas alterações e então o mais recente, e por fim, um Terceiro Roteiro por Allevato e Onuchic (2014). Eles se diferem em algumas atividades, pois precisavam de aprimoramento de acordo com as necessidades que encontrava nas suas aplicações e época, segue a estrutura deles na tabela abaixo para que possamos ver as suas diferenças:

Tabela 1: Roteiros de atividades como dinâmica para sala de aula

Onuchic (1999)	Onuchic e Allevato (2011)	Allevato e Onuchic (2014)
Formar grupos – entregar atividades	Preparação do problema	Proposição do problema
O papel do professor – lança questões e ajuda	Leitura individual	Leitura individual
Resultado na lousa	Leitura em conjunto	Leitura em conjunto
Plenária	Resolução do problema	Resolução do problema
Análise dos resultados	Observar e incentivar	Observar e incentivar
Consenso	Registro das resoluções na lousa	Registro das resoluções na lousa
Formalização	Plenária	Plenária
	Busca do consenso	Busca do consenso
	Formalização do conteúdo	Formalização do conteúdo
		Proposição e resolução de novos problemas

Fonte: Elaboração dos autores

Tentando atender à demanda de prover os estudantes dos conhecimentos prévios necessários a um desenvolvimento mais produtivo na aprendizagem, podemos perceber que, na condução de uma aula, os passos a seguir mostram as grandes diferenças entre o ensino tradicional vigente e o ensino através da Resolução de Problemas:

- O professor prepara as aulas de forma condizente com a nova matemática que deve ser construída pelo aluno, com o professor atuando como um veículo condutor;
- O problema se apresenta no fim do capítulo na abordagem tradicional de ensino e, na metodologia de Resolução de Problemas, o problema é ponto de partida;
- A leitura do enunciado do problema é feita pelos estudantes, individualmente ou em grupos e, se necessário com a intervenção do professor;
- Os estudantes, em grupos, ao interpretarem o que leram, devem matematizar o problema, passando da linguagem vernácula para a linguagem matemática, uma vez que, se não entenderem o problema, é claro que não poderão pensar na forma de resolvê-lo;
- O processo assumido pela resolução do problema apresenta-se como um passo mais importante do que o produto, aquele o de chegar à solução;
- Enquanto os estudantes, em grupos, atravessam essa fase, o professor como guia atende suas solicitações sem lhes dar resposta à pergunta feita, procurando levantar questões relacionadas a suas consultas;
- O professor deve dar tempo aos alunos, em grupos, para “pensar” e observar se, de fato, o grupo é cooperativo e coparticipativo;

- Em uma plenária, um momento muito rico de investigação, com todos os estudantes participando, o professor deve dar-lhes oportunidade de defender suas ideias e esclarecer suas dúvidas. Esse é também um momento onde se exerce a cidadania, um respeitando o outro, ouvindo para também ser ouvido;
- Chegando ao consenso, com o problema matemático resolvido, o professor formaliza o conteúdo construído.

Assim, estamos convencidos de que essa forma de aprendizagem do estudante é consequência de seu pensar matemático, que o leva a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. Chamamos a esse processo de aprendizagem através da Resolução de Problemas de Pós-Polya.

TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM

Com o passar dos anos notamos mudanças significativas na sociedade, em que os mais distintos setores são atingidos diretamente. Muitos fatores, como as tecnologias digitais, podem constituir-se como grandes contribuintes para esse cenário de transformações.

Desde o início da utilização do computador em conjunto com a internet, as tecnologias digitais vieram ganhando destaques no oferecimento de comunicação, em uma escala considerável de interação (SILVA, 2016). É possível observar cada vez mais forte sua presença em nossa vida cotidiana (DOMINICO, JOHANN, NUNES, 2020).

Em decorrência disso, não podemos deixar de perceber o quanto as tecnologias digitais vêm sendo alvo de discussões, pois além de disponibilizarem diversos meios digitais que são utilizados constantemente pela sociedade em geral, elas também proporcionam novos olhares, algo que afeta diretamente as práticas sociais nos mais distintos âmbitos (VILAÇA, ARAÚJO, 2016).

No panorama educacional essa discussão mostra-se como sendo bem evidente, pois há uma busca contínua no que diz respeito a utilização dos meios disponibilizados pelas tecnologias digitais para favorecer o ensino e aprendizagem. Bittencourt e Albino (2017) expressam isso quando nos dizem que:

A utilização cada vez maior, das mídias digitais no ambiente acadêmico e corporativo como estratégia, com um público cada vez mais envolvido com a tecnologia, trazem para as instituições várias opções de recursos didáticos para lhes dar a oportunidade de responder às diferenças individuais e às múltiplas facetas da aprendizagem (BITTENCOURT; ALBINO, 2017, p.209).

Esta fala nos mostra uma clara reflexão de como as tecnologias digitais vêm se encaixando no contexto das instituições de ensino, um comentário que nos apresenta ponderações acerca dos respectivos meios poderem vir a contribuir para possíveis efetivações de aprendizagens.

