

PERCEPÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO SOBRE MUDANÇAS DE SUAS PRÁTICAS DE ENSINO DE PROBABILIDADE

PERCEPTIONS OF HIGH SCHOOL TEACHERS ON CHANGES IN THEIR PRACTICE OF TEACHING PROBABILITY

José Marcos Lopesⁱ - FEIS/UNESP

jmlopes@mat.feis.unesp.br

Inocência Fernandes Balieiro Filhoⁱⁱ - FEIS/UNESP

balieiro@mat.feis.unesp.br

RESUMO: Apresentamos neste artigo os resultados da aplicação de uma proposta didático-pedagógica para o Ensino Médio, que teve como ponto de partida para a construção dos conceitos básicos de probabilidade uma situação de jogo associada à resolução de problemas. Trata-se de uma pesquisa de intervenção na prática escolar com base na pesquisa-ação colaborativa. A proposta de ensino foi aplicada por três professoras em quatro salas do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, Brasil. O objetivo da pesquisa foi investigar as percepções das professoras de Ensino Médio, sobre mudanças ocorridas em suas práticas na sala de aula e também discutir o ensino e a aprendizagem de Probabilidade a partir do uso de jogos e resolução de problemas.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Resolução de Problemas. Jogos. Probabilidade.

ABSTRACT: It is presented on this paper the results, after a didactic proposal implementation for High School, as a starting point for the construction of basic concepts of probability from a game situation associated to solving problem. It is a school practicing intervention, based on collaborative action research. The teaching proposal was applied by three female High School teachers, on second grade in a public high school from a São Paulo state city. The research managed to investigate the teacher perception, about changes in their practice in the classroom and also to discuss the teaching and probability learning through games and solving problems.

Keywords: Teaching and Learning. Problem Solving. Games. Probability.

Introdução

A Probabilidade é uma área da Matemática que trata do estudo e da modelagem de fenômenos aleatórios ou não determinísticos. Os resultados dessa teoria estão alicerçados em conceitos matemáticos. Assim, para o seu ensino e aprendizagem, podemos aproveitar as técnicas e as metodologias já desenvolvidas ou consolidadas nas pesquisas em Educação Matemática.

Com o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de probabilidade, espera-se que o aluno do Ensino Médio, além de saber ler as informações que circulam na mídia, faça uma reflexão mais crítica sobre seus significados, ou seja, que os conhecimentos adquiridos contribuam para a construção de uma visão ampla de mundo e proporcione múltiplas leituras e interpretações dessa realidade com o intuito de promover o desenvolvimento de

capacidades que lhes serão exigidas em sua vida social e profissional. Desse modo, “a Probabilidade deve ser vista como um conjunto de idéias e procedimentos que permitam aplicar a Matemática em questões do mundo real” e também como uma teoria que possa “quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente” (BRASIL, 2002, p. 126).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 2000) estabelecem que a principal finalidade para o estudo de Probabilidade “é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos” (BRASIL, 2000, p. 57).

Considerando a dimensão de inclusão social da Educação Matemática, enfatizamos o desenvolvimento da intuição em relação as probabilidades, na Educação Básica, como uma forma de tornar os alunos conscientes da natureza probabilística de distintos jogos de azar (loterias, máquinas caça-níqueis, bingos, etc.), que são lucrativos negócios para quem os promovem, mas que trazem um risco desproporcional de perda de dinheiro para quem aposta (GODINO et al., 1998, apud LOPES, 2006).

A Probabilidade serve de base teórica para outras ciências, como, por exemplo, à Estatística, e é essencial para a formação dos estudantes, visto que o acaso e os fenômenos aleatórios impregnam nossas vidas e nossa sociedade. A previsão do tempo, um diagnóstico médico, um estudo sobre a possibilidade de contratar um seguro de vida, são exemplos em que a probabilidade não é uma propriedade física tangível, mas um grau de percepção ou crença que a pessoa tem na possibilidade de ocorrência ou não daquele evento (BATANERO, 2006).

Apesar da importância do assunto, muitos professores não se sentem seguros para o ensino de Probabilidade. *“Os conteúdos pertinentes à Análise Combinatória e ao Cálculo de Probabilidades, [...] costumam trazer desconforto não apenas aos estudantes, mas também aos professores”* (SÃO PAULO, 2008, p. 9). Frequentemente, os conteúdos dessa teoria não são estudados no Ensino Fundamental e Médio, e quando são, o professor utiliza a resolução mecânica de exercícios padrões nos quais é suficiente aplicar apenas uma fórmula (CARVALHO; OLIVEIRA, 2002). Nessa forma de ensino, caso a resposta não esteja correta, o aluno tentará utilizar outra fórmula até obter a resposta correta para o problema proposto. Além disso, nessa abordagem de ensino, o aluno não é levado a interpretar e discutir os resultados obtidos, limitando-se à aplicação de procedimentos de resolução.

As dificuldades encontradas pelos professores para o ensino de conteúdos de Probabilidade parece não ser uma exclusividade de nosso país. Contreras, et al.

(2010), em um trabalho com 166 professores (em formação e em exercício) de três países diferentes (Espanha, Portugal e México), afirmam que as novas diretrizes curriculares que ampliam o estudo da Estatística e da Probabilidade nos diferentes níveis educativos, requerem uma formação específica dos professores, isto é, apenas os conhecimentos matemáticos não são suficientes para que os professores possam ensinar probabilidade de uma maneira efetiva e desenvolver em seus alunos um adequado raciocínio probabilístico. Se suas formações iniciais foram centradas nas competências matemáticas, podem sentir-se inseguros com enfoques mais informais e tratar de omitir ou reduzir o ensino desses temas.

A Resolução de Problemas e o Ensino de Matemática

Segundo Van De Walle (2007), a resolução de problemas deve ser considerada a principal estratégia para o ensino de Matemática. Passadas mais de duas décadas desde a publicação do original NCTM *Standards* (1989), *“evidências têm continuado a mostrar que resolução de problema é um poderoso e eficaz veículo para a aprendizagem. Os alunos resolvem problemas não para aplicar a matemática, mas para aprender nova matemática”* (VAN DE WALLE, 2007, p. 37).

Para Corbalán (2002, p.59), um problema *“seria uma questão em que não é possível contestar por aplicação direta de algum resultado previamente conhecido, mas que para resolvê-la é preciso pôr em jogo os diversos conhecimentos, matemáticos ou não, e buscar novas relações entre eles.”*

Um *problema* é definido como sendo qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não possuem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que exista um método específico para se chegar à solução correta (HIEBERT et al., 1997). Para Onuchic e Allevato (2005, p. 221), problema *“é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer”*.

Muitos professores de Matemática, do Ensino Fundamental e Médio, não conseguem perceber a diferença entre problema e exercício. *“Há uma confusão entre problema e exercício com*

palavras. Há uma crença de que um problema é uma questão, cujo enunciado vem com palavras e traz uma pergunta. É por isso que há professores que dizem que resolver um problema é passar para linguagem simbólica, passar para a equação” (ANDRADE, 1997, p. 164).

Polya, um dos pioneiros no estudo da resolução de problemas, afirmava que:

- resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado;
- resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão;
- resolver problemas é a realização específica da inteligência, e a inteligência é o dom específico do homem (POLYA, 1997, p. 1-2).

Os PCNs (BRASIL, 2002) elegem a resolução de problemas como peça central para o ensino e aprendizagem de Matemática,

pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios [...] o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais, fazer sentido (BRASIL, 2002, p. 112-113).

Existem várias concepções sobre a resolução de problemas como uma metodologia de ensino. Utilizamos neste artigo aquela que julgamos ser a mais coerente com as orientações preconizadas pelos PCN, ou seja, usamos o problema para ensinar Matemática. Nessa perspectiva, uma situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não uma definição. Na análise dessas situações, podemos utilizar recursos abordados na Matemática e lançar mão de situações-problema para a construção e aplicação de conceitos matemáticos. A situação-problema deve expressar aspectos-chave para o conceito que se quer estudar, e o aluno deve ser levado a

interpretar o enunciado da questão, estruturar a situação que lhe é apresentada e utilizar o que aprendeu para resolver outros problemas, o que exige transferências, retificações e rupturas. Assim, um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos a partir do uso de uma série de generalizações. De fato, *“a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (BRASIL, 2000, p. 44).*

Quando se pretende ensinar Matemática através da resolução de problemas, os problemas deverão ser cuidadosamente escolhidos e servirão como um elemento para disparar o processo de construção do conhecimento, antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal, isto é, o foco está na ação por parte dos alunos. Além disso, os problemas deverão, preferencialmente, ser escolhidos no contexto dos alunos.

