

Tarefas para o ensino e aprendizagem de equação polinomial de primeiro grau no 7º ano do Ensino Fundamental

Francelino Bomfim Santos¹

Secretaria da Educação do Estado da Bahia– SEC/BA

Joubert Lima Ferreira²

Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB

RESUMO

Este artigo teve como o objetivo analisar de que forma o conhecimento especializado do professor para trabalhar com tarefas matemáticas sobre equações polinomiais de primeiro grau podem promover possíveis situações de aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, foram analisadas três tarefas: uma do tipo exercício, outra do tipo problema e uma terceira do tipo investigativa, selecionadas dos livros didáticos *Matemática: compreensão e prática*, de Ênio Silveira e *Convergências matemáticas*, de Eduardo Chavante (PNLD 2020). A classificação das tarefas foi realizada com base em Ponte (2005) e analisadas com base nos marcadores de tarefas propostos por Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017). Já para a análise dos possíveis conhecimentos mobilizados pelo professor para a implementação de tais tarefas, usou-se o modelo teórico *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) elaborado por Carrillo *et al* (2013). Os resultados mostram que as tarefas matemáticas são um segmento fundamental no processo de ensino e aprendizagem, constituindo um fio condutor do trabalho pedagógico do professor e da aprendizagem dos alunos. O conhecimento do professor como o principal elemento transformador da aprendizagem dos alunos e que se deve priorizar o trabalho com tarefas desafiadoras, que tenha alto nível de exigência cognitiva, que leve o aluno a pensar por meio de relações e conexões matemáticas, em detrimento do uso mecânico de regras e procedimentos memorizados e sem conexão.

Palavras-chave: Tarefas; Matemática; Equação polinomial de primeiro grau; Conhecimento especializado do professor.

Tasks for teaching and learning first-degree polynomial equation in the 7th grade elementary school

ABSTRACT

This article aimed to analyze how the teacher's specialized knowledge to work with mathematical tasks on first-degree polynomials equations can promote possible learning situations of 6th grade elementary school students. For this, three tasks were analyzed: one of the types of exercise, another of the problem type and a third of the investigative type, selected from the *Matemática: compreensão e prática*, by Ênio Silveira and

Submetido em: 14/06/2021

Aceito em: 04/11/2022

Publicado em: 23/01/2023

¹ Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), campus Barreiras, Bahia, Brasil. Professor no Colégio Estadual de Boquira, Boquira, Bahia, Brasil. Endereço para correspondência: Povoado de Centendas, s/n, Macaúbas, Bahia, Brasil, CEP: 46500-000. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1218-0873>. E-mail: francelinosantos11@gmail.com.

² Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana. Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino e do PROFMAT da Universidade Federal do oeste da Bahia. Endereço para correspondência: Rua da Prainha, 1326 — Pavilhão 01, ala C, gabinete 21 - Morada Nobre — Barreiras, Bahia, Brasil, CEP: 47810 - 059. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4610-4740>. E-mail: joubert.ferreira@ufob.edu.br.

Convergências matemáticas, by Eduardo Chavante (PNLD 2020). The classification of the tasks was performed based on Ponte (2005) and analyzed based on the task markers proposed by Barbosa (2013) and Costa, Oliveira e Silva (2017). For the analysis of the possible knowledge mobilized by the teacher for the implementation of such tasks, the theoretical model Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) elaborated by Carrillo et al (2013) was used. The results show that mathematical tasks are a fundamental segment in the teaching and learning process, constituting a guiding thread of the teacher's pedagogical work and students' learning. The knowledge of the teacher as the main transforming element of students' learning and that one should prioritize work with challenging tasks, which has a high level of cognitive requirement, that leads the student to think through mathematical relationships and connections, to the detriment of the mechanical use of memorized and unconnected rules and procedures.

Keywords: Tasks; Mathematics; First-degree polynomial equation; Especialized knowledge of the teacher.

Tareas para la enseñanza y aprendizaje de la ecuación polinomial de primero grado en el 7 ° año de enseñanza fundamental

RESUMEN

El propósito de este artículo es analizar cómo el conocimiento especializado del profesor para trabajar con tareas matemáticas en ecuación polinómica de primer grado puede promover posibles situaciones de aprendizaje de los estudiantes de 7º grado de primaria. Para ello se analizaron tres tareas: una del tipo de ejercicio, otra del tipo de problema y una tercera del tipo investigativo, seleccionadas de los libros de texto de matemáticas: comprensión y práctica, de Ênio Silveira y *Convergências matemáticas*, de Eduardo Chavante Programa Nacional de Livros y Material Didático (PNLD) 2020. La clasificación de las tareas se realizó en base a Ponte (2005) y se analizó en base a los marcadores de tareas propuestos por Barbosa (2013) y Costa, Oliveira e Silva (2017). Para el análisis de los posibles conocimientos movilizados por el docente para la implementación de dichas tareas, se utilizó el modelo teórico Del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) elaborado por Carrillo et al (2013). Los resultados muestran que las tareas matemáticas son un segmento fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, constituyendo un hilo conductor del trabajo pedagógico del docente y del aprendizaje de los estudiantes. El conocimiento del profesor como el principal elemento transformador del aprendizaje de los estudiantes y que se debe priorizar el trabajo con tareas desafiantes, que tiene un alto nivel de requerimiento cognitivo, que lleva al estudiante a pensar a través de relaciones y conexiones matemáticas, en detrimento del uso mecánico de reglas y procedimientos memorizados y no conectados.

Palabras clave: Tareas; Matemáticas; Ecuación polinómica de primer grado; Conocimiento experto del professor.

INTRODUÇÃO

A Matemática é tida por muitos como bicho de sete cabeças, como a vilã do currículo escolar. Por que isso acontece? O que tem contribuído para chegar a esse ponto? É certo que existem vários fatores que contribuem para esse panorama, muitos deles inclusive externos à escola e que não podem ser controlados por ela. No entanto, no que diz respeito à escola, questiona-se: será que o modo como a Matemática tem sido trabalhada nas escolas – de modo geral, por meio de aplicações de regras e teoremas presentes em livros, transformando as aulas em um processo árduo e sem significado, no qual o professor é mais transmissor do que mediador/orientador e o aluno é mais um receptor do que um construtor –, não tem contribuído para esse cenário? Provavelmente, sim. Essa abordagem é considerada por muitos ultrapassada e desfavorável a uma aprendizagem duradoura e significativa (VAN DE WALLE, 2009; PONTE, 2005; STEIN; SMITH, 2009). Em contrapartida, esses mesmos

autores sugerem um ensino mais aberto e dinâmico, no qual o professor se mantém numa posição horizontal com os alunos, intermediando e incentivando-os a ser construtores de seus conhecimentos. O professor deve conjugar dois conhecimentos essenciais: o conhecimento matemático e o conhecimento de como os alunos aprendem matemática (VAN DE WALLE, 2009).

Nesse contexto, o delineamento de tarefas matemáticas constitui um ponto chave no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, podendo favorecer de forma positiva ou negativa (STEIN; SMITH, 2009; PONTE, 2005). Nesse sentido, o professor, no decurso de sua prática pedagógica, deve manter a postura de um pesquisador ativo e reflexivo, sempre ponderando a respeito de suas realizações pedagógica e educativa e dos resultados alcançados. Em síntese, o processo de seleção/construção, adaptação e condução das tarefas matemáticas, deve favorecer o alto desenvolvimento cognitivo dos alunos, por meio da resolução de problemas, do raciocínio, da construção do pensamento, da comunicação e da validação de resultados (VAN DE WALLLE, 2009; PONTE, 2005, 2014; STEIN; SMITH, 2009).

No cenário educacional, mesmo com o advento da internet e da tecnologia, as quais permitem a obtenção e circulação de informações instantâneas, o livro didático ainda é a principal ferramenta de apoio do professor (OLIVEIRA, 2007; LITOLDO; ALMEIDA; RIBEIRO, 2018). Porém, como o livro didático será trabalhado em realidades e contextos diversos, esse material não deve ser o único a ditar “o quê” e o “como fazer”, mas em conjunto com o conhecimento do professor, o qual é o fator mais decisivo para a aprendizagem dos estudantes, deve potencializar a prática pedagógica (HILL; ROWAN; BALL, 2005; LITOLDO; ALMEIDA; RIBEIRO, 2018).