Não obstante a esse quadro, em que se busca formas de construir um caminho de soluções para problemas deparados, podemos encontrar possíveis contrastes. Na educação, como campo em pauta, podemos perceber que há um crescimento no oferecimento tecnológico, mas que a recepção do mesmo, de forma adequada, não ocorre simultaneamente (VIEIRA et. al, 2021). Nesse viés, entendemos que além de suas possibilidades positivas, as tecnologias digitais podem proporcionar desvantagens. Diversos fatores podem ser contribuintes para isso, a exemplo, a falta de empregabilidade das mesmas, ou em alguns casos quando são mal aplicadas.

Diante disso, faz-se necessário como fator primordial na conduta das tecnologias digitais compreender bem seu papel, assumindo uma postura de que não se deve apenas utilizá-las como mais um recurso, ou seja, considerando como simples ferramentas tecnológicas, mas como meios que podem ser explorados e proporcionados com vistas a contribuir da melhor forma possível.

Embasado em todo esse contexto, enxergamos o quanto é amplo a discussão quando o assunto são as tecnologias digitais, uma vez que essa via é capaz de englobar toda a sociedade. Em uma especificidade, como no caso da educação, percebemos que a mesma se encontra totalmente imersa nesse contexto denominado cultura digital. Por isso, é pertinente um olhar diferenciado para esse quadro, o qual se torna novo dia após dia.

Como ponto crucial, destacamos a necessidade da educação está em consonância com estas reflexões, onde os profissionais devem estar sempre se atualizando e aprimorando tal oferecimento. Como discutem Kosh e Machado (2017), a educação de hoje deve abrir novos horizontes para as maneiras de abordagens e aprendizagens que vão surgindo, pois, esse cenário em que a tecnologia está inserida não pode ser desconsiderado, mas sim dominados e aplicados pelos que fazem a educação.

Em síntese, Vieira (et. al, 2021) nos descreve bem sobre a pouca acessibilidade a internet que há alguns anos não se tinha e que uma parcela do público de hoje, que vivenciou essa época, não se deparava com tanta informação e necessidade de se ater a isso. No entanto, é inegável que o cenário é outro, essa expansão que a internet nos submete mostra o quanto é imprescindível se adequar as novas vivências que o meio tecnológico nos impõe,

principalmente em áreas como a educação, que precisam lidar com a responsabilidade de contribuir para a construção de um aprendizado para o indivíduo.

No tocante a uma relação tecnologia e aprendizagem, Vieira et. al (2021, p. 113) nos dizem que:

A aprendizagem baseada em tecnologias altera a percepção do conhecimento, contribuindo para um distanciamento cada vez maior do modelo de educação bancária. A percepção do aluno, cujo conhecimento depende do professor, é substituída por um aprendente em constante aprendizado com acesso ao conhecimento em qualquer lugar, em qualquer tempo.

Refletimos assim o quanto as tecnologias em geral passaram a ser influentes, como elas podem ser contribuintes quando são bem conduzidas. Em se tratando do estudante, pode-se torná-lo um aprendiz ativo na construção do seu saber e o professor alguém que intermedia o conhecimento, quebrando o paradigma de que um repassa conhecimento e o outro apenas recebe sem questionar.

Deste modo, todo o debate nos faz refletir que as Tecnologias Digitais se revelam como meios que vigoram diariamente na vida cotidiana, algo que requer uma adequação contínua para que se possam ser bem utilizadas, tornando-se ferramentas poderosas nas mãos dos que a administram.

Com relação à Resolução de Problemas e às Tecnologias Digitais, podemos perceber que existem inúmeras formas de conceber o ensino da Matemática, cabe ao professor adequá-las a seu trabalho. Elas constituem duas alternativas bastante ricas dentro de um variado espectro de possibilidades que se apresentam como alternativas para o ensino-aprendizagem de Matemática na sala de aula.

MECANISMOS DE COGNIÇÃO COLABORATIVA

A descrição que fazemos do episódio de negociação de sentidos está fundamentada na teoria sociocultural (TSC). De acordo com uma das leis fundamentais dessa teoria, a aprendizagem e o desenvolvimento têm origem nas relações sociais e o conhecimento difundido nessas relações somente é internalizado e apropriado pelas pessoas depois de socializado em um trabalho colaborativo (VYGOTSKY, 2008).