Em certos momentos da intervenção pedagógica, o trabalho intelectual do aluno deve ser comparável ao dos próprios matemáticos.

O aluno deve ter a oportunidade de investigar sobre problemas ao seu alcance, formular, provar, construir modelos, linguagens, conceitos, teorias, intercambiar suas idéias com os outros, reconhecer as que são adequadas com a cultura matemática e adotar as idéias que sejam úteis. Pelo contrário, o trabalho do professor é de certa maneira inverso ao trabalho do matemático profissional. Em lugar de ‘inventar’ métodos matemáticos adequados para resolver problemas, deve ‘inventar’ problemas interessantes que conduzem a um certo conhecimento matemático (BROUSSEAU, 1996 apud BATANERO, 2001, p. 124-125) - (grifo nosso).

No ensino tradicional de Probabilidade, o professor apresenta definições, fórmulas e propriedades, e depois resolve exercícios utilizando esses resultados. Isso é feito de uma

forma descontextualizada, o que pode levar a um aprendizado limitado desse tópico matemático. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, conforme analisamos o desempenho dos alunos brasileiros nas avaliações institucionais nacionais de Matemática: SAEB, SARESP, ENEM, OBM, e também em nível internacional no Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Podemos afirmar que a atenção dada ao fato de que o aluno é o agente da construção do seu conhecimento, através das conexões que ele estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas, é recente na história das reformas públicas educacionais.

Assim, quando se redefine o papel do aluno perante o saber, é necessário também redimensionar o papel do professor que ensina Matemática, em particular, no Ensino Médio. O professor deve ser agora um organizador da aprendizagem e escolher problemas que possibilitem a construção de conhecimentos. O professor deverá também agir como mediador, ao promover a discussão das propostas dos alunos e atuar como controlador ao estabelecer as condições para a realização das tarefas. Enfim, ser um incentivador da aprendizagem e estimular a cooperação entre os alunos.

O Uso de Jogos Associado à Resolução de Problemas para o Ensino de Matemática

A atividade de jogar desempenha um papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, dedutivo e indutivo, e no aprimoramento da linguagem, da criatividade, da atenção e da concentração, essenciais para o aprendizado em Matemática. Durante a realização do jogo, o aluno passa a ser um elemento ativo do seu processo de aprendizagem, vivenciando a construção do seu saber e deixando de ser um ouvinte passivo (BORIN, 2004).

Na literatura sobre o uso de jogos para o ensino e a aprendizagem de Matemática, são propostas diferentes abordagens metodológicas. Optamos por desenvolver um

trabalho com jogos através da Resolução de Problemas, buscando promover o desenvolvimento de uma postura crítica diante de qualquer situação que exija uma resposta. Nesse sentido, cabe ao professor a tarefa de questionar, a fim de que os alunos também assumam uma postura crítica perante quaisquer problemas. Alguns questionamentos possíveis são: Essa é a única jogada possível? Se houver alternativas, qual escolher e por que escolher esta ou aquela? Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e por que foram cometidos? Ainda é possível resolver o problema ou vencer o jogo, se forem mudados os dados ou as regras? Algumas técnicas (formas) de resolução de problemas são observadas durante o trabalho com jogos. Dentre elas, destacam-se: tentativa e erro, redução a um problema mais simples, resolução de um problema de “trás para frente” considerando o procedimento da análise e da síntese (Balieiro, 2004), representação do problema a partir do uso de desenhos, gráficos ou tabelas e analogia a problemas semelhantes.

A união entre jogo e resolução de problemas está intimamente vinculada à intencionalidade do professor. Podemos combinar jogo e resolução de problemas, porém, *“fazer isto é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino. E assumi-la com vistas ao desenvolvimento de conceitos científicos exige um projeto de ensino, inserido no projeto coletivo da Escola. Fazer isto é dar um sentido humano ao jogo, à resolução de problemas e, sendo assim, à Educação Matemática”* (MOURA, 1992, p. 51) - (destaque do próprio autor).

Com efeito, o autor citado mostra como uma situação-problema que trata da construção do signo numérico pode ser trabalhada como um jogo para alunos das séries iniciais. Afirma também que *“nas séries iniciais é que vamos encontrar as maiores possibilidades de trabalhar o problema e o jogo como elementos semelhantes. O que os unifica é predominantemente o lúdico”* (ibid., p. 51).

O esforço para encontrarmos propostas atrativas tem de ser maior nos casos em que a matéria a ser estudada é mais “árdua”. Como

exemplo, todos os conteúdos de probabilidades apresentam dificuldades para os alunos do Ensino Médio, por isso, é conveniente que apresentemos esse tema de forma lúdica (CORBALÁN, 2002).

Uma das contribuições de nossa proposta é oferecer um jogo original, que associado à resolução de problemas possa ser utilizado na construção efetiva de todos os conceitos básicos de Probabilidade.

O Jogo

O jogo proposto foi baseado em *Game of Kasje* (SCHUH, 1968). O jogo utiliza dois dados e é disputado por dois jogadores, por exemplo, João e Maria. São considerados lances vencedores:

- (4; 1) ou (1; 4) vale 1 ponto;
- (4; 2) ou (2; 4) vale 2 pontos;
- (4; 3) ou (3; 4) vale 3 pontos;
- (4; 4) vale 4 pontos;
- (4; 5) ou (5; 4) vale 5 pontos;
- (4; 6) ou (6; 4) vale 6 pontos.

Cada jogador poderá efetuar até dois lançamentos. Se não conseguir alguma face 4 no primeiro lançamento, efetua o segundo lançamento com os dois dados. Se conseguir pelo menos uma face 4 no primeiro lançamento, reserva esse dado e decide se lança ou não o outro dado mais uma vez. Vence o jogo quem obtiver a maior pontuação. Caso os dois jogadores obtenham a mesma pontuação, tal procedimento é repetido.

Comentários sobre o jogo.

Primeiramente, João efetua um ou dois lançamentos, posteriormente é a vez de Maria efetuar o seu jogo. Assim, Maria está numa posição melhor de decidir se aproveita ou não o seu segundo lançamento, já que conhece a pontuação obtida por João. Para tornar o jogo mais justo, deve existir uma alternância entre João e Maria como primeiro jogador.

Estamos supondo para este jogo a utilização de dados com faces equiprováveis. Se João conseguiu (4; 1) ou (1; 4), ou seja, 1 ponto no primeiro lançamento, então ele deverá lançar o segundo dado mais uma vez, pois não é possível

diminuir sua pontuação. Agora, se João obteve 3 pontos, (4; 3) ou (3; 4) no seu primeiro lançamento e decidir lançar o segundo dado mais uma vez, então ele terá uma chance em 6 de permanecer com a mesma pontuação (isto é, obter a face 3 no lançamento do segundo dado), duas chances em 6 de piorar sua pontuação (ou seja, obter a face 1 ou a face 2 no lançamento do segundo dado) e três chances em 6 (obter as faces 4, 5 ou 6) de melhorar sua pontuação.

O jogador poderá não marcar pontos ou ter pontuação zero. Tal fato ocorre se nos seus dois possíveis lançamentos ele não conseguir obter alguma face 4.

Como temos um jogo de estratégia para a resolução dos problemas consideramos:

Estratégia de João: Aproveita seu segundo lançamento se, e somente se, obteve pontuação menor ou igual a 3 no primeiro lançamento.

A estratégia de Maria deve ser diferente, tendo em vista que quando da realização do seu jogo, ela já sabe a pontuação obtida por João.