O trabalho do professor, por meio do seu conhecimento e do uso do livro didático, tem nas tarefas matemáticas essa possibilidade de potencialização. As tarefas matemáticas constituem um elemento importante na organização e desenvolvimento do trabalho do professor, desempenhando papel fundamental na promoção da aprendizagem dos alunos (STEIN; SMITH, 2009; COSTA; OLIVEIRA; SILVA, 2017; PONTE; MENEZES, RODRIGUES, 2014; WICHNOSKI; KLÜBER, 2018.).

Diante do exposto, procuraremos nesse artigo analisar de que forma o conhecimento especializado do professor para trabalhar com tarefas matemáticas sobre equações polinomiais de primeiro grau podem promover possíveis situações de aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, serão analisadas três tarefas

matemáticas, ponderando sobre suas limitações e/ou potencialidades para a construção de significados para o objeto equação polinomial de primeiro grau. As tarefas serão classificadas com base em Ponte (2005) e analisadas com base nos marcadores de tarefas (BARBOSA, 2013; COSTA; OLIVEIRA; SILVA, 2017), como também discutiremos, com base em Carrillo *et al* (2013), os possíveis conhecimentos a serem mobilizados pelo professor durante o processo de escolha e implementação de tarefas para o ensino e aprendizagem de equação polinomial de primeiro grau. Na próxima seção são apresentados os aportes teóricos que sustentam esse estudo, seguidos dos procedimentos metodológicos, da apresentação e análise dos dados e, por fim, as considerações.

REFERÊNCIAL TEÓRICO

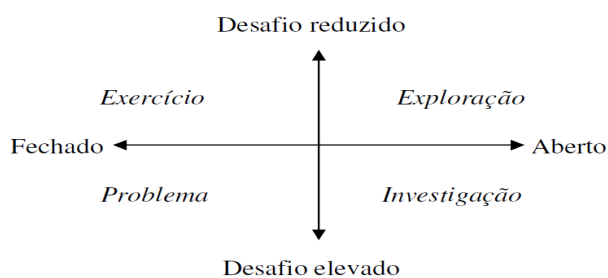
Na literatura há formas diversas de classificar e/ou analisar as tarefas matemáticas. Entretanto, para esse trabalho foram tomados Ponte (2005) e Stein e Smith (2009), além de Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017), os quais apresentam marcadores para análise de tarefas. Durante a implementação de uma tarefa em sala de aula, a mesma pode sofrer influências, tanto pela abordagem realizada pelo professor como pelo nível de conhecimento do aluno. Nesse contexto, buscou-se em Carrillo *et al.* (2013) um suporte teórico que ajudasse a compreender quais são/seriam os conhecimentos mobilizados pelos professores no processo de escolha e implementação de tarefas sobre equação polinomial de primeiro grau, considerando a abordagem defendida pelos documentos curriculares orientadores (BRASIL, 2018) e literatura especializada (PONTE, 2005, 2014; STEIN; SMITH, 2009).

Ponte (2014) afirma que o ensino realizado pelo professor em seu dia a dia é marcado fundamentalmente pelas tarefas que este propõe na sala de aula. A essa altura, é oportuno questionar: quais são os tipos de tarefas mais apropriados para o ensino de Matemática? Para essa pergunta não há uma resposta universal e definitiva, pois depende da clientela, de seu nível de desenvolvimento cognitivo, seus anseios e objetivos envolvidos. No entanto, não é aconselhável o ensino centrado no uso de tarefas baseadas na reprodução de procedimentos sem conexão e acúmulo de informações. Em vez disso, sugere-se que a atividade matemática seja desenvolvida por meio da resolução de problemas, isto é, de situações desafiadoras, que leve o aluno a produzir uma aprendizagem significativa (BRASIL, 1998; PONTE, 2005, 2014; STEIN; SMITH, 2009).

O trabalho com as tarefas matemáticas pode desempenhar uma variedade de papéis, pois apoiam a aprendizagem, permitem verificar o que o aluno aprendeu ou ainda compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos (PONTE, 2014). Por isso, uma questão central a ser considerada são as várias tipologias de tarefas, suas vantagens e/ou limitações.

Ponte (2005) classifica as tarefas com base em suas características, grau de desafio e o grau de estrutura. O grau de desafio está relacionado com a dificuldade oferecida pela questão e varia entre os polos de desafio reduzido e elevado. Já o grau de estrutura varia entre os polos fechado e aberto. Uma tarefa fechada explicita o que é dado e o que é pedido, já uma tarefa aberta contém um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido ou em ambos. Pela figura 1, nota-se que esse autor classifica as tarefas em quatro tipos, a saber: a) exercício, tarefa para cuja solução o aluno conhece os procedimentos, exige a aplicação de um algoritmo; os comandos são do tipo “calcule” ou “determine”, possui polo fechado e desafio reduzido; b) problema, tarefa cuja solução o aluno desconhece de início, precisa bolar um plano, uma estratégia para resolvê-la; tem polo fechado, porém desafio elevado; c) investigação, tarefa com alto grau de indeterminação, exige que o aluno formule perguntas e busque explicações para a situação que se coloca. É uma tarefa aberta com desafio elevado; e d) exploração, tarefa aberta, porém com desafio reduzido, a qual o aluno já pode resolver no primeiro momento.

Figura 1 - Dimensões das tarefas



Fonte: Ponte (2005, p. 8)

Considerando o contexto de referência das tarefas, este autor ainda as classifica como pertencendo à matemática pura, à realidade ou à semirrealidade. No contexto da matemática pura as questões e atividades se referem tão e somente à matemática; no da realidade, relaciona-se diretamente com o dia a dia do aluno e, no da semirrealidade, as tarefas não existem na vida cotidiana, são fictícias, construídas com fins educativos.

É importante que o professor lance mão de diferentes tipologias de tarefas, já que cada uma delas desempenha um papel em relação à aprendizagem: tarefas de natureza fechada como exercício e problema contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, baseado numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados. As de natureza mais acessíveis, como exercício e exploração, possibilitam ao aluno executá-las com uma maior chance de sucesso, favorecendo assim, a autoconfiança; as de natureza mais desafiante, como investigação e problema, favorecem experiências matemáticas efetivas, e as de natureza mais aberta são essenciais para o desenvolvimento de capacidades como autonomia e lidar com situações complexas. (PONTE, 2005).

Stein e Smith (2009) sugerem que o trabalho com tarefas seja desenvolvido sempre com alto nível de exigência cognitiva. Porém, relatam que o grau de exigência cognitiva de uma tarefa não depende unicamente da tarefa em si, mas também do modo como é conduzida pelo professor e como são implementadas pelos alunos. Stein e Smith (2009) elencam três fases pelas quais passam as tarefas: (i) como aparecem nas páginas dos materiais; (ii) como são apresentadas pelo professor e (iii) como são implementadas pelos alunos em aula. Segundo essas autoras, o modo como a natureza das tarefas muda ao passar de uma fase à outra o professor as aborda fazendo com que uma tarefa teoricamente tenha alto nível de exigência cognitiva seja implementada com baixo nível de exigência cognitiva. Portanto, o professor deve estar sempre atento a esse fato, de modo a contribuir positivamente para a construção do conhecimento matemático pelo aluno.

