

E O ESPAÇO PARA A FORMAÇÃO CIDADÃ? COMO FICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA? UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

WHAT ABOUT CITIZENSHIP EDUCATION? HOW DOES IT WORK IN MATHEMATICS CLASSES? AN EXPERIENCE WITH MATHEMATICS MODELLING

André Gustavo Oliveira da Silva – Universidade Estadual de Londrina
andregutoiap@yahoo.com.br

Lourdes Maria Werle de Almeida – Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

RESUMO: Neste artigo, tecemos algumas considerações sobre o principal compromisso inerente à educação: a formação cidadã. Focamos nosso olhar sobre a contribuição que a disciplina de matemática – em geral considerada desvinculada da realidade - pode dar a este processo. Tendo a modelagem matemática como alternativa pedagógica para o ensino de Matemática, procuramos destacar os resultados observados e relacioná-los com o processo permanente da construção de uma cidadania consciente conforme está posto na literatura. Ao propiciar aos estudantes vivenciarem a cidadania no espaço escolar, por meio de uma atividade de modelagem matemática e a investigação de uma situação problema que culminou num modelo exponencial, geramos um ambiente diferenciado para o aprendizado do conteúdo no qual privilegamos o espaço para reflexão, quesito fundamental à formação cidadã.

PALAVRAS-CHAVE: Educação matemática; Modelagem matemática; Cidadania.

ABSTRACT: In this paper we talk some considerations on the main commitment inherent to Education: citizenship education. We focused our glance on the contribution that the mathematics subject - in general considered disentailed of reality - can offer to this process. Having mathematics modelling as a pedagogic alternative for Mathematics teaching, we tried to detach the observed results and to relate them with the permanent process of the construction of a conscious citizenship as it is put in the literature. When propitiating students the possibility to live citizenship in the school environment, through an mathematics modelling activity and the investigation of a situation problem that culminated in an exponential model, we created a different atmosphere for learning the content in which we privileged an environment for reflection, which is a fundamental requirement to citizen education.

KEYWORDS: Mathematic Education; Mathematic modelling; Citizenship.

Introdução

Conforme a lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), o objetivo principal da educação é a formação de cidadãos. Mas afinal o que é cidadania? Encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática (1992, p. 11) a definição de cidadania como sendo a “participação social e política, assim como o exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito”.

O conceito de cidadania que aparece no PCN é semelhante ao que se tem no nível do senso comum, isto é, ter direitos e deveres. Isso envolve pagamento de impostos,

cumprimento de leis, direito ao voto, ainda que não se tenha plena consciência da importância deste ato, ter acesso à saúde e à educação públicas. Tal definição nos parece um conceito bastante acanhado a respeito de um valor tão fundamental que demarca a linha divisória entre o “ser sujeito” e o “ser espectador” da história. Quando dizemos história, referimo-nos não somente ao contexto social em que se está inserido, mas também ao comando consciente de sua própria existência.

Para Rocha (2001), nos conceitos de cidadania apresentados no PCN, bem como ao que se tem ao nível de senso comum, há ideologia implícita. No primeiro, encontram-se velados os interesses da classe dominante na manutenção do *status quo*. No segundo, encontramos o desejo de superação da dominação e marginalidade a que estamos

sendo submetidos há muito, mas sem a compreensão, de fato, da essência do exercício da cidadania.

Mas afinal, o que é ser e como se forma um cidadão? Historicamente, cidadania é tida como o direito do indivíduo participar das decisões nos destinos da cidade. Após dedicarmos algum tempo à pesquisa e leitura a respeito desse tema, entendemos a idéia de que ser cidadão envolve apropriar-se de um conjunto de direitos que confere ao indivíduo a possibilidade de participar ativamente da vida e do governo de seu povo. Participação genuína, não somente por meio de intervenção na cidade como também na capacidade de exercer um ponto de vista consciente sobre os fatos históricos e cotidianos.

Verificamos que a maioria das pessoas tem um conceito distorcido a respeito de cidadania. É quase que involuntária a associação limitada do termo cidadania à “instrução cívica”, isto é, aceitação de regras, cumprimento de deveres e exercício de direitos, muitos dos quais sequer conhecemos. Esse conceito superficial nos faz ver o mundo passivamente e com conformismo, a ponto de considerarmos determinadas situações da vida como fatalidades ou algo ainda pior, faz nos prostrarmos de forma impotente diante da realidade dos fatos como se nada pudesse ser feito a fim de reverter determinadas situações inconvenientes.

Béal (1996) define cidadania como sendo a capacidade construída para intervir na cidade, ou simplesmente para ousar intervir. Há, nesta definição, algo a se considerar: a cidadania é uma capacidade “construída”. Pode o ensino da Matemática contribuir para esse desafio?

