

## A ARITMÉTICA E SEUS REFLEXOS NO ENSINO PARA APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

### THE ARITHMETIC AND ITS CONSEQUENCES IN TEACHING FOR LEARNING OF ALGEBRA

Edelweis José Tavares Barbosa - Instituto Federal de Pernambuco - IFPE/Campus Pesqueira  
edelweisb@yahoo.com.br

Clovis Gomes da Silva Junior - Universidade Estadual de Pernambuco - UPE/FACETEG  
gomesclv@ig.com.br

**RESUMO:** No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, desenvolvendo habilidades numéricas nas operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. O ensino da Álgebra é iniciado apenas no 7º ano, sendo introduzidos cálculos algébricos com variáveis representadas por letras. A comunicação através de uma linguagem diferente, puramente simbólica é fonte de conflitos e fracassos na Matemática escolar. (GARCIA apud TELES, 2004, p.9) Para Lins e Gimenez (1997, p.162) a educação Aritmética e Algébrica deve ocorrer de forma integrada, a fim de favorecer a construção do pensamento abstrato. Buscou-se com este estudo analisar os reflexos dos conhecimentos sobre Aritmética para o aluno ao efetuar as operações e manipulações Algébricas, a partir de uma abordagem metodológica descritiva, exploratória de análise quantitativa. A amostragem foi composta por 67 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Foram aplicados dois testes com seis questões, sendo o primeiro sobre Aritmética e o segundo sobre Álgebra. Podemos observar as seguintes constatações: que os alunos são bem sucedidos na resolução de problemas aritméticos, mas não têm o mesmo êxito na resolução de problemas algébricos; existe uma similaridade entre os erros cometidos nas operações Aritméticas e Algébricas. Como averiguado por Teles (2004, p.14) algumas dificuldades que o aluno tem em Álgebra estão relacionadas a obstáculos conceituais em Aritmética que não foram corrigidas.

**Palavras-chave:** Aritmética. Álgebra e Ensino.

**ABSTRACT:** In the process of traditional schooling, the child is introduced to the formal mathematical knowledge from the arithmetic study, developing numeric skills in the basic operations of addition, subtraction, multiplication and division. The teaching of algebra is initiated only in 7th grade, when is introduced algebraic calculations with variables represented by letters. Communication through a different language, purely symbolic, becomes source of conflict and failure in school mathematics. (GARCIA apud TELES, 2004, p.9) For Lins and Gimenez (1997, p.162) education Arithmetic and Algebraic should occur in an integrated manner in order to facilitate the construction of abstract thought. This study was performed to analyze the consequences of knowledge of arithmetic to the student in performing the operations and algebraic manipulations, from a methodological approach for descriptive quantitative analysis. The sample comprised 67 students from 9th grade of elementary education at one public school. Two tests were applied with six questions of the same structure, being the first on arithmetic and the second on Algebra. Was observed the following evidences: the students are successful in solving arithmetic problems, but do not have the same success in solving algebraic problems of the same structure; there is a similarity between the errors made in arithmetic and algebra. As verified by Teles (2004, p.14) some difficulties that the student discover on Algebra are related to conceptual obstacles in arithmetic that were not corrected.

**Keywords:** Arithmetic. Algebra and Teaching.

### INTRODUÇÃO

No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Desta forma, quando os alunos iniciam o ensino fundamental, utilizam os números para efetuarem as operações básicas de Aritmética

de forma mecanizada, muitas vezes sem noção das aplicações no seu cotidiano. De maneira geral os alunos são induzidos a desenvolverem habilidades numéricas, iniciando-se o ensino da Álgebra apenas no 7º ano, quando há uma mudança brusca nas operações Matemáticas, sendo introduzidos os cálculos algébricos nas operações.