Estratégia de Maria: Se obtiver uma pontuação maior do que a de João já no seu primeiro lançamento, o jogo termina com a vitória de Maria. Se obtiver uma pontuação menor do que a de João no seu primeiro lançamento, ela utilizará o seu segundo lançamento. Agora, se empatar com João em seu primeiro lançamento, ela usará o seu segundo lançamento se João tiver obtido 3 pontos ou menos.

Pode-se verificar matematicamente, utilizando-se as duas estratégias acima estabelecidas, que as probabilidades de Maria são: 36,25 % para ganhar; 35,60 % para perder e 28,15 % para empatar o jogo. Assim, concluímos que a diferença entre a probabilidade de Maria vencer ou perder o jogo é pequena, isto é, a probabilidade de vencer é um pouco maior do que a probabilidade de perder.

A Pesquisa-Ação Colaborativa como Alternativa Metodológica

Não temos pretensão de apresentar um estudo detalhado sobre pesquisa-ação

colaborativa. Consideramos aqui apenas alguns aspectos desse tipo de pesquisa, os quais acreditamos poder justificar nossa opção metodológica. Uma descrição detalhada sobre investigação colaborativa pode ser encontrada, por exemplo, em Boavida e Ponte (2002), Saraiva e Ponte (2003) e, também, em Fiorentini (2004).

Na presente pesquisa, as professoras participaram de um processo simultâneo de aprender e ensinar Probabilidade. Na pesquisa-ação, o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo, para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes (PEREIRA, 1998 apud FIORENTINI, 2004).

A pesquisa-ação não se limita apenas a uma forma de ação, *“mas aumenta o conhecimento do pesquisador e o conhecimento ou nível de consciência das pessoas envolvidas, pela pesquisa-ação é possível estudar dinamicamente os problemas, decisões, ações, negociações, conflitos e tomadas de consciência que ocorrem entre os agentes durante o processo de transformação da situação”* (THIOLLENT, 1998 apud NACARATO, 2000, p. 33).

Um trabalho em colaboração não envolve apenas uma aprendizagem relativa ao problema em estudo, mas também uma auto-aprendizagem e uma aprendizagem acerca das relações humanas: *“cada um virá com os seus próprios objetivos, propósitos, necessidades, compreensões e através do processo de partilha, cada um partirá tendo aprendido a partir do outro. Cada um aprenderá mais acerca de si próprio, mais acerca do outro, e mais acerca do tópico em questão”* (OLSON, 1997 apud BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 49).

Para Saraiva e Ponte (2003), a colaboração entre professores e investigadores poderá contribuir para anular a separação entre a prática profissional do professor e a investigação educacional, bem como a separação entre as escolas e as universidades e, em última análise, a separação da teoria e da prática.

Se os investigadores trabalharem colaborativamente com os professores, é

provável que os seus pontos de vista sejam tidos em conta no desenvolvimento do conhecimento diretamente relacionado com a prática de ensino (LIEBERMAN, 1992 apud SARAIVA; PONTE, 2003).

Segundo Boavida e Ponte (2002), na colaboração, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e apóiam-se mutuamente, visando atingir objetivos comuns, negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, porém, tendem a ser não hierárquicas, havendo liderança compartilhada e corresponsabilidade pela condução das ações.

Para as professoras, num momento inicial, os principais interesses foram aprofundar os conceitos de Probabilidade e melhorar suas práticas pedagógicas. O contato inicial para o desenvolvimento desta pesquisa foi feito com a Supervisora de Ensino da Diretoria de Ensino. Após a consulta dessa supervisora a algumas escolas de sua jurisdição, três professoras de uma mesma escola de Ensino Médio manifestaram interesse pelo desenvolvimento do projeto de pesquisa. Uma das condições necessárias para a realização de uma pesquisa-ação é que *“o(a)s professore(a)s sintam necessidade de mudanças e inovações. A pesquisa-ação integra ensino e desenvolvimento do professor, desenvolvimento de currículo e avaliação, investigação e reflexão filosófica numa concepção unificada de prática reflexiva educativa”* (ELLIOTT, 1991 apud NACARATO, 2000, p. 34 – 35).

Como nosso propósito para o desenvolvimento desta pesquisa era a transformação da prática pedagógica e a melhoria da aprendizagem em conteúdos de Probabilidade pelas professoras, entendemos a pesquisa-ação colaborativa como uma pesquisa qualitativa, cuja metodologia visa *“criar uma cultura de análise das práticas nas escolas, tendo em vista suas transformações pelos professores, com a colaboração dos professores universitários”* (PIMENTA; GARRIDO; MOURA, 2001 apud FIORENTINI, 2004, p. 70).

O principal objetivo da pesquisa foi o estudo das percepções das professoras sobre a transformação ou não de suas práticas e saberes para o ensino de Probabilidade, por meio do

uso de jogos associado à resolução de problemas.

Metodologia

Os sujeitos desta investigação constituem-se de três professoras efetivas da rede estadual de ensino, responsáveis por turmas do segundo ano do Ensino Médio, de uma pequena cidade do noroeste paulista. Uma das professoras possuía 15 anos de magistério, e as outras duas possuíam mais de 20 anos de magistério no Ensino Fundamental e Médio, na época em que a pesquisa foi desenvolvida.

Os dados foram coletados ao longo de dois anos, durante reuniões (encontros), na aplicação de dois questionários, em depoimentos escritos, em diário de campo e em entrevistas individuais. Foram realizados oito encontros em 2007 e nove em 2008. Todos esses encontros foram realizados aos sábados pela manhã na cidade de origem das professoras.

Inicialmente (maio de 2007), aplicamos um questionário que contemplou, na primeira parte, questões relacionadas à formação acadêmica e tempo de magistério das professoras e, na segunda parte, questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Probabilidade. Reaplicamos a segunda parte desse mesmo questionário em dezembro de 2007. Nosso interesse principal era saber se as professoras já haviam trabalhado com jogos e resolução de problemas para o ensino de Probabilidade.

No ano de 2008, uma das professoras foi responsável por duas turmas do período noturno, e as outras duas foram responsáveis por uma turma cada uma, sendo uma do período matutino, e a outra, no vespertino. A proposta didático-pedagógica foi aplicada, em sala de aula, pelas próprias professoras, em suas respectivas turmas, no terceiro bimestre de 2008. Durante a aplicação da proposta, mantivemos e intensificamos nossos encontros com as professoras como forma de avaliação e replanejamento de ações.

No final do ano letivo de 2008, praticamente dois meses após a aplicação da proposta de ensino, em sala de aula, a escola

promoveu uma Feira de Ciências. Uma das atividades foi a Sala de Jogos, preparada pelas professoras em conjunto com os alunos. O nosso jogo foi um dos apresentados nessa Feira de Ciências, com o intuito de despertar o interesse dos demais alunos da escola para o tema Probabilidades.

Realizamos em dezembro de 2008, uma entrevista semi-estruturada e individual com as três professoras. A primeira parte da entrevista teve por objetivo compreender qual a concepção atual das professoras sobre a Resolução de Problemas e o uso de Jogos para o ensino de Matemática e, na segunda parte, as questões estavam diretamente relacionadas com a aplicação em sala de aula da proposta didático-pedagógica.

Os dados foram analisados sob a perspectiva da investigação narrativa. A narrativa é o uso da história/relato como método de investigação. É *“uma história produzida deliberadamente, com um propósito muito particular”* (PONTE, 1998 apud NACARATO, 2000, p. 42). *“Tanto se pode falar em “investigação sobre a narrativa” como em “investigação narrativa”, ou seja, a narrativa tanto pode ser “o fenômeno que se investiga como o “método de investigação”.* Numa investigação narrativa, o investigador faz recortes, seleciona as histórias/relatos e escreve sobre eles. Trata-se de dar conta dos diferentes e múltiplos níveis em que ocorrem as histórias do(a) professore(a)s” (CONNELLY; CLANDININ, 1995 apud NACARATO, 2000, p. 42).