Os marcadores de tarefas propostos por Barbosa (2013), ampliado por Costa, Oliveira e Silva (2017) no item (vi), são constructos teóricos usados para analisar, compreender e tirar conclusões a respeito do delineamento de tarefas matemáticas, tendo em vista seus atributos. São assim definidos:

- (i) *contexto de referência*: baseia-se em dois extremos: matemática pura e realidade, podendo haver outras possibilidades intermediárias, como o da semirrealidade;
- (ii) *uso da linguagem*: possui dois polos – rigor fraco e rigor forte. O rigor é considerado forte quando a abordagem é expressa por meio de termos específicos do conteúdo. Caso contrário, será considerado fraco;
- (iii) *estrutura*: esse marcador está relacionado com a estrutura da tarefa, podendo ser fechada ou aberta. Uma tarefa é considerada com estrutura fechada quando existir um sequenciamento e direcionamento por meio de questões auxiliares. A

ausência desse comando torna a tarefa com estrutura aberta. Nesse último caso, as soluções dos estudantes não são controladas pelo professor;

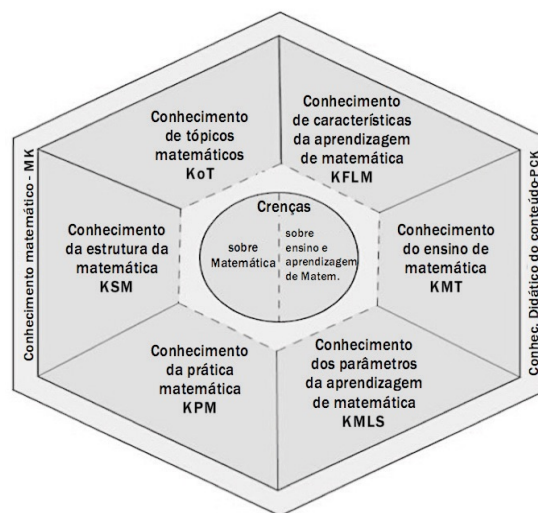
- (iv) *objetivo de ensino*: diz respeito aos conteúdos selecionados e abordados. Pode variar em simples (quando visa apenas o objetivo principal da tarefa, não inserem outras possibilidades) e complexo (vai além do delimitado para ser discutido nas tarefas);
- (v) *relação pedagógica*: varia entre dois polos – isolamento fraco e isolamento forte. Isto é, esse marcador se refere ao modo como professor e aluno se relacionam durante a implementação da tarefa. O isolamento fraco ocorre em tarefas abertas, com maior diálogo entre professor e aluno, ao passo que o isolamento forte ocorre em tarefas fechadas, na qual já explicita o que deve ser feito pelo aluno.
- (vi) *foco de ensino*: varia entre os polos conceitual e procedimental. Quando a tarefa tem como objetivo a construção de conceitos matemáticos pelos estudantes, diz-se que a mesma tem foco conceitual, em contrapartida, as tarefas cujo objetivo leva os alunos a realizar procedimentos, como calcular, medir, representar, possibilitando a compreensão de relações matemáticas, diz-se que a mesma tem foco procedimental. Há ainda tarefas que se encontram entre os dois extremos, cujo objetivo leva os alunos a elaborarem conceitos matemáticos por meio da realização de procedimentos ou vice-versa.

O delineamento de tarefas matemáticas, elemento chave no processo de ensino e aprendizagem, está à mercê do conhecimento do professor. A esse respeito, Ponte e Menezes (2014) afirmam que o conhecimento do professor é determinante na escolha e condução da tarefa em sala de aula, pois este pode propor uma tarefa muito interessante aos seus alunos, mas se esta não for bem explorada, as suas potencialidades podem ser diminuídas e se transformar em experiências pouco ricas para os alunos. Nessa mesma linha, muitos autores afirmam que o conhecimento do professor é, dentre os fatores que se podem controlar, aquele que maior impacto causa nas aprendizagens dos alunos (BALL; HILL; BASS, 2005; GROSSMAN, 2010; NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004; DI BERNARDO *et al.*, 2018; RUBIM; FERNANDES; MILANI, 2021.).

E que conhecimentos são considerados necessários ao professor que ensina matemática? Para responder a essa pergunta, tomamos como base o trabalho realizado por Carrillo *et al.* (2013). Segundo estes autores o modelo analítico do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), ou seja, conhecimento especializado do professor que

ensina matemática, é composto por dois domínios: *Mathematics Knowledge* (MK) (conhecimento matemático) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) (conhecimento pedagógico do conteúdo), cada um desses domínios subdivide ainda em três subdomínios, todos eles influenciados pelas crenças do professor em relação à Matemática e ao seu ensino e aprendizagem, como mostra a figura abaixo.

Figura 2 - Conhecimento especializado do professor que ensina matemática



Fonte: Carrillo *et al.* (2013) traduzido por Moriel Júnior e Carrillo (2014, 466)

O MK diz respeito ao conhecimento matemático do professor e subdivide em três subdomínios:

- (i) o conhecimento dos tópicos matemáticos (KoT) é o conhecimento dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, incluindo-se a fundamentação conceitual, demonstrações, propriedades, procedimentos, seus vários modos de representação, exemplos e contraexemplos, contexto de aplicação.
- (ii) o conhecimento da estrutura da matemática (KSM) refere-se à capacidade de o professor reconhecer a matemática como todo um integrado, isto é, demanda não só conhecer de forma específica o objeto matemático em estudo, mas também as possíveis conexões deste com outros tópicos trabalhados anteriormente ou futuramente, o que permite a compreensão de conceitos avançados a partir de uma perspectiva elementar e, ao mesmo tempo, desenvolver conceitos elementares por meio de ferramentas matemáticas avançadas. Em outras palavras, implica trabalhar o conteúdo em perspectiva, isto é, a matemática básica a partir de um ponto de vista avançado, e matemática avançada do ponto de vista básico. (MORIEL JÚNIOR; WIELEWSKI, 2017).

- (iii) conhecimento da prática matemática (KPM) diz respeito às maneiras de proceder em matemática, envolve os modos de criação ou produção na área da matemática, conhecimento do papel dos símbolos e da linguagem, raciocínio, prova, saber realizar uma demonstração, definir e usar definições, ser capaz de selecionar representações, de argumentar e generalizar. (MORIEL JÚNIOR; CARRILLO, 2014; MORIEL JÚNIOR; WIELEWSKI, 2017).

Por outro lado, o PCK trata do conhecimento dos conteúdos matemáticos enquanto objeto de ensino e aprendizagem, é subdividido em:

- (iv) conhecimento de características da aprendizagem matemática (KFLM) diz respeito ao conhecimento das teorias e modelos de aprendizagem, ou seja, da necessidade de o professor conhecer como os alunos pensam quando estão envolvidos em atividades matemáticas. É preciso que o professor tenha consciência de que os alunos podem ter dificuldades durante o desenvolvimento de um tópico, o que exige conhecer como os alunos aprendem os conteúdos matemáticos, os erros comuns, as dificuldades apresentadas, obstáculos e uso da linguagem diante de cada conceito. Essa consciência é fruto do conhecimento do professor sobre o conteúdo e de sua afinidade com os alunos.
- (v) conhecimento dos parâmetros da aprendizagem de matemática (KMLS) envolve o conhecimento de especificações curriculares, isto é, conteúdos e competências (conceituais, procedimentais, atitudinais e raciocínio matemático) previstos em cada etapa da educação escolar, bem como de normas mínimas e formas de avaliação que possibilitem a progressão de um ano para outro, assim como materiais de apoio, objetivos e medidas de desempenho criados por organismos externos.
- (vi) conhecimento do ensino de matemática (KMT) se refere ao conhecimento de como o ensino da matemática deve ou pode ser realizado, assim como o uso de estratégias de ensino diversas que auxiliem o aluno no desenvolvimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Inclui ainda a capacidade de conhecer e escolher recursos apropriados para a promoção da aprendizagem de um conceito ou procedimento matemático, bem como a organização de exemplos ou criação de analogias e metáforas.

O modelo MTSK é usado para descrever o entendimento do conhecimento específico do professor de Matemática. É lógico pensar que os seis subdomínios não podem ser

entendidos como conjuntos disjuntos, estanques, mas como partes interligadas de um conjunto harmônico. A análise do modelo MTSK, de seus domínios e subdomínios deixa claro que o professor precisa conjugar uma gama de conhecimentos.

Considerando o ensino e aprendizagem de equação polinomial de primeiro grau, apresentamos no quadro abaixo, possíveis indícios de conhecimentos mobilizados por professor, referentes a cada tópico.