Conforme Lins e Gimenez (1997, p.10, 162), na educação Matemática há uma prática

prejudicial, fortemente enraizada, de que é preciso aprender antes Aritmética para depois desenvolver a aprendizagem algébrica. Estes autores apresentam como tendência para o século XXI que a educação Aritmética e Algébrica ocorra de forma integrada, “a um só tempo”, e não apenas integradas entre si, mas integradas ao mundo fora da escola, cumprindo seu papel de organizar este mundo e ajudando aos alunos a aumentar seu repertório de modo a produzir significados. Relatos de professores apontam para a importância do ensino da Álgebra considerando as dificuldades dos alunos em compreendê-la e aplicá-la de maneira significativa ao iniciarem seu estudo.

Para Miorim (1998) as dificuldades de ensino-aprendizagem da Álgebra pode-se dizer que quando o professor apenas preocupa-se com o mecanismo de desenvolvimento de expressões e resolução de equações algébricas, não estimulando o aluno a refletir sobre a importância da Álgebra, este poderá até aprender uma maneira operatória para resolver uma equação, contudo, por não ter estudado o conteúdo de forma crítica, dificilmente terá êxito nessa habilidade. Por isto, faz-se necessário algumas reflexões: por que existe Álgebra? Para que estudar Álgebra? Onde utilizar os conhecimentos e habilidades desenvolvidas no estudo da Álgebra?

Kieran (apud BOOTH, 1995) mostrou no contexto do estudo de equações, que as crianças consideram o sinal de igual (=) como um símbolo unidirecional, que precede uma resposta numérica. A idéia de que o sinal de igualdade possa ser visto como indicador de uma relação de equivalência não é percebida de imediato pelo aluno. Na Aritmética a igualdade é usada para representar transformações e, na Álgebra a igualdade é usada para representar o equilíbrio.

Para Garcia (apud TELES, 2004, p.9) a passagem da Aritmética à Álgebra é fonte de conflitos e fracassos na Matemática escolar. O autor refere que as causas dessas dificuldades têm diversas origens. Uma delas, se não a mais importante, é a comunicação através de uma linguagem estranha para o aprendiz, diferente,

puramente simbólica; uma linguagem nova que permite o manejo e a manipulação do desconhecido.

No estudo da Álgebra, as letras apresentam significados diferentes, tais como variáveis incógnitas e parâmetros. Essas noções são chamadas por Pais (2006), citando Chevallard (1991), de “noções paramatemáticas”, isto é, idéias que se caracterizam como “ferramentas” auxiliares à atividade matemática, mas, que, normalmente, não se constituem em objetos de um estudo específico.

Neste contexto temos a linguagem simbólica como base para a representação. No caso dos sistemas operatórios comuns ao ensino da Aritmética e da Álgebra eles podem não serem percebidos com o mesmo significado já que os signos utilizados são diferentes. Pois a representação se refere a relação significante/significado desenvolvido para representar os conhecimentos tidos por verdadeiros, comunicar seu propósito e apoiar os processos de pensamento. Estes símbolos podem ser entendidos ou visto por todos os indivíduos, mas a sua interpretação depende fortemente dos sistemas de invariantes com os quais são entendidos ou vistos por um indivíduo.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs de Matemática) “a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem um índice de 40 % de acerto em muitas regiões do país.” (BRASIL, 1998, p.115-116).

Assim, podemos observar que a prática pedagógica interfere na construção do conhecimento algébrico pelo aluno. Na atualidade estão em discussão duas práticas pedagógicas em relação à inserção da Álgebra no currículo do ensino fundamental. Tradicionalmente introduz-se o ensino da Aritmética anteriormente ao da Álgebra conforme acima apresentado, no entanto, há

autores que defendem que o ensino da Álgebra deve acontecer em paralelo ao da Aritmética, pois, uma se beneficia da outra, são interdependentes (LINS, GIMENEZ, 1997, p. 113).

## PROBLEMA

A dissociação entre o ensino da Aritmética e da Álgebra constitui-se um fator limitante a aprendizagem do aluno

## OBJETIVO

Identificar os erros cometidos na Aritmética e suas consequências na resolução de operações algébricas.