Ações Desenvolvidas com as Professoras

Buscamos uma reflexão das professoras sobre as formas de ensino e as principais dificuldades dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Probabilidade no Ensino Médio. Nesse sentido, as professoras foram orientadas a refletirem sobre suas próprias práticas, identificarem e diagnosticarem problemas que nela ocorrem, disporem-se a intervir em tal situação utilizando-se de metodologias diferenciadas e converterem-se em investigadoras de sua própria prática. Desse modo, as professoras buscaram desenvolver-se

profissionalmente e construir uma competência epistemológica. Na busca de uma nova prática de ensino, nossa proposta foi a de usar um jogo com dados associado à resolução de problemas, para o trabalho com conceitos básicos de Probabilidade.

Durante todo o ano de 2007, realizamos vários encontros com as professoras, discutindo e apresentando a forma como entendíamos que os conteúdos de Probabilidade deveriam ser abordados, mediante o uso do jogo e da resolução de problemas.

Num primeiro momento, procuramos trabalhar, com as professoras, conteúdos de Probabilidade, com o objetivo de superar possíveis dificuldades e deficiências sobre o tema. Como já mencionamos, muitos professores do Ensino Médio sentem-se inseguros quando precisam ensinar esse assunto. Apresentamos e discutimos o jogo proposto, os problemas formulados e a forma como acreditávamos que os problemas deveriam ser abordados. Elaboramos vários problemas envolvendo situações do jogo proposto, para trabalhar todos os conceitos básicos de Probabilidade.

Num segundo momento, realizamos, com as professoras, um estudo e discussão de alguns textos específicos (Batanero, 2006; Onuchic, 1999; Onuchic e Allevato, 2005 e Moura, 1992) sobre a utilização de jogos e da resolução de problemas com o intuito de destacar as várias interpretações dessas metodologias, e também as atuais orientações dos PCN, para o ensino de Probabilidade.

Num terceiro momento, aproveitando a experiência e a vivência das professoras, discutimos e preparamos o material didático que foi utilizado em sala de aula. Na nossa proposta didático-pedagógica, para o estudo de cada conteúdo probabilístico, dois ou três problemas envolvendo situações do jogo deveriam ser resolvidos pelos próprios alunos (em grupo), usando de sua própria linguagem. Após a resolução dos problemas pelos grupos, uma pequena plenária deveria discutir as soluções certas e erradas e, na sequência, o professor responsável pela sala faria a sistematização do conceito estudado.

Posteriormente, outros problemas, envolvendo situações do jogo ou não, também deveriam ser propostos aos alunos. Portanto, seguindo as orientações dos PCN, utilizamos os problemas para ensinar matemática e os exercícios como forma de confirmar, aprofundar e fixar os conceitos probabilísticos estudados. Isso corrobora com o estabelecido em Onuchic (1999, p. 210), isto é, *“na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas, como aprende matemática para resolver problemas”*.

Inicialmente, a intenção era que as professoras aplicassem nossa proposta didático-pedagógica, em sala de aula, já no ano de 2007. Isso foi feito de maneira parcial. Contribuíram, nesse sentido, o fato de que uma das professoras não estava ministrando aula para o segundo ano do Ensino Médio naquele momento e, também, que Probabilidade era o último conteúdo do ano letivo. Uma das professoras conseguiu apenas iniciar a aplicação da proposta. Assim, apenas uma das professoras utilizou, de maneira integral, nossa proposta de ensino em sua turma.

No ano de 2008, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo efetivou mudanças na grade curricular e elaborou propostas para o trabalho em sala de aula. Os conteúdos de Probabilidade passaram a ser estudados no terceiro bimestre do segundo ano do Ensino Médio e foram elaborados os chamados Cadernos do Professor. Esses cadernos oferecem orientações aos professores sobre a forma de se introduzir os conceitos matemáticos e estabelecem *“a principal metodologia para o tratamento de conteúdos matemáticos: a da resolução de problemas”* (SÃO PAULO, 2008, p. 25).

Da mesma forma que na nossa proposta de ensino, a Situação de Aprendizagem 1, apresentada no *Caderno do Professor* da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, para o estudo de Probabilidade, é iniciada com um jogo de dois dados. Entretanto, em nosso entendimento, poderia ter sido utilizado um jogo mais simples e, além disso, nenhum dos

problemas apresentados na atividade envolve situações do jogo considerado.

Aplicação da Proposta Didático-Pedagógica em Sala de Aula

Nossa proposta de ensino foi efetivamente aplicada no ano letivo de 2008. Durante o primeiro semestre, antes da aplicação da proposta didático-pedagógica em sala de aula, realizamos alguns encontros com as professoras para discutir o jogo e o material didático que seria utilizado em sala de aula.

Naquele momento, as professoras estavam mais seguras quanto aos conteúdos que deveriam trabalhar nas suas turmas. O desenvolvimento das atividades em sala de aula foi de responsabilidade das professoras titulares de cada turma. As professoras iniciaram a aplicação da proposta de ensino com a realização do jogo. Os alunos foram divididos em duplas e foi estipulado que realizassem algumas partidas do jogo. Como estávamos utilizando um jogo de estratégia, o objetivo dessa ação foi fazer que os alunos tivessem pleno conhecimento e domínio de suas regras.

Cada dupla recebeu dois dados e uma caneca. Foi solicitado aos alunos que anotassem os resultados de cada partida como forma de verificarem jogadas erradas e de procurarem determinar a melhor estratégia para se conseguir a vitória no jogo.

Após o trabalho com o jogo, o que demandou praticamente uma aula de 50 minutos, as professoras fizeram os questionamentos abaixo.

- O jogador deverá sempre aproveitar o segundo lançamento?
- O segundo jogador possui maior possibilidade de vencer o jogo?

Os alunos responderam a esses questionamentos através da intuição e pela experiência das partidas jogadas.

Na sequência, as professoras iniciaram a fase de resolução dos problemas. Foi permitido que os alunos continuassem com os dados para, eventualmente, justificarem alguma ação sobre o jogo. No final dos trabalhos, após a resolução

dos problemas propostos e dos conceitos probabilísticos estudados, espera-se que os alunos sejam capazes de justificar matematicamente os questionamentos feitos, bem como calcular as probabilidades de vitória de cada jogador: João e Maria.

Os conceitos de Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Evento foram sistematizados pelas professoras através das soluções dos dois problemas a seguir.

Problema 1. Considerando-se apenas o primeiro lançamento dos dois dados, João terá maior chance em conseguir 1 ponto ou 6 pontos? Justificar sua resposta.

Comentários e sugestões.

Os alunos deveriam apresentar suas soluções, utilizando-se de sua própria linguagem. O professor não deveria, naquele momento, apresentar definições ou conceitos. O objetivo do problema era fazer que os próprios alunos compreendessem os conceitos probabilísticos que se pretendia estudar. O professor deveria, sim, explorar o fato de que embora no lançamento de dois dados não sejamos capazes de prever o resultado (*Experimento Aleatório*), somos capazes de descrever todos os resultados possíveis (*Espaço Amostral*).

Nesse caso temos os resultados possíveis $\{(1; 1), (1; 2), \dots, (1; 6), (2; 1), (2; 2), \dots, (2; 6), \dots, (6; 1), (6; 2), \dots, (6; 6)\}$, ou seja, 36 elementos. Uma marcação desses 36 pontos como as coordenadas cartesianas de um ponto $P(x,y)$ de um plano com um par de eixos ortogonais pode auxiliar a visualização do total de resultados possíveis. João obtém 1 ponto quando ocorre (1; 4) ou (4; 1) (*Evento*). Assim, terá duas chances em 36 de marcar 1 ponto. De maneira análoga, terá duas chances em 36 de marcar 6 pontos, isso ocorrerá nos casos (4; 6) ou (6; 4) (*Evento*). Conclusão: João possui a mesma chance de marcar 1 ou 6 pontos, considerando-se apenas o primeiro lançamento dos dois dados.

Problema 2. Considerando-se apenas o primeiro lançamento dos dois dados, João terá maior

chance em conseguir 5 ou 4 pontos? Justificar sua resposta.

Comentários e sugestões.