Quadro 1 - Ensino de equação polinomial de primeiro grau e conhecimento especializado do professor

Subdomínio do MTSK	Indício de conhecimentos mobilizados
KoT	Sabe definir uma equação polinomial de primeiro grau como sendo $ax + b = c$, com $a, b, c \in R$ e $a \neq 0$, utiliza formas diversas de representação como algébrica, tabular e gráfica; métodos de resolução como “tapar”, transposição, equações equivalentes, diagrama, grelha, usa propriedades da igualdade.
KSM	Realiza conexão do objeto equação polinomial de primeiro grau com outros temas como conjuntos numéricos para se referir à solução de uma equação, proporção, movimento retilíneo uniforme, reta, plano cartesiano, função afim, as quatro operações, operações inversas e operações da igualdade.
KPM	Utiliza diversos registros de representação como língua natural, algébrica, gráfica, tabular, demonstra que a solução de uma equação polinomial de primeiro grau é dada por $x = \frac{-b}{a}$.
KFLM	Reconhece dificuldades e obstáculos de aprendizagem como erros na transposição de termos, mudança de membro sem mudar de sinal, substituição de divisão por subtração, reconhece que a balança de dois pratos não serve para trabalhar equações do tipo $ax + b = 0$ e que tenha números negativos.
KMLS	Sabe avaliar e escolher um livro, procura promover o desenvolvimento de habilidades como compreensão dos conceitos de incógnita, número genérico e número funcional, resolução e elaboração de problemas que possam ser representados por equações polinomiais de primeiro grau, redutíveis à forma $ax + b = c$ fazendo uso das propriedades da igualdade e utilização da simbologia algébrica para expressar relações matemáticas.
KMT	Utiliza estratégias e recursos facilitadores da aprendizagem como softwares matemáticos, diagrama, grelha.

Fonte: elaborado pelos autores (2020)

METODOLOGIA

Tendo como objetivo analisar de que forma o conhecimento especializado do professor para trabalhar com tarefas matemáticas sobre equações polinomiais de primeiro grau podem promover possíveis situações de aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, realizou-se nessa pesquisa, a análise de três tarefas matemáticas coletadas de livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)

2020. Com o intuito de realizar comparações sobre as limitações e potencialidades de cada tarefa para a promoção da aprendizagem, procurou-se diversificá-las quanto a sua tipologia. Assim, foram selecionadas uma tarefa do tipo exercício, uma segunda do tipo problema e uma terceira do tipo investigativa. Fez-se uso de uma abordagem qualitativa, por meio da análise de episódios (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2002). Pode-se dizer que trata de uma pesquisa documental, pois como relata Alves-Mazzotti e Gewandszajder (2002), documento é qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação.

Organizamos esse estudo em três episódios: a) episódio 1: tarefa do tipo exercício, b) episódio 2: tarefa do tipo problema e c) episódio 3: tarefa do tipo investigativa. A análise dos episódios sob a ótica interpretativa (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2002), permite-nos um entendimento compreensivo dos dados, e não tirar conclusões definitivas. Os dados foram analisados com base nos marcadores de tarefas propostos por Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017) enquanto para analisar os possíveis conhecimentos mobilizados pelo professor na implementação de tais tarefas, usou-se como suporte teórico o modelo MTSK proposto por Carrillo *et al.* (2013).

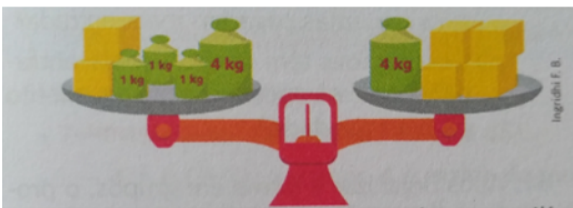
ANÁLISES E RESULTADOS

Este estudo focou em analisar de que forma tarefas matemáticas para o ensino de equações polinomiais de primeiro grau podem promover possíveis situações de aprendizagem de alunos da educação básica. Buscando tornar essa análise clara, ela é apresentada por meio de três episódios: a) o caso da tarefa exercício; b) o caso da tarefa problema; e, c) o caso da tarefa investigativa.

Episódio 1: o caso da tarefa exercício

Figura 3 - Tarefa do tipo exercício.

Na balança abaixo, as caixas possuem medidas de massas iguais.



Sabendo que a balança está em equilíbrio, qual das equações abaixo pode ser utilizada para determinar a medida da massa de uma dessas caixas? Determine essa medida.

- a) $x + 4 = x - 7$
- b) $4x + 4 = 2x + 7$
- c) $6x + 4 = 7$

Fonte: Chavante (2018, p. 101)

Essa tarefa tem como objetivo representar uma igualdade por meio da linguagem algébrica e calcular o valor da incógnita. Ela é uma tarefa do tipo exercício, por possuir uma estrutura fechada e um grau de desafio reduzido (PONTE, 2005). Outros atributos dessa tarefa foram analisados a partir de Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017). Em relação ao marcador *contexto de referência*, nota-se que essa tarefa se insere no contexto da matemática pura, pois trata-se de uma situação que se refere apenas à matemática, cujos pressupostos é desenvolver o pensamento matemáticos dos alunos. Em relação ao *uso da linguagem*, a tarefa apresenta um rigor fraco, pois sua resolução não demanda, por parte do aluno, o conhecimento de termos específicos, não exigindo do professor maiores discussões e revisão de termos específicos do conteúdo em si ou de outros já trabalhados.

Já a *estrutura* é identificada como fechada, pois as ações que os alunos devem realizar estão determinadas por um direcionamento sequencial imposto pela figura e pelas alternativas. Além disso, os procedimentos realizados pelos alunos como também os resultados podem ser controlados pelo professor. Quanto ao marcador *objetivo de ensino*, é simples, visto que essa tarefa se limita apenas a desenvolver um objetivo principal, que é escrever uma situação por meio de equação e calcular o valor da incógnita, mas não abre fronteiras para outras possibilidades. Já do ponto de vista do marcador *relação pedagógica*, a tarefa possui isolamento forte, pois está bem estruturada e fechada, deixando claro o que é dado e o que é pedido, não restando muito ao professor realizar questionamento e observações. Por último, em relação ao marcador *foco de ensino* o identificamos como procedimental, visto que os alunos precisam realizar procedimentos como representar a situação que se encontra na linguagem pictórica, usando um outro registro (linguagem

algébrica) e calcular a raiz da equação. Esses procedimentos levam à compreensão de relações e conceitos matemáticos.

Essa tarefa tem um certo grau de limitação, como se pode notar pela análise com base nos marcadores. Porém, ainda assim pode contribuir para a construção de significados sobre o objeto algébrico em estudo por parte do aluno, a depender principalmente da abordagem realizada pelo professor. Para elevar seu nível de desenvolvimento cognitivo (STEIN; SMITH, 2009), a abordagem dessa tarefa exige do professor a mobilização de vários conhecimentos. Os possíveis conhecimentos a serem mobilizados pelo professor, na tentativa de explorar e potencializar a tarefa acima, são inspirados em Carrilo et al (2013) e Moriel Júnior e Carrillo (2014), a partir do modelo MTSK.

Antes de qualquer coisa, o professor precisa ter em mente que não se deve simplesmente responder a tarefa na lousa e deixar que os alunos a copie, mas manter a postura de intermediador, sempre dialogando e auxiliando os alunos em suas dificuldades e descobertas, o que lhe confere conhecimento da prática matemática (KPM). O livro aborda a tarefa fazendo uso da linguagem pictórica, trazendo inclusive, a imagem da balança, um objeto encontrado em práticas sociais. Pode-se então, questionar o aluno a respeito desse objeto, se o conhece, em que contextos é usado, qual o princípio empregado durante o uso (transversalidade e contextualização), ou seja, relacionar o equilíbrio da balança ao conceito de equação e de equivalência, o que demanda um conhecimento de tópicos (KoT) e de estrutura (KSM). O professor deve ser capaz de construir, junto com os alunos, outra representação do objeto, isto é, representá-lo por meio da linguagem algébrica (KoT). Chamando de x a massa de cada caixa, tem-se no prato esquerdo: $2x + 7$ e, no prato direito, $4x + 4$. Como a balança está equilibrada, os pesos se equivalem, logo $4x + 4 = 2x + 7$. Aqui é preciso que o professor explore a definição de equação polinomial de 1º grau, em particular, na forma reduzida, como sendo, $ax + b = 0$, com $a, b \in R$ e $a \neq 0$. Para colocá-la na forma reduzida e calcular a solução, pode-se fazer uso de métodos como transposição ou efetuar a mesma operação em ambos os membros da equação – equações equivalentes (KIERAN, 1992; FERNANDES, 2003).