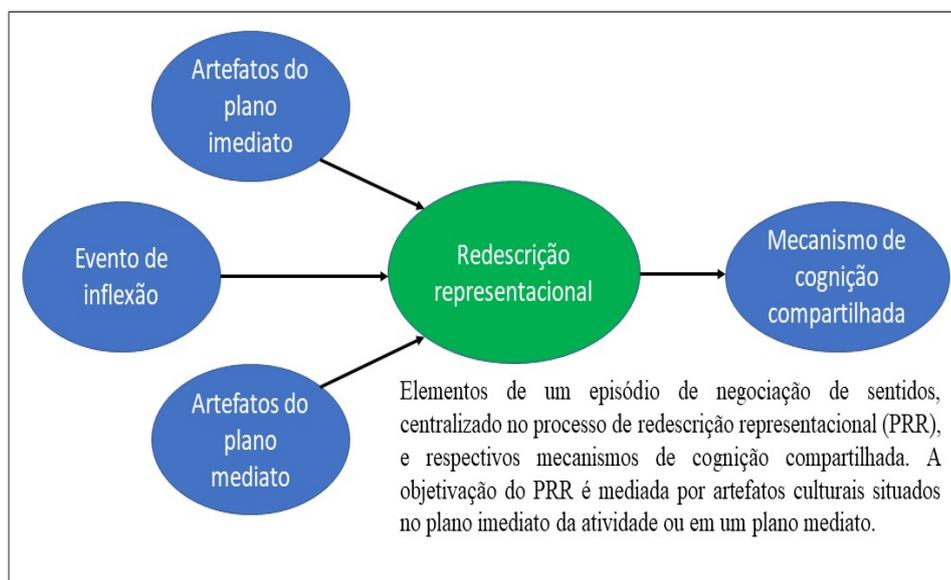
Para este artigo, nossa intenção foi investigar, que elementos cognitivos têm na socialização de conhecimentos conceituais de Álgebra. Para isso, a TSC direciona nosso olhar para a relação dialética entre dois elementos da cultura de sala de aula: as relações interpessoais e os artefatos culturais que cumprem o papel de mediadores semióticos nessas relações (SIRGADO, 1991).

Para sustentar a pesquisa foi necessário construir uma estrutura teórico mínima, sobre o estudo das condições de desenvolvimento da cognição humana de Michael Tomasello, para a descrição do episódio. Essa teoria foi originalmente proposta por Karmiloff Smith (1994) como um modo especificamente humano de explorar internamente informações já armazenadas, inatas ou adquiridas, rerepresentando-as em diferentes formatos, adaptadas a novas situações.

Segundo Tomasello (2003), o PRR, representa um modo especificamente humano de explorar informações disponibilizadas no meio, seja pela ação de outro agente social, seja pelo uso de artefatos culturais circunscritos à atividade (conceitos, equações matemáticas ou símbolos). A interpretação de Tomasello enfatiza o papel da cultura no uso deste recurso cognitivo.

Assim, o conhecimento dessa definição do PRR feita por Tomasello (2003) nos chamou a atenção como professores e pesquisadores, para várias situações observadas em salas de aula, em que estudantes se apropriam muitas vezes de forma incompleta de argumentos e explicações dadas por outros agentes nas situações de negociação de sentidos em atividades de aprendizagem colaborativa.

Figura 1. Processo de redescrição representacional (PRR)



Fonte: Tomasello (2013)

O PRR representa um construto teórico que possibilita a inserção da análise microgenética como estrutura teórico metodológica em desenhos de pesquisa cuja orientação

teórica seja definida pela TSC. Em síntese, dois argumentos sustentam esta possibilidade; por um lado, atende à demanda teórica, por ser um mecanismo cognitivo que estabelece uma relação entre o plano social e o plano interno (individual); por outro lado, permite identificar episódios de negociação de sentidos, conforme esquema da Figura 1.

Nesta Figura, os artefatos culturais imediatos são aqueles diretamente indicados no roteiro da atividade e disponibilizados pelo professor, por exemplo, os artefatos que medeiam o evento relatado na descrição.

DESCRIÇÃO DA APRENDIZAGEM COLABORATIVA

Nossa pesquisa foi realizada no contexto de aulas de uma disciplina a nível de Pós-Graduação, onde buscamos fazer análises acerca da aprendizagem numa perspectiva colaborativa. Ressaltamos que a investigação se tornou instigante, pois as atividades desenvolvidas nos encontros da disciplina discorriam a partir de problemas de uma forma reflexiva e interativa.

Nessa vertente, no primeiro semestre de 2021, na disciplina Fundamentos de Álgebra do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, escolhemos alguns textos sobre Álgebra e Resolução de Problemas para leitura e discussão em sala de aula. O intuito era de aprofundar os conhecimentos teóricos, para que os estudantes obtivessem um conhecimento e uma melhor preparação e pudessem levar a Resolução de Problemas para as suas salas de aula presenciais ou híbridas. Não pretendíamos apenas aplicar tarefas prontas, mas oportunizar o desafio de aprender através da metodologia de Resolução de Problemas.

Em sua essência, a ideia desta estratégia de se trabalhar nas aulas, tem o propósito de tirar os estudantes da zona de conforto e colocá-los como protagonistas do processo de aprendizagem. Além de que esse contexto de aprendizagem, rico em relações intersubjetivas autênticas e espontâneas, se apresenta como um ambiente propício para a investigação de estratégias de compartilhamento do conhecimento, para além do próprio desenvolvimento conceitual.

Desse modo, para uma aprendizagem de maneira estruturada e organizada, as aulas de Álgebra eram ministradas com a turma dividida em grupos permanentes de estudantes. Sendo assim, quando os dados foram coletados, os grupos já vinham trabalhando juntos há cerca de mais de um mês de aula, o que significa que eles já conheciam um pouco dos limites e qualidades uns dos outros, o que facilitou muito a interação colaborativa e reflexiva.