Da mesma forma que no *problema 1*, o professor deveria explorar o fato de que dos 36 resultados possíveis, João marcará 5 pontos quando ocorrer (4; 5) ou (5; 4), isto é, terá duas chances em 36 de marcar 5 pontos. Entretanto, João marcará 4 pontos somente no caso de ocorrer a face 4 nos dois dados, isto é, no caso (4; 4). Assim, terá apenas uma chance em 36 de marcar 4 pontos. Conclusão: João possui maior chance de marcar 5 pontos do que 4 pontos, considerando-se apenas o primeiro lançamento dos dois dados.

Devemos observar que o *problema 2* não estabelece que nesse jogo é mais “fácil” marcar 5 pontos do que marcar 4 pontos. Nesse caso, estamos considerando apenas uma parte do jogo, a saber, o primeiro lançamento.

Após o trabalho com diversos problemas como os acima apresentados, as professoras puderam de maneira mais atrativa e intuitiva para os alunos, sistematizar os conceitos de *Experimento Aleatório*, *Espaço Amostral* e *Evento*, apresentando formalmente suas definições, utilizando-se o formalismo e o rigor característicos da Matemática.

Sistematizados os conceitos de *Experimento Aleatório*, *Espaço Amostral* e *Eventos*, outros problemas envolvendo situações do jogo e também problemas (exercícios) diversos (selecionados dos livros didáticos) foram resolvidos como forma de apreensão efetiva dos conceitos probabilísticos estudados.

Todos os conceitos básicos de Probabilidade foram trabalhados da mesma forma. Utilizamos a seguinte ordem de apresentação: *Experimento Aleatório*, *Espaço Amostral* e *Eventos*; *Definição Clássica de Probabilidade (Laplace)*; *Probabilidade da União de Dois Eventos*; *Probabilidade do Evento Complementar*; *Probabilidade Condicional*; *Eventos Independentes*; *Soma e Produto de Probabilidades*. As professoras gastaram em torno de 30 horas-aula para

desenvolverem os conteúdos acima mencionados.

Todo o trabalho em sala de aula foi desenvolvido em grupos com dois ou três alunos. A Professora A afirmou: “quando trabalhamos com a solução de problemas, esta troca de informações entre eles é importante, porque o aluno que não tinha entendido o outro ajudava”.

Aspectos e Análise do Trabalho Desenvolvido

Ao longo deste processo de pesquisa-ação, foi possível perceber o interesse e o entusiasmo das professoras, ao procurar melhorar seus conhecimentos em Probabilidade e trabalhar com novas metodologias de ensino e de aprendizagem. Sentimos que as professoras tinham prazer em participar dos encontros. Apenas uma delas não participou de um encontro por motivos de saúde.

Em um desses encontros, solicitamos que relatassem por escrito qual o motivo que as levou a participarem deste trabalho colaborativo. A professora A respondeu: “melhorar a prática de ensino, buscando novos conhecimentos para poder enriquecer o conteúdo em questão. Sempre achei que utilizando outros meios, sem ser o livro didático, a matéria ficaria mais atrativa para o aluno”. A professora B respondeu: “melhorar o conhecimento sobre Probabilidade e especialmente adquirir uma nova metodologia de como ensinar”.

Já para a professora C foi “a necessidade de aperfeiçoamento no tema proposto, buscando novas estratégias, para melhorar o trabalho com os alunos proporcionando a eles uma melhoria de aprendizagem. Outro motivo, foi o fato de ter a oportunidade de estar discutindo e trabalhando, em um grupo restrito, um tema bastante complexo e gerador de muitas dúvidas” (Professora C).

As respostas das professoras contemplam alguns dos principais objetivos de uma pesquisa-ação. A saber: melhoria da prática pedagógica, melhoria das condições de trabalho e desenvolvimento de um grupo reflexivo na escola. Percebemos também as dificuldades conceituais (matemáticas) em Probabilidade, “um tema bastante complexo”

(Professora C) e *“melhorar o conhecimento sobre Probabilidade”* (Professora B).

Da aplicação do primeiro questionário no início de 2007, destacamos que as professoras consideravam Probabilidade um assunto de difícil compreensão, até mesmo para o professor. A professora B nunca havia utilizado a resolução de problemas para o ensino de Probabilidade. Já a professora A respondeu: *“passei a parte do conteúdo explicando e utilizando as fórmulas na resolução de problemas e exercícios”*, e a professora C mencionou: *“foi fornecida situações-problema que, em dupla, os alunos buscavam encontrar soluções para elas”*. Do exposto, fica claro que as professoras, naquele momento, não tinham uma compreensão clara de como usar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino e de aprendizagem.

Ainda das respostas fornecidas neste primeiro questionário, sobre o uso de jogos como estratégia de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, a professora A disse: *“participei de uma oficina em que foi passado um jogo com a utilização de moedas, e a partir, daí comecei a trabalhar com jogos nessa disciplina”*. A professora B respondeu que não utilizou, e a professora C mencionou: *“utilizei dados e moedas”*. Da mesma forma que na situação anterior, até aquele momento, as professoras não tinham, pelo menos a nosso ver, utilizado o jogo como um elemento desencadeador da construção de conceitos matemáticos, isto é, usado o jogo para ensinar Matemática.

Para o ensino dos conteúdos de Probabilidade, as professoras utilizavam aulas expositivas, com forte apoio no livro didático escolhido pela escola. Assim, praticavam o chamado ensino tradicional, com a apresentação da teoria (fórmulas) e, posteriormente, a resolução de exercícios.

Quando da reaplicação do questionário em dezembro de 2007, já observamos nas professoras um desenvolvimento significativo em suas compreensões sobre resolução de problemas e uso de jogos para o ensino de Matemática. Quando indagadas se consideravam importante o uso de jogos para o ensino de Matemática, a professora A

respondeu: *“os jogos didáticos desempenham um papel fundamental, pois não servem apenas como entretenimento, mas, também, para uma aprendizagem real e uma fixação de conteúdo que desenvolve no aluno qualidades como atenção, memória, atividades construtivas e integradoras”*. A professora B respondeu: *“através do uso de jogos é possível introduzir o conteúdo de uma maneira mais clara e dinâmica, despertando nos alunos a curiosidade e o interesse. Isso possibilita o desenvolvimento do raciocínio com o desapego de fórmulas”*. E para a professora C: *“utilizando jogos se consegue um maior envolvimento dos alunos e, de forma mais simples, alguns conceitos são desenvolvidos sem que os próprios alunos percebam. É necessário que os jogos sejam direcionados por regras pré-estabelecidas para que não se perca a finalidade que se pretende atingir”*.

Quando indagadas sobre suas concepções, e de como deveria ser utilizada a resolução de problemas em sala de aula, a professora A respondeu que: *“a sua utilização em sala de aula deve ser desenvolvida a partir do uso de trabalhos em grupo, gráficos, tabelas, esquemas, desenhos, fórmulas, textos jornalísticos ou até mesmo projetos, usando assim diferentes tipos de linguagens e representações que o aluno deve compreender para argumentar e se posicionar frente às novas informações”* (Professora A).

Para a professora B: *“tal metodologia tem como objetivo estimular o raciocínio, ajudando no desenvolvimento do conteúdo. Deve ser utilizada de maneira que o aluno consiga entender o que deve fazer para solucionar os problemas que lhe são propostos”*. E para a professora C

é bastante interessante introduzirmos novos conteúdos a partir do uso de situações em que o aluno precisa interpretar a situação proposta, traçar estratégias de resolução, resolver e finalmente verificar a solução. Devemos começar com problemas próximos da realidade do aluno, que (ele) facilmente resolverá, e ir gradualmente aumentando o nível de dificuldade, até que ele perceba a necessidade de ampliar o seu conhecimento, dando, portanto, significado ao conteúdo que está sendo apresentado (Professora C).

Sobre as principais dificuldades encontradas no ensino de Probabilidade no Ensino Médio, as professoras mencionaram: a má formação do professor, a chegada dos alunos ao Ensino Médio sem noções básicas de Probabilidade e, em particular, as dificuldades encontradas para a utilização dos livros didáticos que apresentam apenas definições prontas e aplicação de fórmulas.