Usando o segundo método acima, o qual faz uso das propriedades da igualdade, isto é, dos princípios aditivo e multiplicativo, conduz o aluno a perceber que quando se soma o mesmo valor a ambos os membros de uma igualdade a mesma continua verdadeira, e que o mesmo acontece quando multiplica ambos os membros por um mesmo número diferente de zero, tem-se:

$$(I) \quad 4x + 4 = 2x + 7 \rightarrow 4x + 4 - 4 = 2x + 7 - 4 \rightarrow 4x = 2x + 3$$

$$(II) \quad 4x - 2x = 2x - 2x + 3 \rightarrow 2x = 3$$

$$(III) \quad \frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow x = 1,5$$

Procedendo de tal maneira, o professor demonstraria possuir KoT (saber definir equação, usar procedimentos e propriedades, calcular a solução), KPM (saber conduzir a tarefa por meio de uma linguagem clara e precisa, tanto para realizar definição como no processo de resolução) e KSM (saber a definição de raiz e de conjunto-solução, isto é, se a situação tem solução ou não, conforme o conjunto-solução).

A escolha dessa tarefa pelo professor, revela um conhecimento sobre o ensino de matemática (KMT), visto que por meio dela procura desenvolver procedimentos como representar e resolver situação-problema por meio de equação. O conhecimento das características de aprendizagem de matemática (KFLM) faz-se necessário para que o professor conheça os processos de obtenção e construção do conhecimento matemático pelo aluno, possíveis erros e dificuldades apresentadas, estabelecimento de conexões; na presente tarefa, uma dificuldade possível poderia estar relacionada à representação do objeto em linguagem algébrica, como poderia acontecer erros durante a resolução, como por exemplo, aplicação equivocada da transposição ou ainda dificuldade de compreensão de equações equivalentes (KIERAN, 1992).

Por fim, o conhecimento dos parâmetros de aprendizagem de matemática (KMLS) envolve o entendimento de como o objeto de conhecimento equação polinomial de primeiro grau, se apresenta em currículos e documentos curriculares orientadores. Por exemplo, a BNCC propõe que desde os primeiros anos de escolaridade deve-se desenvolver ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, porém sem o uso de letras. Já para o 7º ano, propõe o desenvolvimento da habilidade de *resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade* (BRASIL, 2018, p. 307). Enquanto para as demais séries, a BNCC coloca que o ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas.

Portanto, mesmo com características que impõe certas limitações à aprendizagem, uma tarefa pode proporcionar a aprendizagem do aluno. Para tanto, o professor deve possuir e mobilizar conhecimentos durante a implementação da tarefa, por meio de estratégias e metodologias que auxiliem o aluno a desenvolver uma aprendizagem ampla e significativa.

Episódio 2: o caso da tarefa do tipo problema

Figura 4 - Tarefa do tipo problema.

Luíza repartiu 460 figurinhas entre André, Breno e Caio, de modo que Breno recebesse o dobro de Caio e André ficasse com 60 figurinhas a mais que Breno. Quantas figurinhas André recebeu?

Fonte: Silveira (2018, p. 147)

Essa tarefa tem como objetivo dividir um todo em partes que guardam uma relação entre si, como também calcular uma das partes. É uma tarefa do tipo problema, pois possui estrutura fechada e grau de desafio elevado (PONTE, 2005). Demais atributos dessa tarefa foram analisados a partir de Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017).

Considerando o marcador *contexto de referência*, essa tarefa se insere no contexto da semirrealidade, por se tratar de uma situação fictícia, criada com fins educativos e trazer termos que se relacionam com a semirrealidade, como dividir um todo em partes. Em relação ao marcador *uso da linguagem*, apresenta um rigor forte por trazer termos específicos como dobro e “a mais”. Portanto, para responder essa tarefa o aluno precisa conhecer o significado matemático de dobro e “a mais”, fazendo necessário o professor realizar uma explanação acerca de tais termos. Com respeito ao marcador *estrutura*, essa tarefa é fechada, pois está subtendida uma relação de sequenciamento de atos e mobilização de estratégias que o estudante deve realizar durante a resolução da tarefa, ou seja, dividir 460 figurinhas da seguinte forma: se você der uma figurinha a Caio, dê duas a Breno e duas mais sessenta a André; se você der duas figurinhas a Caio, dê quatro a Breno e quatro mais sessenta a André; desenvolve aqui uma ideia de generalização. Siga esse padrão até que não sobre nenhuma figurinha. Nota-se também que as respostas dos alunos podem ser controladas pelo professor.

Em relação ao marcador *objetivo de ensino*, a tarefa tem objetivo complexo por extrapolar as fronteiras do conteúdo específico e permitir a promoção de outros conteúdos. Durante a realização dessa tarefa os alunos não só trabalham o conteúdo equação, como também noções de divisão, proporção, fração, parte-todo. No que se refere ao marcador *relação pedagógica*, a tarefa possui um isolamento forte, o que condiz com o marcador estrutura (fechada), pois a tarefa está bem estruturada, deixando explícito o que é dado e o que é pedido e, conseqüentemente, o que o aluno deve fazer. O professor pode manter-se distante

das ações do aluno durante a implementação da tarefa. Por fim, com respeito ao marcador *foco de ensino*, a tarefa possui um foco procedimental, pois leva o estudante a realizar procedimentos, como por exemplo, equacionar o problema respeitando a relação entre as quantidades, como também calcular o valor da incógnita, ou ainda, representar o todo e as partes por meio de diagrama.

Essa tarefa possui grande potencialidade para a promoção da aprendizagem, bastando para isso o professor manter o alto nível de desenvolvimento cognitivo durante a sua implementação. A tarefa traz uma atividade possivelmente corriqueira, pois muitas vezes em sua vida real, os alunos lidam com situações em que envolvem o ato de dividir um todo em partes, porém na situação hipotética essas partes não são iguais, seguem uma proporção. Na implementação dessa tarefa, pode-se fazer conexão entre vários conceitos. Além dos conceitos de equação, incógnita e raiz de uma equação, pode-se relacioná-lo ainda com os conceitos de divisão, proporcionalidade, fração, parte-todo, o que demanda a mobilização, por parte do professor, de vários conhecimentos como pode ser observado nas diferentes formas de resolução a seguir:

(i) Por meio da linguagem algébrica (equação).

Representando por x o número de figurinhas que Caio deve receber, tem-se a seguinte disposição:

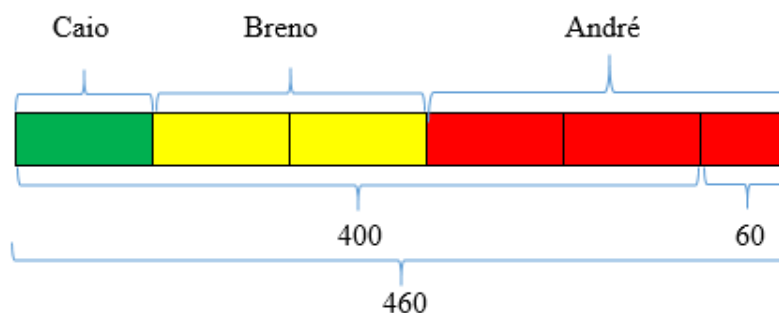
$Caio = x$; $Breno = 2x$ (o dobro de Caio); $André = 2x + 60$ (60 a mais que Breno)

Colocando em forma de equação, tem-se: $x + 2x + 2x + 60 = 460 \rightarrow 5x + 60 = 460 \rightarrow 5x + 60 - 60 = 460 - 60 \rightarrow 5x = 400 \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{400}{5} \rightarrow x = 80$.

Dessa forma, André receberá $2 \cdot 80 + 60 = 220$.

(ii) Por meio de diagrama.

Figura 5 - Uso de diagrama na resolução de problema.