## ÁLGEBRA

Dentre as várias definições da Álgebra, Dicionário Luft (2000), Álgebra é a parte da Matemática que generaliza as questões Aritméticas, representando quantidades através de símbolos. Para Lins e Gimenez (1997) afirmam que a Álgebra consiste em um conjunto de ações para os quais é possível produzir significado em termos de números e operações. Mas, no entanto percebe-se que o trabalho com o estudo algébrico não vai muito adiante de manipulações de símbolos que na maioria das vezes não possuem nenhum significado, sendo o seu estudo desenvolvido de forma mecânica.

Para Booth (1995, p. 31) os conteúdos da Álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de “regras de procedimento” que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto. Outra grande diferença entre Álgebra e Aritmética está no uso de letras para indicar valores. “A letra  $m$ , por exemplo, pode-se ser utilizada em aritmética para representar “metros”, mas não para representar o número de metros, como em Álgebra.”

Neste contexto, Germe (1997) destaca três diferentes status possíveis para as letras na Matemática escolar:

1- *Para Designar*: As letras servem para designar uma dimensão (largura, comprimento, altura, etc.) nas fórmulas de cálculo de perímetro e área, ou ainda para designar objetos geométricos simples (pontos, retas, círculos, ângulos). A letra nessas situações é uma ferramenta de designação;

2- *No cálculo Algébrico*: A letra é considerada como um número desconhecido numa equação:

Neste estágio reside uma real dificuldade didática: designado um número desconhecido por uma letra nós o manipulamos, na verdade, como se ele fosse conhecido, os números que faltam são pensados como números precisos, designados provisoriamente por letras de maneira que a nossa ignorância inicial não nos impeça de fazê-los participar do cálculo (BOUJADDI, 1996, apud GERME, 1997, p. 62).

A aparição de resoluções de equações mais complexas desencadeia a necessidade de operações elementares sobre expressões literais, portanto, as letras tomam um novo “status”: elas tomam então um status indeterminado, no sentido que elas não têm mais necessidade, para essas representações, de ser um número;

3- *No Quadro Funcional*: A utilização de tabelas e gráficos obriga a considerar as letras como números desconhecidos, que não são fixos. A letra não é mais considerada como definida por um valor numérico desconhecido, mas, *como definido pelo fato de pertencer a um conjunto conhecido de números*, ou seja, enquanto variável.

Assim, passaremos a descrever o que vem a ser uma equação do 1º grau e seus elementos.

Mais um ponto complicador no uso das letras é a sua equivocada interpretação, muitas vezes referidas como variáveis ou incógnitas, sem diferenças, o que é incorreto. Para Usiskin (1995), muitas vezes se associa o estudo de Álgebra com o estudo de variáveis, que não está correto já que nem sempre representações feitas por letras estão associadas à idéia de variação.

Usiskin (1995) categorizou quatro concepções em relação à Álgebra no que se refere ao seu estudo e aplicação sendo elas: (1) Álgebra como Aritmética generalizada; (2)

Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; (3) Álgebra como estudo de relações entre grandezas e (4) Álgebra como estudo das estruturas. Como descreveremos abaixo:

1- *Álgebra como Aritmética generalizada* significa que as variáveis são generalizadoras de modelos. Nessa concepção, os principais objetivos para o aluno são traduzir e generalizar. Nessa função ou dimensão da Álgebra, a letra aparece como uma variável que será utilizada para generalizar fatos aritméticos. Exemplo:  $3+5.7= 5.7+3$  um modelo  $a + b = b + a$

2- *Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problema*, as variáveis como sendo incógnitas ou constantes. As variáveis são apenas incógnitas consideradas como valores numéricos a serem descobertos por meio da resolução de uma equação ou de um sistema de equações. Exemplo: Adicionando 3 ao quádruplo de um certo número, a soma é 40 ( $x + 3 = 40$ ).

3- *A Álgebra como estudo de relações entre grandezas*, a variável sendo argumento (representa valores do domínio de uma função) ou parâmetro (representa um número do qual dependem outros números), enfatizam que as variáveis “variam” e espera-se do aluno que ele relacione quantidades e faça o gráfico. Exemplo: Quando se escreve  $A = bh$ , fórmula da área de um retângulo está expressando uma relação entre grandezas.