Com efeito, segundo relato da professora A, *“a maior dificuldade é encontrada nos próprios livros didáticos, pois ao invés de fornecerem aos alunos meios que os levem a compreender os conceitos, já fornecem definições. Isso faz com que os alunos não entendam o uso das fórmulas, dificultando a resolução dos problemas, atrapalhando a aprendizagem e desestimulando sua capacidade de buscar métodos de resolução diferenciados”* (Professora A).

No final do ano de 2008, realizamos uma entrevista semiestruturada e individual, áudio gravada, com o intuito de avaliar e refletir sobre o trabalho desenvolvido.

Apresentamos, a seguir, alguns recortes dessas entrevistas, procurando identificar e analisar as percepções das professoras, a transformação ou não de suas práticas em sala de aula e saberes sobre o ensino de Probabilidade, através do uso de uma situação de jogo associada à resolução de problemas.

As três professoras mencionaram que não estudaram Probabilidade em suas formações básicas, nem em seus cursos de graduação. As professoras são formadas em faculdades particulares da nossa região. Uma delas é licenciada em Matemática, e as outras duas são licenciadas em Ciências com habilitação em Matemática.

Para os sujeitos dessa investigação, quando indagados sobre o que é um problema de Matemática, responderam: *“é aquele que exige leitura, raciocínio, desenvolvimento e estratégia”* (Professora A); *“é um desafio, porque a pessoa tem que se deparar com uma situação nova, e dessa situação, ela tem que arrumar uma estratégia de resolução”* (Professora B), *“é algo que o aluno tem que refletir, buscar uma solução e movimentar as estruturas dele, buscar informações que ele já tinha”* (Professora C).

Assim, podemos inferir que as professoras compreendem as diferenças entre problemas e exercícios, requisito primeiro para se utilizar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, ou seja, usar o problema para se ensinar Matemática.

Segundo as professoras, uma das principais dificuldades que os alunos encontram para resolver um problema de Matemática é a interpretação da linguagem quando lêem um enunciado de atividade matemática, pois eles não gostam de ler. *“Se você não entendeu não tem como resolver, então, primeiramente você tem de ler e entender, e se não entendeu tem de ler novamente”* (Professora A).

As professoras reconhecem a importância da utilização da resolução de problemas em suas aulas, entretanto reconhecem a pouca disponibilidade de material e a dificuldade de usar essa metodologia para todos os conteúdos de Matemática do Ensino Médio. O material distribuído pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, no ano de 2008 (Caderno do Professor), de certa forma procurou cobrir essa lacuna. Entretanto, foi um material “jogado” aos professores, e a maioria, em virtude de suas formações, não tem possibilidades de fazer um uso adequado e produtivo do material.

Algumas falas das professoras confirmam esse fato: *“fomos obrigadas a seguir o livrinho”*; *“este ano, a gente trabalhou de acordo com os Cadernos do Professor, [...] no início, a gente coleta as informações do que ele (aluno) sabe, e a partir daí trabalhamos”*; *“sempre contextualizar [...] colocar algumas situações do cotidiano deles, embora existam conteúdos difíceis de se trabalhar”*; *“quando comecei a dar aulas, só jogava a matéria e ia embora. Agora, a gente começa com situações-problema, e já esse livro do material novo (Caderno do Professor), também está trabalhando dessa forma, tomando-se por base uma situação-problema que abre um leque de conteúdos”* e *“usando o projeto (nossa proposta didático-pedagógica) a facilidade é maior para entender, mas, infelizmente, nem toda matéria e conteúdo dá para desenvolver assim”*.

Como observou a professora C: *“no início, a gente coleta as informações do que ele (aluno) sabe e a partir daí trabalhamos”*. Assim, esse relato

concorda com o estabelecido em Van de Walle (2007, p. 37), *“um problema para ensinar matemática deve começar em que estão os estudantes”*.

Ainda segundo Van de Walle (2007), não existe dúvida de que trabalhar com problemas é difícil. Entretanto, existem boas razões para se fazer este esforço,

- resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as idéias e o fazer sentido;
- resolução de problemas desenvolve a crença nos alunos de que eles são capazes de fazer Matemática e que a Matemática faz sentido;
- resolução de problemas fornece dados de avaliação que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudam os alunos a ter êxito e informam os pais;
- bons problemas permitem múltiplos caminhos para sua solução;
- uma abordagem baseada em problemas envolve os alunos de modo que haja menos problemas de disciplina;
- resolução de problemas desenvolve o "poder da Matemática";
- é muito divertido! Professores que ensinam dessa maneira nunca retornam à forma tradicional de ensino. A excitação do desenvolvimento da compreensão do aluno por meio de seu próprio raciocínio vale a pena todo o esforço. E, claro, é divertido para os alunos. (VAN DE WALLE, 2007, p. 39).

Se mudamos a forma de ensinar Matemática é também natural que o papel do professor não seja o mesmo do desempenhado no ensino tradicional. Quando se utiliza a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, para a Professora A: *“o professor tem que ser um mediador. O aluno começa a resolver um problema e o professor está ali, mas deixa-o tentar primeiro uma estratégia para resolver, e depois entra na correção”*. Já para a Professora B: *“dou o problema, e se percebo que eles não estão conseguindo aí começo a induzi-los a refletirem direcionando um caminho”*. E, finalmente para a Professora C: *“eu nunca dou a resposta [...] eles (alunos) iam arrumando estratégias para resolverem*

sem saber que existia uma fórmula para aquela situação”.

Para proporcionar aos alunos uma educação matemática de boa qualidade, os professores devem: *“(1) compreender profundamente a matemática que estão ensinado; (2) compreender como as crianças aprendem matemática, incluindo uma aguda consciência do desenvolvimento matemático individual de seus alunos; e (3) selecionar tarefas instrucionais e estratégias que irão melhorar o aprendizado”* (VAN DE WALLE, 2007, p. 3).

As professoras consideraram adequado o uso de jogos, associado à resolução de problemas para o ensino de Probabilidade. *“Quando a gente começa com jogos, despertamos o interesse deles, porque eles gostam de competir”* (Professora C). *“Sim, porque através do jogo, o aluno tem uma visão melhor para resolver o problema”* (Professora A), e *“porque o jogo foi utilizado desde o começo, aprendendo a jogar, até o final do conteúdo de Probabilidade, usamos muito o jogo”* (Professora B).

Dos depoimentos das professoras, percebemos que ocorreu uma mudança em suas práticas de ensino, sobretudo, do conteúdo Probabilidade. Quando questionadas como ensinavam esse conteúdo, antes da aplicação da nossa proposta, responderam: *“eu pegava o livro e já ia direto na fórmula”* (Professora A). *“Antes de ter este jogo, eu nunca tinha começado um trabalho com jogos, [...] o que eu achei mais interessante, mesmo depois do jogo, foi relacionar todos os problemas com o jogo, porque os livros não fazem isso”* (Professora B) e *“eu só tinha trabalhado uma vez Probabilidade, que era conteúdo do quarto bimestre, e geralmente a matéria do final do quarto bimestre, ou não se vê nada ou vê bem ‘por cima’, eu tinha começado [...] pelo livro didático [...] não cheguei ao final”* (Professora C).

As professoras foram unânimes em afirmar que as maiores dificuldades dos alunos ocorreram no final da aplicação da proposta de ensino, no cálculo de probabilidades envolvendo união e intersecção de eventos e notadamente no conceito de Probabilidade Condicional. As professoras A e B reconheceram que houve melhora no desempenho dos alunos, quando comparado

com anos anteriores. *“Em relação aos outros anos foi bem melhor. [...] eles gostaram de jogar e resolver um problema que tinha que retomar o jogo”* (Professora B). Apesar de não ter trabalhado com este conteúdo no ano anterior, a Professora C relatou que: *“o que eu posso comentar em relação a outras formas, eles (alunos) ficaram mais interessados, sim”*.