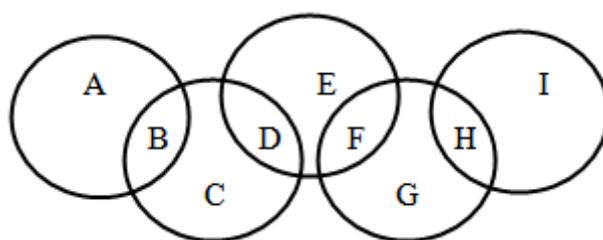
Elucidando uma vivência nesse contexto, em uma perspectiva de aprendizagem colaborativa na disciplina Fundamentos de Álgebra, a seguir narramos nesta seção, um episódio algébrico prototípico de negociação de sentidos, descrevendo o comportamento dos estudantes diante do problema enfrentado e a resolução deste no contexto da metodologia da Resolução de Problemas e a utilização do recurso tecnológico, onde identificamos os mecanismos de cognição compartilhada. Isto é, um episódio de aula vivido pelo primeiro e segundo autores e pelos estudantes com relação a um problema específico apresentado “Puzzle Olímpico”.

À priori, o professor da disciplina comunicou a turma, na plataforma Google Meet, que para a respectiva aula utilizaríamos um outro recurso tecnológico, chamado plataforma Meet Butter. Para isso, foi disponibilizado nesse encontro um link no chat e solicitado que entrássemos nele, sendo assim direcionado para a sala da outra plataforma de reunião virtual.

Ao entrarmos na plataforma Meet Butter, o professor rapidamente apresentou algumas ferramentas dessa plataforma, evidenciando ser uma sala de reunião semelhante ao Meet com mais recursos como, por exemplo, Miro, Google Drive, YouTube, Quadro Branco e as Salas, as quais nos possibilitam toda uma interação. Utilizando a lousa digital “Miro” dessa plataforma, o professor da disciplina exibiu o “Problema do Puzzle Olímpico”, o qual seria trabalhado nesse ambiente digital em grupos:

Problema do Puzzle Olímpico

Os anéis olímpicos dividem o plano em nove regiões fechadas, assinaladas na figura por letras.



Substituir as letras pelos números de 1 a 9, sem repetição, de tal modo que a soma S dos números dentro de cada um dos anéis seja sempre a mesma.

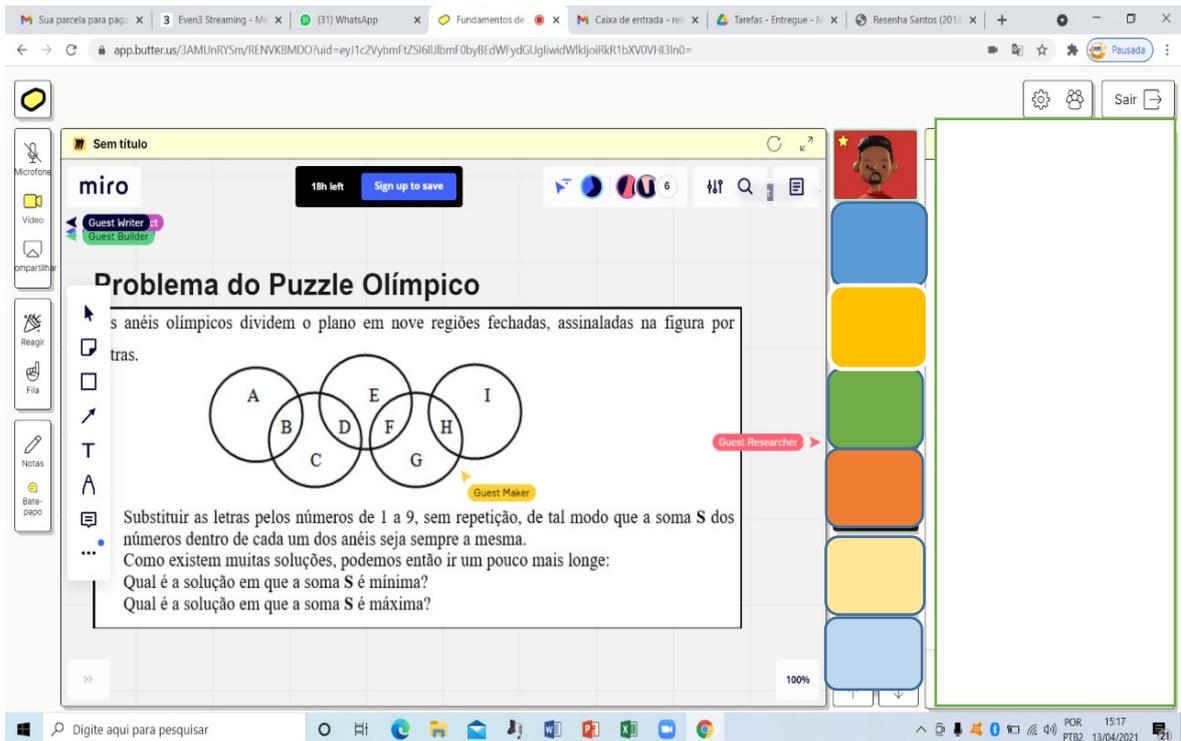
Como existem muitas soluções:

Qual é a solução em que a soma S é mínima?