4- *A Álgebra como estudo das estruturas*, a variável é um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades (grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, por exemplo) e o aluno tende a tratar as variáveis como sinais no papel, sem nenhuma referência numérica. Deseja-se que o aluno tenha em mente os referenciais (geralmente números reais) quando utilizam as variáveis e que ao mesmo tempo sejam capazes de operar com variáveis sem precisar voltar ao nível desse referencial. Aqui as letras aparecem como símbolos abstratos com os quais podemos operar. Nesta dimensão da Álgebra enquadram-se as operações com polinômios, os

produtos notáveis, entre outros. Exemplo: fatorar  $3x^2 + 4ax - 132a^2$ .

Os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) traz diferentes interpretações da Álgebra como: (1) Aritmética Generalizada; (2) Funcional; (3) Equações e (4) Estrutural:

1- *Aritmética Generalizadora* – as letras são utilizadas como generalizações do modelo aritmético. Os PCNs orientam o professor a propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a formação da idéia da Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. *Exemplo:* Os alunos são solicitados a

“adivinhar uma regra, para transformar números”, inventada pelo professor, como: um aluno fala 3 e o professor responde 8; outro fala 5 e o professor, 12; para o 10 o professor responde 22; para o 11 responde 24, etc; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado em 2 unidades; ou, o número respondido é sempre o dobro do consecutivo pensado – poderão, também, discutir as representações  $y = 2x + 2$ , ou,  $y = 2(x + 1)$  e a equivalência entre elas (BRASIL, 1998, p. 118).

2- *Funcional* – as letras são variáveis para expressar relações e funções, conceitos e procedimentos envolvidos e variação de grandezas. No desenvolvimento de conteúdos referentes à geometria e medidas, os alunos terão oportunidades de identificarem regularidades, fazerem generalizações, aperfeiçoarem a linguagem algébrica e obterem fórmulas, como, para cálculos de áreas. *Exemplo:* Construir uma série de retângulos semelhantes (com a medida da base igual ao dobro da medida da altura) e analisar a variação da área em função da variação da medida da base, determinando a sentença algébrica que relaciona essas medidas e expressando-a por meio de um gráfico cartesiano.

*3-Equações* – as letras são utilizadas como incógnitas e conteúdo na resolução de equações;

*4-Estrutural* – as letras são símbolos abstratos e os conceitos e procedimentos são o cálculo algébrico e a obtenção de expressões equivalentes.

Essas funções, conforme as orientações dos PCNs deverão ser trabalhadas pela exploração de situações-problema, que permitirão ao aluno generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis, como também representar problemas por meio de equações e inequações.

No entanto, Souza e Diniz (1996, p. 4) abordam que o fator diferencial entre a Álgebra e a Aritmética são os seus objetivos. Enquanto a Aritmética trata de números, operações e suas propriedades, visando à resolução de problemas ou de situações que exigem uma resposta numérica, a Álgebra procura expressar o que é genérico. Aquilo que se pode afirmar para vários valores numéricos, independentemente de quais sejam eles exatamente.

O cenário atual do ensino da Álgebra no Brasil é um reflexo de como esta evoluiu historicamente, portanto, uma breve revisão sobre sua inserção no sistema de ensino brasileiro torna-se necessária para a compreensão dos avanços e problemas hoje vivenciados.

De acordo com Miorim (1998, p. 108), desde 1799, momento em que a Álgebra passa a fazer parte do currículo no Brasil, até o início da década de 1960, prevaleceu um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, no qual tudo era essencial. A Matemática escolar apresentava-se dividida em compartimentos estanques. Primeiro estudava-se a Aritmética, depois a Álgebra e, em seguida, a geometria. Neste período, segundo esses autores, a Álgebra apresentava um caráter mais instrumental, útil apenas para resolver equações e problemas.

A Álgebra, apesar de ocupar boa parte dos livros didáticos atuais, ela não tem recebido a devida atenção. Miorim (1998, p. 40) comenta

ainda que a maioria dos professores abordam a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões. Entretanto, as dificuldades de ensino-aprendizagem da Álgebra, no contexto atual, são decorrentes, entre outras coisas, de sua inserção tardia no currículo do ensino fundamental, uma vez que o aluno desenvolve a habilidade de realizar cálculos numéricos exatos, para posteriormente, aprender a realizar manipulações algébricas.