Sobre a possibilidade do estudo de Probabilidade poder contribuir para a melhoria de vida do cidadão, a professora A respondeu que sim, *“porque na realidade do dia a dia, a gente utiliza Probabilidade, [...] vai chover hoje ou não? [...] e porque é muito ligado a jogos da sena, mega-sena”*. Para a Professora B *“é lógico que é, especialmente para eles pararem de jogar na loteria, porque eles viram que é muito difícil de ganhar, [...] abre a visão deles”*. Já para a Professora C,

eu acredito que sim. Esses dias eles estavam falando, por que é tão caro jogar sete números na mega-sena se é só um número a mais? Então, eles não têm idéia de que a chance de ganhar é diferente. Até comentamos sobre isso, e eles (alunos) disseram ‘nossa! Eu não imaginava’. [...] a Probabilidade ajuda em qualquer outro conteúdo da Matemática, pois quem tem desenvolvido um pouco desse conteúdo tem uma capacidade melhor de estar buscando soluções, de ter uma nova organização e uma melhora na tomada de decisões (Professora C) - (grifo nosso).

Para Lima (2001, p. 299), os problemas de Probabilidade utilizados no Ensino Médio devem ser escolhidos de forma que os alunos sejam estimulados a tomar uma decisão. *“Para que servem probabilidades? Para que se conheça a chance que um evento tenha de ocorrer. O conhecimento desse resultado permite a uma correta tomada de decisão em problemas reais”*.

Sobre as possibilidades didático-pedagógicas de ensino e aprendizagem de Probabilidade via Jogos e Resolução de Problemas no contexto da pesquisa desenvolvida, a Professora A mencionou que: *“se nós pudéssemos transformar todas as matérias de Matemática em jogos, eles (os alunos) aprenderiam melhor, mas infelizmente existe pouco material disponível [...] o material do governo só*

apresentou a parte de Probabilidade com jogo, os outros (conteúdos) não teve nada”. A Professora B disse que: *“nunca começa com o jogo nos livros de antigamente, [...] estou tendo uma visão melhor [...] tenho mais segurança”*. Já para a professora C: *“se o aluno tentar fazer de forma mecânica não adianta, ele tem que pensar, buscar uma solução”*.

Na fala a seguir, a professora C descreve, em conformidade com o exposto em Saraiva e Ponte (2003), algumas das principais dificuldades para uma mudança de postura na prática pedagógica, a saber, a formação docente e a decisão de mudar. Não é fácil a mudança da prática pedagógica de um professor que durante toda sua formação recebeu uma Matemática ‘pronta e acabada’.

Eu sempre tive esta noção de que o ideal seria isto, o que acontece é que a gente tem um pouco de dificuldade porque na nossa formação nós não trabalhamos assim, tanto durante a época de estudante também a gente não tinha isto aí, então não foi desenvolvido, por isso que é difícil para nós estarmos trabalhando isso, e é difícil para o aluno também porque a gente carrega um pouco do que trazemos de ter tudo automatizado, aquela repetição, então fica um pouco complicado, e a gente está tentando (Professora C).

A forma dos professores ministrarem suas aulas é consequência primeira do ensino de Matemática que eles vivenciaram em suas formações básicas. É nessa época que se originam suas concepções e crenças em torno da Matemática e, conseqüentemente, de seu ensino-aprendizagem (ANDRADE, 1997).

A insegurança pessoal do professor é um dos obstáculos para a mudança. O professor sempre trabalhou com uma determinada orientação curricular, domina-a e sente-se seguro e confiante para resolver qualquer problema que lhe possa surgir. Assim, é natural que tenha relutância e receio em abandonar a sua base de segurança (SARAIVA; PONTE, 2003).

Fatores Positivos e Negativos da Aplicação da Proposta Didático-Pedagógica

Segundo relato das professoras, praticamente todos os alunos gostaram do jogo; o que já não pode ser mencionado sobre a resolução dos problemas. Como os problemas foram apresentados em uma ordem crescente de dificuldades, já era esperada a reação negativa por parte de alguns alunos sobre o interesse em suas resoluções. As professoras haviam sido orientadas a motivar os alunos a fim de que as resoluções desses problemas os tornariam melhores jogadores, tendo assim maiores chances de vitória.

Como pontos negativos, destacamos que uma aluna, por questões religiosas, se negou a participar do jogo. A Professora A, das turmas do noturno destacou ser difícil trabalhar com muitos alunos nesse tipo de atividade, e que os alunos faltam em muitas aulas e estão cansados. Destacou também: *“eu levei a canequinha, então foi uma ‘baderna’. Eles acharam que era para fazer barulho. Aí na outra sala, eu não levei a canequinha [...] tinha que fazer na mão ou jogar em cima da carteira e aí eu percebi muita diferença, porque o trabalho foi mais sério”*. As outras duas professoras também observaram que pode ser difícil aplicar essa proposta de ensino para salas com 40 alunos ou mais.

Para a Professora C: *“os pontos positivos foram maiores do que os negativos, e os alunos que não estavam muito interessados eram os mesmos alunos que não estavam interessados em aula nenhuma”*. Destacou ainda que: *“a competição é importante para eles, e quando você está questionando problemas sobre aqueles jogos se torna interessante”*. Essa professora destacou outros jogos utilizados na feira de Ciências e também a importância do trabalho realizado em sala de aula.

Fizemos com setores circulares um alvo no qual avaliamos as probabilidades, então, foi bastante interessante. Os alunos chegavam e falavam para mim ‘qual a probabilidade de eu derrubar aquelas latas?’ (outro jogo utilizado na feira), então, começou a fazer parte do vocabulário deles. Também houve

repercussão, por exemplo, num primeiro (1º ano do Ensino Médio) me perguntaram se no próximo ano veriam aquele conteúdo. Assim, foi algo interessante que se tornou notícia (Professora C).

A professora A observou como ponto positivo uma mudança no interesse dos alunos, *“os positivos são os alunos que não ligavam e que se transformaram”*. Uma de suas alunas declarou: *“eu gostei muito, aprendi como nunca havia aprendido Matemática, achei fácil e muito interessante”*. Segundo essa professora, *“essa aluna tinha dependência nessa disciplina e havia parado de estudar por quatro anos. Durante as aulas se interessou muito pelo jogo, demonstrou liderança entre seus colegas e conseguiu excelente nota na prova de Probabilidade”*.

A professora B destacou como pontos positivos que os alunos gostaram de jogar, tiveram boa participação nas aulas, e, como a proposta foi aplicada, *“os alunos caminham numa ‘boa’, você vai passo a passo”*. Também destacou a importância do grupo de professores de Matemática da escola, pela troca de experiências e de aprendizagens e pela possibilidade de produção de novos saberes docentes. *“Aqui a nossa equipe de Matemática é mais ou menos unida, então o que estou com dificuldades a Mariana (nome fictício) me apóia, um ajuda o outro. Aqui a gente se juntou, o pessoal de Matemática, até com as outras áreas. Se tenho dificuldade, eu chego para a outra e pergunto, porque ninguém sabe tudo, graças a Deus”* (Professora B).

Isso mostra que as professoras tinham confiança umas nas outras, não tinham vergonha de expor suas limitações em relação aos conteúdos matemáticos e as possíveis dificuldades encontradas em sala de aula.

O desenvolvimento dessa proposta didático-pedagógica possibilitou às professoras a produção de novos saberes em Probabilidade. De fato, a Professora A mencionou que: *“eu aprendi mais. Eu tenho mais facilidade hoje, mais domínio para trabalhar com eles (os alunos) do que a primeira vez, ou mesmo quando não trabalhava, hoje eu sinto mais segurança”*. Para a Professora B: *“esse projeto (trabalho colaborativo) é excelente, me*

ajudou muito, eu amadureci, [...] agora esse ano com a reaplicação foi mais tranquilo ainda". A Professora C considera que o desenvolvimento da pesquisa possibilitou uma evolução em seu desempenho profissional: "eu acho que o projeto (trabalho colaborativo) ajudou mais um pouco, e eu, em particular, que não tinha muito contato com o conteúdo não só de Probabilidade, mas também de Análise Combinatória, [...] eu evolui um pouco e dei um passo à frente, [...] até a minha interpretação de problemas melhorou um pouco" (Professora C).