Qual é a solução em que a soma S é máxima?

Para a discussão desse problema, o professor dividiu a turma, na Plataforma Butter, em duas salas, ou seja, separou os participantes daquela aula em dois grupos, um com cinco pessoas e outro com quatro. O professor ressaltou que a plataforma faria a divisão de modo aleatório. Após definir um tempo para a execução da atividade, foi feita a distribuição dos grupos e os estudantes iniciaram a discussão grupal nessa plataforma.

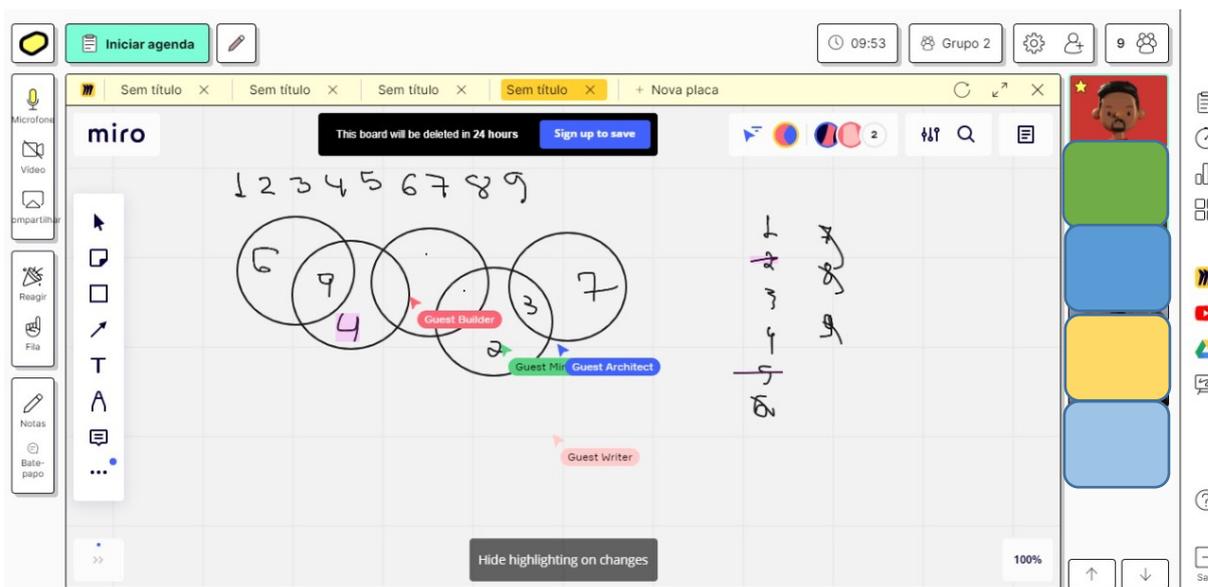
Figura 2. Miro Plataforma Meet Butter



Fonte: acervo dos autores (2021)

Nos grupos, pôde-se perceber uma interação já imediata, ainda que sem uma organização precisa de como se daria a resolução. Os estudantes começaram a testar possibilidades para se chegar à solução do problema, além de ficarem curiosos com a interação instantânea entre os colegas do grupo. Só após alguns minutos é que foi possível notar uma conversação com relação a estratégias de se trabalhar o problema, visando não se prender apenas a uma maneira intuitiva.

Figura 3. Discussão do grupo 2



Fonte: Acervo dos autores (2021)

Entre muitas observações, pontuamos uma em que em alguns momentos, um estudante utilizava diferentes representações de uma mesma situação, ou diferentes formas de uso de um artefato cultural para reorganizar as ideias (redescrição representacional) enquanto externalizava seu raciocínio (objetivação cultural).

Nesse esforço de superação, o estudante precisava incorporar diferentes perspectivas ao seu discurso, e coordená-las em função das demandas dos seus interlocutores. Acerca dessa ação, consideramos que “A habilidade humana de assumir diferentes perspectivas sobre um problema, adquirida na infância, é bastante ampliada com o desenvolvimento da linguagem, porque acrescenta outras categorias conceituais no repertório comunicativo das pessoas, aumentando a flexibilidade do pensamento” (TOMASELLO, 2003, p. 232-242).

Esta habilidade, no contexto específico da pesquisa se constitui em um importante mecanismo de cognição compartilhada, em acordo com a lei genética geral do desenvolvimento cultural. Isto é, identificamos que na plataforma Butter, a maneira como os grupos estavam pensando em relação ao problema, deixava claro a cognição grupal.

A definição de uma estrutura de negociação de sentidos no plano social, representada na Figura 1, nos deu a oportunidade de observar eventos nos quais ocorrem PRR nas relações intersubjetivas. A Figura 1 representa nossa unidade de análise, com evento de inflexão, seguido de um evento de PRR com seu respectivo mecanismo de cognição compartilhada. O PRR é sempre deflagrado por eventos de inflexão, os quais disparam estados de atenção

conjunta entre os sujeitos de um grupo, provocando uma interrupção e um redirecionamento no fluxo das ações dos sujeitos na atividade.