Além disso, Teles (2004, p.14) considera que algumas dificuldades que o aluno tem em Álgebra estão relacionadas a dificuldades conceituais em Aritmética que não foram corrigidas. Souza e Diniz (apud TELES, 2004, p. 14) exemplificam a não compreensão da propriedade distributiva, que se constitui em dificuldade Aritmética, que entre outras coisas, impede a manipulação de expressões algébricas.

Para Lins e Gimenez (1997, p. 160) a educação Aritmética e Algébrica têm sido insuficientes até aqui; a primeira em termos de seu alcance e a segunda em seus objetivos, respectivamente. Com relação ao ensino da Aritmética, os autores defendem que é preciso ampliar o conjunto de atividades e habilidades no desenvolvimento do sentido numérico, ao passo que no ensino da Álgebra, é preciso considerar também o fato de que qualquer aspecto técnico só pode ser desenvolvido a partir da produção de significados.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p. 55) o estudo da Álgebra poderá ser introduzido nas séries iniciais, em que se denomina de pré-Álgebra, no entanto será nas séries finais que o aprendizado da Álgebra será ampliado.

Do mesmo modo, Lins e Gimenez (1997, p. 159) afirmam que a educação Aritmética e a educação algébrica devem “coexistir”, implicando no desenvolvimento uma da outra. Apesar da necessidade deste vínculo de complementaridade entre ambas, os autores

alertam para o fato de que a Álgebra não deve preceder à Aritmética, uma vez que as crianças têm contato com um conjunto de experiências Aritméticas extra-escolares, que trazem consigo ao iniciarem sua escolarização.

Observamos que neste processo do ensino da Álgebra e da Aritmética deve-se perceber que a diferença está no acréscimo de signos (símbolos) para se trabalhar com as mesmas estruturas operacionais (ao menos as bases operatórias das operações básicas). Sendo perceptíveis os mesmos significantes operacionais serem observados com significados diferentes. Conforme Vergnaud (1986) que os alunos podem encontrar dificuldades na extensão da significação das operações ao analisarmos as estruturas aditivas e multiplicativas.

Tal cenário remete à necessidade de investigação e reflexão sobre os resultados que vêm sendo alcançados pela educação Matemática no contexto nacional e regional no ensino da Aritmética e da Álgebra, a fim de que sejam implementadas ações no sentido de revisão dos currículos escolares, inovação nas práticas educativas, bem como outras estratégias de enfrentamento dos limites identificados, para que se alcance a efetividade no ensino-aprendizagem aritmético e algébrico.

## METODOLOGIA

O presente estudo foi de cunho descritivo exploratório de análise quantitativa, feito com uma população de 67 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do interior de Pernambuco, esta escola fica situada na periferia da cidade de Caruaru. Estas duas turmas são compostas de alunos de baixa renda e com dificuldades de aprendizagens. Conforme descrito pelo professor da sala.

Esta pesquisa foi composta de dois momentos: no primeiro semestre 2007 foi realizado o primeiro teste aritmético com problemas referentes às quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), no segundo semestre de 2007 ocorreu o segundo teste com os problemas que envolviam as

quatro operações com letras nas suas operações. Conforme descreveremos abaixo:

### *Apresentação e análise de resultados*

Para tal análise, tivemos dois momentos, todos quantitativos e comparativos: a análise sobre acertos e erros com operações Aritméticas, a análise sobre acertos e erros com operações Algébricas.

### **Análise do teste Aritmético**

O teste com estrutura relativa a operações Aritméticas foi composto com seis questões de estruturas diferentes. Tendo os alunos 50 minutos para responder estas questões sem a interferência do professor. Como segue:

Questão 1 - A estrutura abordava problema envolvendo multiplicação (Ex: Um livro tem 82 páginas com 35 linhas em cada página. Quantas linhas têm esse livro?).