Fonte: elaborado pelos autores (2020)

Nota-se pela imagem, que o diagrama (todo) está dividido em 6 partes, sendo 5 delas iguais. Além disso, as 5 partes iguais totalizam 400. Assim, cada uma dessas 5 partes vale $\frac{400}{5} = 80$. Logo, pela imagem conclui-se que André receberá: $2 \cdot 80 + 60 = 220$.

(iii) Com o uso de grelha

A grelha 4 x 23 representa o todo, isto é, as 460 figurinhas.

Figura 6 - Uso de grelha na resolução de problema

Fonte: elaborado pelos autores (2020)

A partir da grelha, calcular o valor de uma coluna: $\frac{460}{23} = 20$ ou então por tentativa, percebendo que se uma coluna valesse 10, as 23 colunas dariam $10 \cdot 23 = 230$ o que corresponde metade de 460. Logo, cada coluna deve valer 20. Em qualquer dos casos, seguindo as regras da partilha, deve-se retirar do todo 3 colunas (3 colunas = 60) para reservar as 60 figurinhas que André receberá a mais que Breno e as 20 colunas restantes devem ser divididas em 5 partes iguais (uma para Caio, duas para Breno e duas para André). Nesse caso, cada uma dessas 5 partes é composta por 4 colunas. Dessa forma, a fração de André é composta de 11 colunas (4 + 4 + 3). Portanto, André receberá $11 \cdot 20 = 220$.

Tendo em vista o exposto, usou-se Carrillo et al (2013) e Moriel Júnior e Carrillo (2014) para subsidiar a análise dos possíveis conhecimentos mobilizados pelo professor durante a implementação dessa tarefa. Considerando o domínio *conhecimento matemático*, faz-se necessário que o professor possua conhecimento dos tópicos (KoT), isto é, saber determinar a solução por vários métodos, usar vários registros de representação, procedimentos e propriedades diversas; o conhecimento da estrutura matemática (KSM) se faz necessário e presente quando o professor representa e resolve o problema por meio de figura geométrica (diagrama), por exemplo, relacionando-o com os conceitos de fração, seus termos e significados, demonstrando conhecer que o uso de figura geométrica é mais adequado para desenvolver uma interpretação parte-todo (MOREIRA; FERREIRA, 2008). Também precisa conhecer conceitos como o de equações equivalentes e de números

multiplicativos; o conhecimento da prática matemática (KPM) é necessário e envolve a capacidade de selecionar representações, de argumentar com o aluno, fazendo uso de uma comunicação clara e objetiva, seja oral ou simbólica. Um exemplo está na resolução (ii) a qual não é comum em livros didático e permite uma melhor visualização e compreensão da relação entre cada parte e o todo.

No âmbito do conhecimento pedagógico do conteúdo, a escolha da presente tarefa para implementação em sala de aula constitui um exemplo de conhecimento do ensino de matemática (KMT), revelando a intenção do professor em desenvolver procedimentos como em (i), (ii) e (iii), como também identificar se os alunos desenvolveram compreensão acerca das noções de parte-todo, divisão proporcional, representação por diagrama. O conhecimento das características de aprendizagem de matemática (KFLM) faz-se necessário, pois permite ao professor conhecer os processos de construção do conhecimento por parte do aluno, o modo como pensa, os erros cometidos, as dificuldades apresentadas, as conexões realizadas. No caso da tarefa em análise, uma possível dificuldade poderia se apresentar no momento de equacionar o problema, por exemplo, por qual quantidade começa? Ou ainda dificuldade de entendimento de termos como dobro.

Por último, o conhecimento dos parâmetros de aprendizagem de matemática (KMLS) diz respeito ao conhecimento de como a abordagem do objeto de conhecimento matemático, no caso, equação polinomial de primeiro grau, é orientada pelos currículos e documentos curriculares orientadores. No tocante a BNCC, esse documento relata que o estudo de Álgebra tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual fornece modelos matemáticos para compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, e situações e estruturas matemáticas, por meio do uso de letras e símbolos, sendo necessário para isso, que os alunos identifiquem regularidades e padrões, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas, bem como de ser capaz de criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas usando equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. Esse trabalho deve incluir ideias fundamentais como equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. No caso específico do 7º ano em relação às equações, propõe que os alunos devem desenvolver habilidade de *resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade*. (BRASIL, 2018, p. 307). Duval (2003) propõe a mobilização de vários registros de representação semiótica, enquanto

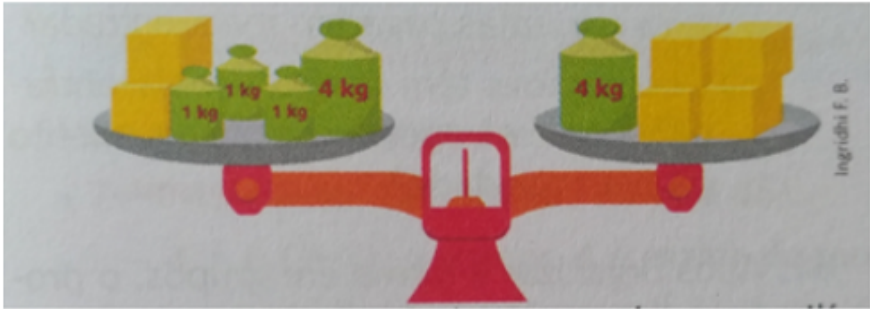
Ribeiro (2008) propõe o trabalho com situações-problema diversificado de modo a desenvolver os multissignificados de equação e consequentemente, várias zonas de perfil conceitual de equação.

Episódio 3: tarefa investigativa.

Figura 7 - Tarefa do tipo investigativa.

Tarefa: a balança

Na balança abaixo, as caixas possuem medidas de massa iguais.



Sobre a imagem, responda:

- O que é possível observar?
- De que forma podemos escrever matematicamente a situação expressa na balança? Justifique o que você fez.
- Como você faria para descobrir a medida de massa de cada caixa? Justifique.
- Qual o valor da medida de massa de cada caixa?

Fonte: Adaptado de Chavante (2018, p. 101)

Essa tarefa tem como objetivo levar o aluno a perceber a relação de equivalência existente na balança, representando-a por meio de uma equação e em seguida calcular o valor da incógnita (massa da caixa). Trata do mesmo objeto do episódio 1, porém a tarefa foi reelaborada, deixando de ser um exercício (com comandos fechados: qual, determine) e ganha características de tarefa investigativa, com comandos abertos tais como justifique ou o que você faria, o grau de desafio é elevado (PONTE, 2005). Isso dá mais autonomia ao

aluno e permite o desenvolvimento de estratégias pessoais, contribuindo dessa forma para a construção do pensamento matemático.

Em relação aos marcadores de tarefa propostos por Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017), a tarefa em análise apresenta os seguintes atributos: em relação ao *contexto de referência* se insere no contexto da Matemática pura, por se tratar de uma situação cujos pressupostos é desenvolver o pensamento matemático e não retrata uma realidade do aluno, nem guarda relação com a semirrealidade. Em relação ao marcador *uso da linguagem* a tarefa possui um rigor forte, por trazer termos matemáticos específicos como escrever matematicamente. Essa expressão pode causar interrogações e equívocos no aluno, sendo necessário, portanto, uma maior aproximação e diálogo por parte do professor durante a implementação dessa tarefa, o qual deve realizar discussões e tirar as dúvidas surgidas.

Com respeito ao marcador *estrutura*, a tarefa possui estrutura aberta, pois nota-se a ausência de um sequenciamento de atos auxiliares que leve o aluno a uma generalização. Embora a tarefa seja composta por vários itens, eles não formam necessariamente um sequenciamento harmonioso no sentido de mostrar ao estudante a observação de um conceito. No que se refere ao marcador *objetivo de ensino*, a tarefa pode ser classificada como complexa. Entendemos que não se resume apenas a calcular o valor da raiz de uma equação (massa da caixa), mas abre a possibilidade de se desenvolver outros conceitos como modelização de problema por meio da linguagem pictórica e algébrica, conceito de equivalência e propriedades da igualdade. O aluno pode ser levado a perceber que ao adicionar ou subtrair objetos com a mesma massa a ambos os pratos da balança (analogamente aos membros de uma equação), esta continua equilibrada (analogamente a igualdade continua verdadeira), chegando a uma generalização.