Analisando os dados obtidos nesta pesquisa, apontamos que as mudanças nas práticas das professoras e os saberes adquiridos, foram, sobretudo, expressos por elas nas seguintes considerações:

1. as professoras concluíram que aprofundaram seus conhecimentos nos conceitos sobre Probabilidade;
2. as professoras perceberam que a falta de conhecimento de conteúdo é um fator que dificulta mudanças em suas práticas;
3. o apóio dado às professoras, através da pesquisa colaborativa contribui para o uso de novas metodologias de ensino;
4. com o trabalho colaborativo as professoras passaram a ter uma visão crítica do material didático fornecido pelo Governo Estadual e também dos livros didáticos;
5. as professoras iniciaram um processo de troca de experiências com outros professores(as) de Matemática da escola.

Considerações Finais

Pelos depoimentos das professoras, acreditamos que o desenvolvimento da presente pesquisa produziu novos conhecimentos e compreensões sobre as possibilidades didático-pedagógicas de ensino-aprendizagem de Probabilidade através do uso de Jogos e Resolução de Problemas. De fato, essas professoras puderam trabalhar com Resolução de Problemas e Jogos, dois instrumentos importantes e recomendados pelos PCN para o ensino de Matemática, mas infelizmente, ainda pouco utilizados, em especial, no Ensino Médio. Ao analisar as concepções e as posturas didático-pedagógicas

das professoras pudemos observar um aumento de confiança e maior domínio nos conteúdos de Probabilidade, fatos que muito contribuem para seus desenvolvimentos profissionais. Com efeito, houve uma vontade dessas professoras em inovar e oferecer aos seus alunos um ensino mais significativo e prazeroso.

O professor aprenderá em quaisquer locais nos quais ouve, lê e discute ideias acerca da prática de ensino, "quer a partir da sua própria experiência, devidamente considerada e refletida, quer a partir da experiência de outros profissionais, mediante a troca de experiências" (SHULMAN, 1992 apud SARAIVA; PONTE, 2003, p. 32).

Houve também nos alunos um despertar para questões relacionadas à Probabilidade, conteúdo hoje indispensável para a formação plena do cidadão. Como destacou a Professora C, o Jogo (a Probabilidade) "virou notícia" na escola.

O foco principal dessa proposta de ensino foi mostrar que o uso das fórmulas deve ocorrer apenas no final das atividades, depois que o aluno assimilou o conceito matemático estudado. Nosso interesse é desenvolver o raciocínio intuitivo, indutivo, dedutivo e lógico do aluno, para que ele adquira habilidades e competências que possam contribuir para o desenvolvimento de sua autonomia, e não apenas a memorização de fórmulas, que pode ser temporária.

Tanto em situações de jogo como na resolução dos problemas formulados, os alunos são estimulados a tomarem uma decisão, e isso é um dos principais objetivos para o ensino de Probabilidade em nível Médio. Os alunos tornam-se ativos na construção de seus próprios conhecimentos e o jogo e os problemas podem tornar esse objetivo mais acessível.

O uso da Resolução de Problemas acarreta mais trabalho ao professor, mas se adequadamente utilizada, pode contribuir significativamente com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Mudar a forma de se ensinar Matemática não é tarefa fácil. Todos recebemos o seu ensino na forma chamada "tradicional". Alguns poucos aprendem, mas a maioria dos alunos

não consegue perceber a grandeza e a beleza dos conceitos matemáticos. Entendemos que

ninguém muda ninguém, isto é, a mudança vem, em grande parte, de dentro de cada um. Para que ela ocorra, tem de ser desejada pelo próprio. Por outro lado, é necessário que o professor esteja disposto a correr os riscos inerentes às inovações educacionais e a enfrentar a insegurança das novas abordagens [...] é importante que possa ter uma base de apoio para o que, pelo menos temporariamente, surge como um risco. Assim, é preciso apoiar as ansiedades que acompanham as dificuldades inerentes à mudança e dar tempo para os professores reflectirem (SARAIVA; PONTE, 2003, p. 28).

Sozinhas, as professoras dificilmente mudariam suas práticas de ensino, vários fatores contribuem para esse fato. Destacamos, dentre outros: a má formação docente, a falta de tempo para que os(as) professores(as) preparem aulas alternativas, em função da excessiva carga didática, o baixo salário e o próprio apóio em livros didáticos.

Os livros didáticos, apesar de serem aprovados pelo MEC, em sua maioria ainda não trabalham adequadamente as metodologias preconizadas pelos PCN para o ensino de Matemática. Os Cadernos do Professor, lançados em 2008 pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, tentam reverter esse quadro. Entretanto, é um material “jogado” aos professores que, sozinhos, dificilmente farão uso adequado e produtivo desse recurso didático.

As professoras aprovaram o trabalho colaborativo desenvolvido nos últimos dois anos. Com efeito, esta certeza prende-se aos seus depoimentos e também pelo fato de que essas professoras solicitaram para o ano de 2009 a continuidade do projeto e selecionaram o tema Análise Combinatória. Como relatamos anteriormente, os conteúdos da Análise Combinatória são também considerados difíceis de serem trabalhados pelos professores do Ensino Médio.

Nos dias atuais, a Probabilidade é uma ferramenta indispensável para a formação

plena do cidadão. A todo o momento somos chamados a tomar uma decisão, a resolver um problema. “A inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: problemas do cotidiano, problemas pessoais, problemas sociais, problemas científicos, quebra-cabeças e toda sorte de problemas” (POLYA, 1997, p. 2).

No ensino chamado tradicional, os professores “jogam” a fórmula e resolvem exercícios aplicando essa fórmula. Os alunos não compreendem de onde ela apareceu, não entendem o seu significado e acabam mistificando a Matemática como um conjunto de regras e fórmulas que aparecem do nada, tem utilidade duvidosa e se caracteriza como uma ciência para poucos cérebros privilegiados.

Referências

- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1997. 325f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos – Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.
- BALIEIRO FILHO, I. F. **Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya** – Quatro Episódios da História da Heurística. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos). Rio Claro: IGCE – UNESP, 2004
- BATANERO, C. **Didáctica de la estadística**. Granada: Universidad de Granada, 2001.
- BATANERO, C. Razonamiento probabilístico em la vida cotidiana: um desafio educativo. In: FLORES, P.; LUPIÁÑEZ, J. (Org.). **Investigación en el aula de matemática: estadística y azar**. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales, 2006. CD ROM.
- BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In: GTI (Ed.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME-USP, 2004.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. (PCN). 2.ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000. 142p.

- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática (PCN+)**. Brasília: MEC/SEMT, Brasília, 2002.
- CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: Clássica, Frequentista, Subjetiva e Formal. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação, 2002. CD ROM.
- CONTRERAS, J. M.; DÍAZ, C.; BATANERO, C.; ORTIZ, J. J. Razonamiento probabilístico de profesores y su evolución en un taller formativo. **Educación Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 181-198, 2010.
- CORBALÁN, F. **Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Síntesis, 2002. 271p.
- FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76.
- HIEBERT, J. et al. **Making sense: teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth, NH: Heinemann, 1997.
- LIMA, E. L. **Exame de textos: análise de livros de matemática para o ensino médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
- LOPES, C. A. E. A estatística e a probabilidade na educação básica e a formação dos educadores matemáticos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2006. CD ROM.
- MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. São Paulo: FDE, 1992. (Série idéias, 10).
- NACARATO, A. M. **Educação Continuada sob a Perspectiva da Pesquisa-Ação: Currículo em Ação de um Grupo de Professoras ao Aprender Ensinando Geometria**. 2000. 323f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Ed. da UNESP, 1999. p. 199-218.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2005. p 213-231.
- POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual Editora, 1997. p. 1-2.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Caderno do professor: matemática**. São Paulo: SEE, 2008. (Ensino Médio 2ª série, 3º bimestre).
- SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Quadrante**, Lisboa, v. 12, n. 2, p. 25-52, 2003.
- SCHUH, F. **The master book of mathematical recreations**. New York: Dover Publications, 1968.
- VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally**. 6. ed., Boston: Pearson, 2007. 576p.

i Professor Adjunto do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS/UNESP

ii Professor Assistente Doutor do Departamento de Matemática da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – FEIS/UNESP.