Questão 2 - Apresenta estrutura de adição e subtração. (Ex. Gabriel tinha 24 bolas de gude. Ganhou 12 bolas na primeira partida, perdeu 8 bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?)

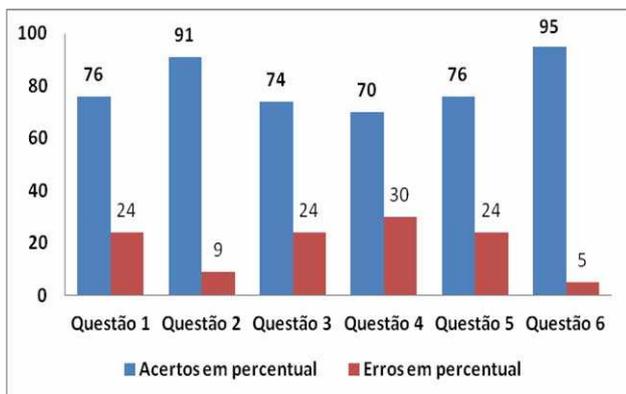
Questão 3 - foi composta de uma estrutura multiplicativa envolvendo três fatores. (Ex: Um hotel tem 34 quartos cada quarto tem 3 camas e cada cama tem 2 lençóis. Quantos lençóis são necessários para trocar a roupa de cama nesse hotel?)

Para a questão 4 foi utilizada uma estrutura multiplicativa com três fatores iguais. (Ex: Num depósito há 12 caixas, cada caixa contém 12 estojos e cada estojos contém 12 lápis. Quantos lápis há no total?).

Na sequência, a questão 5 teve uma estrutura composta por divisão. (Ex: Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2.400 palitos de fósforo. Sabendo que uma caixa contém, em média, 40 palitos, quantas caixas serão usadas nesse trabalho?)

A sexta questão foi composta de uma subtração simples (Ex: Um carpinteiro fez 15 cadeiras. Vendeu 3 cadeiras a um comprador e mais 3 a outro comprador. Quantas cadeiras ainda restam para vender?).

Os resultados obtidos por nós sobre o teste contendo questões Aritméticas estão representados no gráfico abaixo.



**Figura 1** - Gráfico representativo a acertos e erros com questões relativas a Aritmética.

Observamos que para as questões 1, 3 e 5 envolvendo operações de multiplicação, multiplicação com três fatores e divisão foi obtido o mesmo percentual de acertos e erros. O maior percentual de erros foi encontrado na questão quatro, que envolvia operação de multiplicação de fatores iguais, ocorrendo a soma das parcelas, por exemplo,  $(12+12+12= 36)$  cerca de 12 alunos respondendo desta forma. Estes resultados podem estar relacionados à falta de prática no uso dos algoritmos de multiplicação e divisão.

### Análise do teste Algébrico

O teste com estrutura relativa as operações algébricas assim como o teste com operações Aritméticas possuía seis questões. Como descreveremos abaixo:

A Questão 1 abordou problema envolvendo multiplicação (Ex: Se as linhas de um livro são representas por  $x$  e tendo  $35x$  em cada página. Quantos  $x$  terá um livro de 82 páginas? ).

A questão 2 apresenta uma estrutura de adição e subtração, (Ex: Gabriel tinha  $24y$  bolas de gude. Ganhou  $12y$  bolas na primeira partida, perdeu  $8y$  bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?).

A questão 3 foi composta por uma estrutura multiplicativa com três fatores. (Ex: Um hotel tem 34 quartos cada quarto tem 3k camas e

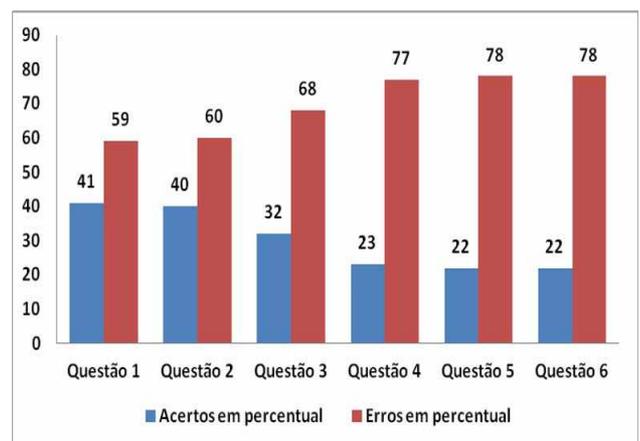
cada cama têm 2k lençóis. Quantos lençóis são necessários para trocar a roupa de cama nesse hotel?).