Em relação ao marcador *relação pedagógica* a tarefa possui um isolamento fraco, necessitando do professor maior aproximação das ações dos estudantes, com orientações e questionamentos que levem o aluno a perceber a relação matemática expressa pela balança como também possibilidades para descobrir a massa da caixa. De fato, diante dessa tarefa os alunos podem sentir dificuldades, como não ser capazes de expressarem matematicamente a relação entre os dois pratos, podendo por exemplo, usar uma soma em vez de uma igualdade. Ademais, os alunos podem não saber aonde chegar, visto que a questão não é de múltipla escolha. Além disso, esse marcador se relaciona com o marcador *estrutura* (aberta). Por fim, em relação ao marcador *foco de ensino*, essa tarefa apresenta um foco conceitual/procedimental. De fato, ao realizar procedimentos como subtrair objetos de

mesma massa de ambos os lados da balança (analogamente de ambos os lados de uma igualdade), o aluno constrói o conceito de princípio aditivo da igualdade e de equações equivalentes.

Como se trata de uma tarefa investigativa, com comandos abertos, durante a sua implementação o professor deve dar bastante autonomia ao aluno na busca de estratégias para solucionar a situação-problema. Pode-se trabalhar em pequenos grupos, nos quais os alunos discutirão suas ideias e estratégias de resolução, enquanto o professor mantém uma posição de interlocutor e orientador. No final, deve-se abrir espaço para a socialização e discussão dos resultados, como também possíveis complementações pelo professor. Dessa forma, o professor demonstra conhecimento da prática matemática (KPM), conhecimento de características da aprendizagem matemática (KFLM) e conhecimento do ensino de matemática (KMT).

Os dois primeiros itens (a) e (b) estão intimamente ligados, isto é, o segundo é consequência do primeiro e são cruciais para o sucesso da tarefa, pois caso o aluno não consiga perceber a relação de equivalência representada pela balança, não a expressando corretamente, isso comprometerá todo o processo de resolução. Deve-se dar liberdade e tempo suficiente ao aluno e não impor modo de representar a incógnita nem método de resolução, sendo importante deixá-lo pensar e construir seu raciocínio, porém, se necessário, caso o aluno apresente dificuldade ou siga um caminho errado, o professor deve auxiliar com questionamentos pertinentes, usar o conhecimento prévio do aluno, sem, contudo, induzi-lo à resposta. Mantendo essa postura, o professor mobiliza conhecimentos referentes aos subdomínios KOT (saber representar a equivalência por meio de vários registros, conhecer vários métodos de resolução), KFLM (conhecer o modo como os alunos estão raciocinando, identificar erros e dificuldades), KMT (realização de trabalho em grupo, apresentação dos resultados e discussão coletiva), KPM (saber comunicar oral e simbolicamente), KSM (realizar conexões com conhecimentos prévios, por exemplo, igualdades numéricas com uso de janela, ou com conhecimentos futuros como propriedades da igualdade) e KMLS (saber avaliar cada participação e descoberta).

No caso de representar a incógnita por x (pode ser outra letra ou símbolo) deve-se representar o peso do prato esquerdo pela expressão $2x + 7$ e o do prato direito por $4x + 4$. Como a balança está equilibrada, isso se traduz matematicamente por uma equivalência entre as duas expressões: $4x + 4 = 2x + 7$. É importante nesse momento que o professor aborde a definição de equação polinomial de 1º grau em sua forma normal, reduzida, qual seja: $ax +$

$b = 0$, com $a, b \in R$ e $a \neq 0$. Para colocá-la na forma reduzida e chegar à solução, pode-se lançar mão de métodos diversos, como por exemplo (i) método de tapar, (ii) transposição de termos e (iii) métodos das equações equivalentes.

(i) Método de tapar. Significa “tapar” um certo termo e descobrir qual o seu valor.

“Tapando” o 7 na equação $4x + 4 = 2x + 7$, descobre-se que $7 = 2x + 4$, pois $2x$ para chegar em $4x + 4$, falta $2x + 4$. Aplicando mais uma vez o método na equação $7 = 2x + 4$, agora tapando o $2x$, tem-se que $2x = 3$, pois 4 para 7, faltam 3. E por fim, tapando o x na equação $2x = 3$, descobre-se que $x = 1,5$ pois $2 \cdot 1,5 = 3$.

(ii) Transposição de termos. Significa mudar um termo de membro, mudando de operação.

$$4x + 4 = 2x + 7 \rightarrow 4x - 2x = 7 - 4 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow x = 1,5$$

(iii) Método das equações equivalentes. Significa efetuar a mesma operação em ambos os membros da equação.

$$\begin{aligned} 4x + 4 = 2x + 7 &\rightarrow 4x + 4 - 4 = 2x + 7 - 4 \rightarrow 4x = 2x + 3 \rightarrow \\ 4x - 2x = 2x - 2x + 3 &\rightarrow 2x = 3 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow x = 1,5 \end{aligned}$$

No âmbito do conhecimento matemático, faz-se necessário que o professor domine conhecimento de tópicos (KoT), que nesse caso, precisa conhecer o conceito e definição de equação polinomial de primeiro grau, reconhecer e representar uma equivalência, como também dispor de vários métodos de resolução. O conhecimento da estrutura da matemática (KSM) torna-se indispensável na medida em que o professor necessita conhecer o conceito de equações equivalentes, como obtê-las e o fato de elas não alterarem a solução da equação original, também precisa relacionar a solução a um conjunto (conjunto-solução), sendo necessário, portanto, conhecer e definir os vários tipos de conjunto. Já o conhecimento da prática matemática (KPM) diz respeito à maneira de o professor se proceder em matemática, de ser capaz de exercer uma comunicação clara e precisa, tanto na fala como no uso da escrita para realizar definições e algoritmos matemáticos, como nos processos de resolução demonstrados em (i), (ii) e (iii).

Em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo, a escolha de uma tarefa investigativa para implementação em sala de aula, como é o caso da tarefa em análise, é uma demonstração de que o professor possui conhecimento do ensino de matemática (KMT), pois tal escolha está relacionada com o desenvolvimento de experiências matemáticas efetivas e de capacidades como autonomia e enfrentamento de situações complexas. O conhecimento das características de aprendizagem de matemática (KFLM) é necessário ao

professor, pois é esse conhecimento que o permite compreender como os alunos pensam e aprendem matemática, os erros e dificuldades apresentadas. No caso da presente tarefa, possíveis erros e equívocos poderia ocorrer no processo de resolução, como por exemplo na transposição de termos, o aluno aplicar a regra mudar de membro-mudar de sinal e nesse caso, usar subtração como inversa de multiplicação ou ainda tratar a relação estrutural $4x + 4 = 2x + 7$ como processual e somar termos não semelhantes.

O conhecimento dos parâmetros de aprendizagem de matemática (KMLS), faz-se necessário para que o professor compreenda como o objeto matemático equação polinomial de primeiro grau se faz presente nos currículos e documentos curriculares orientadores. A BNCC, por exemplo, relata que a relação de equivalência pode ser trabalhada desde cedo, por meio de atividades simples, envolvendo a igualdade. Por exemplo, reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$, o que contribui, segundo relata, para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser realizada. Ainda segundo o documento, nos anos finais do Ensino Fundamental os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer generalização, investigar regularidade, indicar valor desconhecido em sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas, sendo necessário, portanto, estabelecer conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. As técnicas de resolução de equações, inclusive no plano cartesiano, devem servir para representar e resolver determinados tipos de problemas, não como objetos de estudo em si mesmos.