Embora ambos os grupos tenham buscado uma solução para o problema proposto, entre verbalização das ideias e expressividade por meio da resolução no “Miro” dessa plataforma, o tempo da atividade acabou se findando, ficando para a aula posterior os comentários do que cada um dos grupos conseguiu desenvolver.

Dessa forma, o professor iniciou a aula seguinte com a discussão e a resolução do Problema Olímpico proposto, projetando uma lousa digital, onde expôs o respectivo problema seguindo o roteiro de atividades como dinâmica para a sala de aula que Onuchic e Allevato (2011) apresentam. O professor da disciplina chamou a uma plenária buscando promover uma interação de toda a turma, pondo em pauta saber como cada grupo tinha se articulado para desenvolvê-lo. Diante da discussão com todos os estudantes, notou-se que os dois grupos chegaram à solução, porém por uma via convencional, por tentativas. Algo que chamou a atenção foi alguns estudantes afirmarem que um passo inicial utilizado para começar a preencher os círculos, era inserir valores grandes nas extremidades.

Em seguida, o professor da disciplina, o primeiro autor deste artigo, convidou a turma para juntos trabalharem na resolução desse problema em busca de chegarem a um consenso, que é uma das etapas do roteiro da metodologia de Resolução de Problemas.

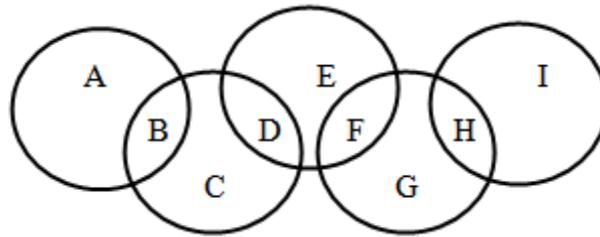
Então nesta etapa, o professor questionou os estudantes: “O que este problema está pedindo?”, “Quais são seus dados?”, “Como relacioná-los?”, “Entenderam bem o enunciado?”

Responderam: - Sim. Temos que substituir as letras pelos números de 1 a 9, sem repetição, de tal modo que a soma S dos números dentro de cada um dos anéis seja sempre a mesma.

Para ter certeza da compreensão dos estudantes, o professor da disciplina resolveu fazer novamente a leitura do problema, com as devidas interpretações e tiradas as possíveis dúvidas do enunciado do problema.

Junto com os estudantes de Pós-graduação, na lousa digital, o professor da disciplina, olhando os anéis olímpicos, registrou o que o problema pedia.

$$\begin{aligned}
 S &= A + B \\
 S &= B + C + D \\
 S &= D + E + F \\
 S &= F + G + H \\
 S &= H + I
 \end{aligned}$$



Passou a substituir as letras pelos números sabendo sempre que, em qualquer ordem pode ser.

$$\begin{aligned}
 A + B + C + D + E + F + G + H + I \\
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9
 \end{aligned}$$

Vamos trabalhar agora buscando responder a esse problema.

$$\begin{aligned}
 A + B + C + D + E + F + G + H + I &= \\
 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 &= 45
 \end{aligned}$$

Sabendo que a soma total das letras é 45 e que a Soma S dos números dentro de cada um dos anéis deve ser sempre a mesma, temos que:

$$\begin{aligned}
 S &= A + B \\
 S &= B + C + D \\
 S &= D + E + F \\
 S &= F + G + H \\
 S &= H + I
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5S &= A + B + B + C + D + D + E + F + F + G + H + H + I \\
 5S &= A + B + C + D + E + F + G + H + I + (B + D + F + H) \\
 5S &= 45 + (B + D + F + H)
 \end{aligned}$$

$$\text{Assim, } S = \frac{45}{5} + \frac{B+D+F+H}{5}$$

$$S = 9 + \frac{B+D+F+H}{5}$$

Onde B + D + F + H deve ser um múltiplo de 5.

Buscando, entre os múltiplos de 5, aqueles que divididos por 5 e somados a 9 chequem à soma, podemos encontrar: B + D + F + H = 5. Então, S = 10, não serve. Pois, B + D + F + H > 5.

No nosso problema, como uma das questões é: Qual a solução em que a soma S seja mínima?

Substituindo os menores valores para B + D + F + H, temos que:

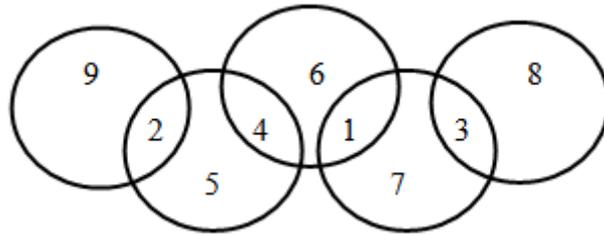
$$S_{\min} = 9 + \frac{B + D + F + H}{5}$$

$$S_{\min} = 9 + \frac{1 + 2 + 3 + 4}{5}$$

$$S_{\min} = 9 + 2 = 11.$$

Assim conseguimos uma solução para a soma mínima: $S_{\min} = 11$.