Para a questão 4 foi utilizada uma estrutura multiplicativa com três fatores iguais. (Ex: Num deposito há 12y caixas, cada caixa contém 12y estojos e cada estojo contém 12y lápis. Quantos lápis há no total?).

Na sequência, a questão 5 teve uma estrutura composta por divisão. (Ex: Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2.400 palitos de fósforo. Sabendo que uma caixa contém, em média, 40k palitos, quantas caixas serão usadas nesse trabalho?).

A última questão foi composta de uma subtração simples. (Ex: Um carpinteiro fez 15 cadeiras. Vendeu 3y cadeiras a um comprador e mais 3y a outro comprador. Quantas cadeiras ainda restam para vender?).

Os dados inerentes ao teste com as questões com estruturas algébricas estão representados no gráfico abaixo.



**Figura 2** - Gráfico representativo a acertos e erros com questões relativas à Álgebra.

Em relação ao teste aritmético, houve um aumento em todos os percentuais de erros acompanhado por uma redução no percentual de acertos, o que pode ser atribuído à introdução das letras nas operações algébricas. Estudo envolvendo alunos do Reino Unido com idade de 13 a 16 anos (oitava a décima séries), que teve como objetivo identificar os erros que os alunos comumente cometem em Álgebra, obteve dentre as causas atribuídas aos erros cometidos pelos alunos *o significado das*

*letras e das variáveis e os tipos de relações e métodos usados em Aritmética.* (BOOTH, 1995, p. 23, grifo nosso). Por exemplo, trazemos um recorte (quadro1) onde na questão aritmética o aluno segue todo processo do algoritmo. No

entanto, com relação à questão algébrica (quadro 2) o aluno simplesmente mostra um resultado como se a variável alterasse o resultado composto pelo algoritmo que conduz ao resultado.

2º) Gabriel tinha 24 bolas de gude. Ganhou 12 bolas na primeira partida, perdeu 8 bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?

$$\begin{array}{r} 24 \\ +12 \\ \hline 36 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ -8 \\ \hline 28 \end{array} \quad \underline{28 \text{ bolas}}$$

Quadro 1: Extrato do teste Aritmético

4º) Gabriel tinha  $24y$  bolas de gude. Ganhou  $12y$  bolas na primeira partida, perdeu  $8y$  bolas na segunda partida. Com quantas bolas ele ficou?

*Ficou com  $92y$  bolinhas de gude*

Quadro 2: Extrato do teste Algébrico

Para as questões que tiveram uma estrutura multiplicativa, a diferença entre os índices de acertos do teste aritmético em relação ao algébrico é de 35%. Para esta e todas as demais questões, observa-se redução importante no número de acertos, quando se compara o teste aritmético ao algébrico, o que pode estar relacionado ao enfrentamento de novos algoritmos de cálculo pelo aluno (FALCÃO apud TELES, 2004, p. 14).

No quadro 3 seguinte, é posto de forma clara pelo aluno, o desenvolvimento de um algoritmo que ele já domina. No entanto, observamos no quadro 4, que o aluno simplesmente desenvolve o algoritmo algébrico, seguindo os parâmetros aritméticos e desconsiderando o algoritmo novo para ele e que envolve a parte literal.