Portanto, pelo exposto fica claro que a potencialização de uma tarefa para a aprendizagem de matemática durante o processo de implementação e sistematização em sala de aula, requer do professor a mobilização de conhecimentos múltiplos, o qual deve estar munido de vários conhecimentos e usá-los na adoção de tarefas, estratégias, recursos e metodologias apropriadas auxiliando o aluno na construção de uma aprendizagem autônoma e efetiva.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo analisar de que forma o conhecimento especializado do professor para trabalhar com tarefas matemáticas sobre equações polinomiais de primeiro grau podem promover possíveis situações de aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, foram analisadas três tarefas de tipologias diferentes, selecionadas de livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2020. Uma das

tarefas, a do tipo problema, foi selecionada do livro *Matemática: Compreensão e Prática*, do autor Ênio Silveira e as outras duas foram selecionadas do livro *Convergências Matemática*, do autor Eduardo Chavante, sendo uma do tipo exercício e a outra foi adaptada em tarefa investigativa, a partir da tarefa do tipo exercício. A análise das tarefas se deu com base em Ponte (2005), Stein e Smith (2009), Barbosa (2013) e Costa, Oliveira e Silva (2017), além de usar o modelo teórico MTSK proposto por Carrillo *et al.* (2013) para analisar os possíveis conhecimentos necessários ao professor para potencializar a implementação e sistematização de tais tarefas.

Observou-se que para qualquer tipo de tarefa o conhecimento especializado do professor, seja no âmbito do conhecimento do conteúdo ou pedagógico, se mostra como imprescindível ao professor no exercício de sua prática profissional. No caso das tarefas analisadas, esse conjunto de conhecimento se faz necessário ao problematizar o uso da estratégia balança de dois práticos para o ensino de equações polinomiais de 1º grau, cabendo ao conhecimento dos tópicos e ao conhecimento da prática matemática reorganizar o trabalho pedagógico minimizando o desenvolvimento de alguns problemas conceituais causados pelo uso equivocado dessa estratégia. Também cabe ressaltar, como mostrado no episódio 03, a tarefa de investigação, adaptada de uma tarefa do livro didático, possibilita ao estudante o desenvolvimento de um raciocínio matemático que envolve tanto as questões procedimentais quanto justificar, conjecturar e desenvolver a criatividade matemática.

Portanto, levando em consideração o ensino de objetos algébricos, e em particular, o de equação polinomial de primeiro grau, o professor deve fazer uso de diversas tipologias de tarefas, especificamente no sentido de maximizar a capacidade de construção de significados para os símbolos e/ou variáveis, como também a manipulação desses símbolos, colaborando dessa forma, com o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Ademais, o professor deve priorizar o trabalho com tarefas que tenham alto nível de exigência cognitiva, para isso é crucial que o professor possua conhecimentos específicos diversos, principal elemento transformador da aprendizagem.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

BALL, Deborah Loewenberg; HILL Heather C.; BASS, Hyman. Knowing mathematics for teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, n. Fall, p. 14-46, 2005. Disponível em: https://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/handle/2027.42/65072/Ball_F05.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

BERNARDO, Rosa di et al. Conhecimento matemático especializado de professores da educação infantil e anos iniciais: conexões em medidas. **Pesquisa e Ação Educacional: cadernos cenpec**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 98-124, 2018. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/391/390>. Acesso em: 10 out. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é base. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 29 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2019.

CARRILLO, José; CLIMENT, Nuria; CONTRERAS-GONZÁLEZ, Luis Carlos; MUÑOZ-CATALÁN, Maria Cinta. Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. **CERME**, Universidade de Huelva, Espanha, n. 8, p. 2985-2994, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/269762274_Determining_Specialised_Knowledge_For_Mathematics_Teaching/link/54957cb60cf20f487d2f5465/download. Acesso em 15 abr. 2020.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências Matemática**. São Paulo: Edições SM, 2018. vol. 2, p. 101.

COSTA, Wedeson OLIVEIRA; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de; SILVA, Lilian Aragão da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 42-66, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/32689/pdf>. Acesso em: 20 nov. 2019.

FERNANDES, José Antônio; SOARES, Maria José. **O ensino de equações lineares**. In Comissão Organizadora do ProfMat, 2003, Santarém. CD-ROM, Santarém: 2003. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Jose_Fernandes5/publication/308415764_O_ensino_de_equacoes_lineares/links/57e3bbec08ae847401683c56/O-ensino-de-equacoes-lineares.pdf. Acesso em: 11 dez. 2019.

GROSSMAN, Pam. L. **Learning to practice: the design of clinical experience in teacher preparation**. Policy Brief, Washington. D.C.: NEA, 2010. Disponível em:

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.178.4088&rep=rep1&type=pdf>.

Acesso em: 15 dez. 2019.

HILL, Heather C.; ROWAN, Brian; BALL, Deborah Loewenberg. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. **American Education Research Journal**, Summer, v. 42, n. 2, p. 371-406, 2005. Disponível em:

<http://www.umich.edu/~lmtweb/files/hillrowanball.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2019.

KIERAN, Carolyn. The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, pp. 390-419, New York, 1992.

LITOLDO, Beatriz Fernanda; ALMEIDA, Marieli Vanessa Rediske de; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento Especializado do Professor que Ensina Matemática: Uma Análise do Livro Didático no Âmbito das Frações. **Tangram: Revista de Educação Matemática**, Dourados, v. 1, n. 3, p. 3-23, 2018. Disponível em:

<http://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/7370/4473>. Acesso em: 15 dez. 2019.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; FERREIRA, Maria Cristina Costa. A Teoria dos Subconstrutos e o Número Racional como Operador: das estruturas algébricas às cognitivas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 103-127, 2008. Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2107>. Acesso em: 15 dez. 2019.

MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; CARRILLO, José. Explorando indícios de conocimiento especializado para ensinar matemática como modelo MTSK. En González, María Teresa; Codes, Myriam; Arnau, David; Ortega, Tomás (Eds.), **Investigación en educación matemática**, Salamanca, pp. 465-474, 2014. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Disponível em:

<http://funes.uniandes.edu.co/6087/1/Moriel2014ExplorandoSEIEM.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2019.

MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; WIELEWSKI, Gladys Denise. Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do genérico ao especializado. **Ensino, Educação e Ciências Humanas**, Mat Grosso, v. 18, n. 2, p. 126-133, 2017. Disponível em: <https://seer.pgskroton.com/index.php/ensino/article/view/4579>. Acesso em: 15 dez. 2019.

NYE, Barbara; KONSTANTOPOULOS, Spyros; HEDGES, Larry V. How Large Are Teacher Effects? **Educational Evaluation And Policy Analysis**, Fall, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004. Disponível em:

[https://research.steinhardt.nyu.edu/scmsAdmin/uploads/002/834/127%20-%20Nye%20B%20%20Hedges%20L%20%20V%20%20Konstantopoulos%20S%20%20\(2004\).pdf](https://research.steinhardt.nyu.edu/scmsAdmin/uploads/002/834/127%20-%20Nye%20B%20%20Hedges%20L%20%20V%20%20Konstantopoulos%20S%20%20(2004).pdf). Acesso em: 20 dez. 2019.

OLIVEIRA, Esmeralda Maria Queiroz de. **O uso do livro didático de matemática por professores do Ensino Fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Centre de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. Disponível em:

https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4542/1/arquivo5450_1.pdf. Acesso em: 1 nov. 2019.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

PONTE, João Pedro da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa. 2014. ISBN 978-989-8753-06-9. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/15310>. Acesso em: 10 out. 2019.

PONTE, João Pedro da; MENEZES, Luís; RODRIGUES, Cátia. Tarefas Matemáticas no Ensino da Álgebra. **GD3 - Conhecimento matemático das tarefas para ensinar**, Lisboa, p. 353-367, 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/269688771_TAREFAS_MATEMATICAS_NO_ENSINO_DA_ALGEBRA/link/54917c000cf222ada859fa93/download. Acesso em: 10 dez. 2019.

RUBIM, A.; FERNANDES, M.; MILANI, R. Uma atividade investigativa sobre polígonos: reflexões sobre imprevisibilidades que promoveram aprendizagens. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. e021006, 31 jan. 2021. <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/437>

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: Compreensão e Prática**. São Paulo: ed. Moderna, 2018. Vol. 5, p. 147.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, 2009. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/stein-smith%2098.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2019.

WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. Investigações Matemáticas na Educação Matemática: uma experiência na formação inicial de professores. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, n. 18, p. 69 - 83, 1 jan. 2018. <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/35>