Construindo uma solução para essa soma mínima temos:



Quando tentaram resolver por tentativa e erro, os grupos já tinham percebido que a soma mínima não poderia ser 10.

Pois $B + D + F + H = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$, portanto 5 não serve.

Em seguida, quando o professor da disciplina foi em busca da solução para a soma máxima, os participantes do grupo disseram que seria 15, então o professor da disciplina indagou-os: Será?

Novamente juntos com os participantes, na lousa digital, o professor da disciplina aproveitando a ideia usada para a Soma Mínima registrou:

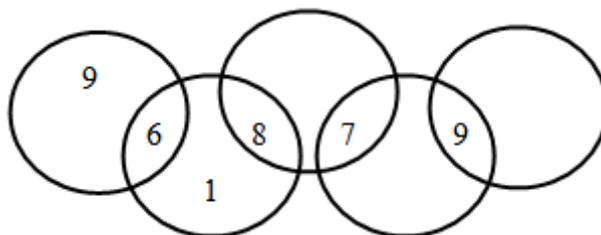
$$S_{\max} = 9 + \frac{B + D + F + H}{5}$$

Então substituindo os maiores valores para $B + D + F + H$ (sempre pensando nos múltiplos de 5) foi assim:

$$S_{\max} = 9 + \frac{6 + 7 + 8 + 9}{5}$$

$$S_{\max} = 9 + 6 = 15$$

Na hora de verificar a solução abaixo, o grupo se manifestou que teríamos números repetidos, por exemplo, o 9. O professor da disciplina disse que isso não poderia acontecer.



Pelos anéis acima podemos observar que nas intersecções é maior ou igual do que 14. Portanto, nas intersecções dos anéis o par de números tem que ser menor do que 14, ou seja,

$$B + D < 14, D + F < 14 \text{ e } F + H < 14$$

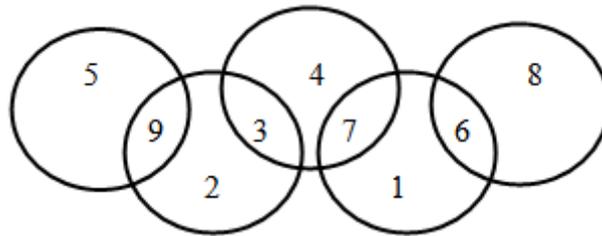
Então, em seguida, buscamos valores para que a Soma Máxima seja 14

$$S_{\text{máx}} = 9 + \frac{B + D + F + H}{5}$$

$$S_{\text{máx}} = 9 + \frac{3 + 6 + 7 + 9}{5} = 9 + \frac{25}{5} = 9 + 5 = 14$$

Agora com essas condições; vamos verificar a Soma Máxima no problema.

Construindo uma solução para essa soma máxima, temos:



Assim, verificado nos anéis olímpicos, a solução para a soma máxima é $S_{\text{Máx}} = 14$.

Além da participação nas discussões que tratavam da resolução desse problema e apesar de considerar o trabalho com os anéis olímpicos dado por encerrado, os estudantes precisaram responder algumas perguntas, a saber:

- Existem outras soluções?
- Isso é um problema? Por quê?
- Que tópico de Matemática poderia ser iniciados com este problema?

A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é uma metodologia pedagógica bastante eficiente para realizar esse trabalho. Trata-se de uma metodologia onde um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento se faz através de sua resolução. Professor e estudantes, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula.

Dessa forma, o ensino-aprendizagem-avaliação de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do

crescimento dos alunos é feita, continuamente, durante a resolução do problema. (ONUChIC; ALLEVATO, 2011).

Seguindo a explanação, ao passo que o professor ia expressando a solução, os estudantes já alegavam o desconhecimento da referida forma de desenvolver o problema. Ficava nítido, mediante a participação dos pós-graduandos, que os procedimentos algébricos eram familiares, enquanto que o raciocínio para montar a situação-problema era totalmente incógnito para eles.

Ressaltamos que mesmo não tendo um conhecimento da forma como o professor se propunha a resolver o problema, a maior parte da turma sentia-se motivada a contribuir, ainda que com algumas falas. Um fato que merece destaque quando o assunto se trata de trabalhar problemas que instiguem a sua solução.

Em suma, pontuamos que este foi um problema que nos prendeu à atenção e nos estimulou a fazer Matemática. Nele, foram usados conceitos algébricos e a utilização de estratégia que possibilitasse uma melhor construção, proporcionando aos participantes do momento uma visão de resolver problema que vai além de uma simples utilização indutiva, que muitas vezes pode parecer longa e cansativa. Portanto, chegamos à formalização do conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que o trabalho de sala de aula deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em Resolução de Problemas. Os estudantes devem ser desafiados a resolver uma situação-problema e desejar fazê-lo. O problema deve conduzi-los a utilizar seus conhecimentos anteriores e, por outro lado, exigir que se busque novas alternativas, novos recursos e conhecimentos para a obtenção da solução. Na tentativa de compreender a complexa ação de trabalhar em sala de aula virtual, pudemos perceber também como um dos métodos de ensino, a Resolução de Problemas norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um problema que deve ser o ponto de partida para o desenvolvimento dos estudantes, dando oportunidade para que possam refletir sobre o modelo proposto e irem busca do conhecimento matemático.