1º) Um livro tem 82 páginas com 35 linhas em cada página. Quantas linhas têm esse livro?

$$\begin{array}{r} 82 \\ \times 35 \\ \hline 410 \\ 246 \\ \hline 2870 \end{array} \quad \underline{2870 \text{ linhas}}$$

Quadro 3: Extrato do teste Aritmético

1º) Se as linhas de um livro são representas por  $x$  e tendo  $35x$  em cada página. Quantos  $x$  terá um livro de 82 páginas?

$$\begin{array}{r} 82x \\ \cdot 35x \\ \hline 410 \\ 245 \\ \hline 2860 \end{array} \quad \underline{R/ 2860x \text{ linhas}}$$

Quadro 4: Extrato do teste Algébrico

Os resultados acima apresentados indicam com clareza a dificuldade dos alunos em realizar cálculos algébricos. Na maioria das vezes, mesmo para as questões em que houve domínio das operações Aritméticas houve redução no número de acertos no teste algébrico, o que está de acordo com autores como Teles (2004) e Lins e Gimenez (1997).

### Considerações finais

Este estudo sobre os reflexos da Aritmética no ensino-aprendizagem da Álgebra com alunos do 9º ano de uma escola pública de Pernambuco trouxe como subsídios as seguintes constatações:

No Ensino Fundamental II, os alunos iniciam o estudo da Aritmética desenvolvendo cálculos numéricos desde as séries iniciais, para, posteriormente, no 7º ano serem introduzidos ao estudo da Álgebra.

A dissociação entre o ensino da Aritmética e da Álgebra gera dificuldades de ensino-aprendizagem relacionadas à construção do raciocínio abstrato. Segundo Da Rocha Falcão (1993) os problemas algébricos implicam no enfrentamento de novos algoritmos de cálculos.

Os alunos desenvolvem parcialmente a habilidade de resolução de operações algébricas devido, entre outras coisas, à dificuldade de trabalhar com variáveis. Dentre alguns fatores influentes na apropriação do conceito algébrico está a sua relação com a aritmética. Para Oliveira (2002), algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato do aluno trazer para o contexto algébrico, dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estenderem para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem.

Verifica-se que os alunos são bem sucedidos na resolução de problemas aritméticos, mas não têm o mesmo êxito na resolução de problemas algébricos, Para Rocha Falcão (1995) e Souza e Diniz (1996) Convêm considerar que algumas das dificuldades observadas pelos alunos iniciantes em Álgebra são de fato problemas herdados da Aritmética, que apenas perduram num novo contexto.

Comprovados nesse estudo que e os erros cometidos nas operações Aritméticas são herdados em parte para operações algébricas.

A melhoria dos indicadores de aprendizagem da Aritmética e da Álgebra pressupõe uma revisão de sua inserção no currículo do ensino fundamental a fim de ampliar a inter-relação entre ambas. Conforme proposta por LINS e GIMENEZ (1997) E MIORIM (1998).

### Referências

- BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 3, p. 23-36
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998, 142 p.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática**. Brasília, DF, 1998. 142 p.
- FALCÃO, J. T. R. - A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas, em SCHLIEMANN, A. D. e outros, **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**, p. 85-107, ed. UFPE, Recife, 1993.
- GERMI, P. E. Statut des lettres et notion de variable. Petit x, número 45, p. 59- 79. Grenoble/França, 1997.
- LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus Editora, 1997, 176 p.
- MINIDICIONÁRIO** Luft. São Paulo: Ática, 2000.
- MIORIM, M. **Introdução à história da educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998, 120 p.
- OLIVEIRA, A.T. C.C. Reflexões sobre a aprendizagem da Álgebra. **Educação Matemática em Revista**, Ano 09, n. 12, p 35-39, junho de 2002.
- PAIS, L.. **Didática da Matemática: uma análise da influência Francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2. Ed., 2002. 128p
- PAIS, L. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 152p
- SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. de S. V. **Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções**. São Paulo: IME-USP, 1996, 111 p.
- TELES, R. A. de . A Aritmética e a Álgebra na Matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**, Ano 11, n. 16, p 8-15, maio de 2004.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. (Org.). **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, Parte 1: Álgebra: Idéias e Questões, Cap. 2, p. 09-22.

VERGNAUD, G. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e Didática das Matemáticas**. Um exemplo das estruturas aditivas. 1986.