Desse modo, entendemos a Resolução de Problemas como um processo que vai além da ideia generalizada de resolver problemas, para situar-se na noção de prática envolvida na resolução de problemas por meio da construção, (re)construção e interpretação de problemas. Portanto, a experiência de um problema, com os estudantes envolvidos na

disciplina Fundamentos de Álgebra foi satisfatória, pois estes puderam perceber uma nova forma de aprender e de fazer Matemática através da Resolução de Problemas e da utilização das Tecnologias Digitais. Esperamos que nosso trabalho possa levantar novos questionamentos que ajudem os professores e pesquisadores a perceberem o valor da Matemática na formação de um cidadão crítico e reflexivo, necessário para uma sociedade em constante mudança.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014. p. 35-52
- AZEVEDO, M. C.; PUGGIAN, C.; MARTINS, H. G. Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática: Sugestões para a prática docente. In: VILAÇA, M. L. C.; ARAUJO, E. V. F. (Org.) **Tecnologia, Sociedade e Educação na Era Digital**. Duque de Caxias: UNIGRANRIO, 2016. P. 268-291. Disponível em: http://www.pgcl.uenf.br/arquivos/tecnologia,sociedadeeeducacaonaeradigital_011120181554.pdf. Acesso em: 17 out. 2021.
- BITTENCOURT, P. A. S.; ALBINO, J. P. O uso das Tecnologias Digitais na Educação do Século XXI. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 12, n. 1, p. 205-214, jan. 2017. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/9433>. Acesso em: 26 out. 2021.
- DOMINICO, E.; JOHANN, M. M.; NUNES, M. A. Infância, Tecnologias Digitais e Educação: novos tempos, novos olhares e ressignificações. In: TEDESCO, A. L.; LACERDA, T. E. (Org.) **Educação Digital e Práticas Pedagógicas**. Curitiba, PR: Bagai, 2020. P. 135-151.
- HUANCA, R. R. H.; SILVA, D. J. B.; SOUZA, P. Q. **Cálculo Diferencial sob a Perspectiva da Resolução de Problemas**. Campina Grande: Eduepb, 2021, 144p. Disponível em: <https://zenodo.org/record/5128399#.YVzB59rMLIU>. Acesso em: 16. nov. 2021.
- KARMILOFF SMITH, A. Precis of Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science. *Behavioral and Brain Sciences*, v. 17, p. 693 745, 1994.
- KOSH, I. L. C.; MACHADO, L. R. Autoria de Material Digital: Possibilidades de protagonismo na ação docente. In: TAROUÇO, L. M. R.; ABREU, C. S. (Org.). **Mídias na Educação: a pedagogia e a tecnologia subjacentes**. Porto Alegre: Editora Evangraf, 2017. P. 273-293.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectiva. **Bolema**, v. 25, n. 41 Rio Claro: 2011. p. 73-98

SILVA, P. V. De “um para todos” a “todos para todos”: As mudanças socioculturais da cultura de massas à cultura digital. In: VILAÇA, M. L. C.; ARAUJO, E. V. F. (Org.) **Tecnologia, Sociedade e Educação na Era Digital**. Duque de Caxias: UNIGRANRIO, 2016. P. 41-70. Disponível em: http://www.pgcl.uenf.br/arquivos/tecnologia,sociedadeeeducacaonaeradigital_011120181554.pdf. Acesso em: 27 out. 2021.

SIRGADO, A. P. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. *Cadernos CEDES*, v. 24, p. 32-43, 1991.

TOMASELLO, M. Origens culturais da aquisição do conhecimento humano. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

VIEIRA, A. F. B.; GARCIA, L. G.; SILVA, J. F.; RODRIGUES, L. E-LEARNING, AVEA, redes de aprendizagem e comunidades virtuais de aprendizagem. In: GARCIA, L. G.; MARTINS, T. C (Org.). **Possibilidades de Aprendizagem e mediações do ensino com o uso das tecnologias digitais: desafios contemporâneos**. Palmas, TO: EDUFT, 2021. p. 122-136.

VILAÇA, M. L. C.; ARAUJO, E. V. F. Linguagem na era digital: Reflexões sobre Tecnologia, Linguagem e Comunicação. In: VILAÇA, M. L. C.; ARAUJO, E. V. F. (Org.) **Tecnologia, Sociedade e Educação na Era Digital**. Duque de Caxias: UNIGRANRIO, 2016. P. 218-239. Disponível em: http://www.pgcl.uenf.br/arquivos/tecnologia,sociedadeeeducacaonaeradigital_011120181554.pdf. Acesso em: 27 out. 2021.

VYGOTSKY, L. A formação Social da Mente. O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores. 7ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

WALLE, J. A. V. **Elementary and Middle School Mathematics: teaching developmentally**. 4a ed. New York: Longman, 2001. 555p.