Para Médioni (1996, p. 102), a cidadania não pode ser construída sem um certo número de competências e saberes essenciais. Não se pode falar em cidadania sem falar de educação e saber. “Não há cidadania sem acesso ao saber, nem construção de saber sem exercício de cidadania”.

Esta idéia é compartilhada também por diversos educadores, dentre eles Imenes & Lellis (1994), que citam três condições básicas para o exercício consciente da cidadania: informação, para a partir desta estar apto a decidir; educação, que confere ao indivíduo subsídios para interpretar a informação; e autonomia, que define como sendo a

capacidade de pensar com a própria cabeça bem como decidir, conforme seus interesses, não sendo enganado pela propaganda. A questão indiscutível é: o saber oferece armas para o exercício da cidadania.

A educação e a cidadania

Um dos objetivos fundamentais da educação é possibilitar, ao indivíduo, a construção de uma cidadania informada, crítica, a fim de que possa enfrentar seus problemas em busca de melhores condições de vida e assumir seu papel na contribuição para a formação de uma sociedade justa e igualitária.

Segundo Alarcão (2001), a escola tem como missão social gerar ambientes formativos que favoreçam o cultivo de atitudes saudáveis e o desabrochar das capacidades latentes do indivíduo, capacitá-lo a viver em sociedade, conviver e interagir com outros cidadãos. Ressalta, ainda, que alunos formados numa escola com essas características estarão mais bem preparados para lidarem com as vicissitudes do cotidiano, pois estão habituados a refletir, possuem motivação para continuar a aprender, a investigar, a valorizar as dimensões afetivas e cognitivas do ser humano. Este é o cerne da questão: a escola como um “laboratório de cidadania”; onde se educa para a cidadania e pela cidadania.

Sobre a escola paira o desafio de formar indivíduos que assumam seu lugar na aventura humana, que se envolvam como cidadãos em seu ambiente social. A metodologia de ensino adotada deve promover a cidadania, que permita ao aprendiz o controle sobre a elaboração do saber ao mesmo tempo em que estabelece relações sociais à medida que busca e compartilha seus resultados. Ao se envolver numa situação problema que exija novas descobertas, que obriguem o questionamento, o compartilhamento de idéias com o grupo e com o professor, que estimule a formulação de hipóteses e a tomada de decisões, o aprendiz estará experimentando cidadania. Nesse contexto, o ambiente escolar torna-se um espaço apropriado para a construção da cidadania mediante seu exercício.

Para Freire (1983), a vocação ontológica do homem é a de “ser sujeito” e não objeto. Esta vocação pode ser desenvolvida quanto

mais *for levado a refletir sobre a realidade espaço-temporal da qual faz parte*, fazendo-o emergir cada vez mais conscientizado, comprometido com a mudança, renunciando ao simples papel de espectador. Para o autor, cidadania consciente caracteriza-se por um estágio no qual o indivíduo aperfeiçoa seu nível de conhecimento a ponto de enxergar-se como um ser social e comprometer-se com sua realidade. Em Freire, encontramos o conceito para cidadão consciente como um indivíduo que a partir do conhecimento que adquire, age na direção de envolver-se com sua realidade a fim de gerar melhoria em sua qualidade de vida e de sua comunidade. A educação não deve ser um processo de adaptação do homem à sociedade, deve desenvolver, nele, o ímpeto criador, ser desinibidora e não restritiva.

Freire destaca a necessidade de um processo educativo que priorize a conscientização do indivíduo ao referir-se a um trabalho de promoção e crítica, isto é, gerar situações que provoquem a transição de uma consciência ingênua para uma consciência crítica. A fim de alcançarmos melhor compreensão deste processo de transição, contrastamos no quadro a seguir, construído a partir de informações do livro *Educação e Mudança* (FREIRE, 1983), as características dos dois tipos de consciência.

Quadro 1 - Comparação entre os tipos de consciência

CONSCIÊNCIA INGÊNUA	CONSCIÊNCIA CRÍTICA
Satisfaz-se com conclusões apressadas e superficiais.	Anseia por profundidade na análise de problemas.
Tende a considerar que o passado foi melhor.	Não repele o velho por ser velho, nem adota o novo por modismo. Aceita-os na medida em que são válidos.
Subestima o potencial humano.	Procura livrar-se de preconceitos.
É impermeável à investigação.	Procura verificar ou testar as descobertas.
Possui frágil argumentação, baseada em emoções.	É indagadora e investigadora.
Possui uma compreensão “mágica” da realidade.	Substitui explicações mágicas por princípios autênticos de casualidade.
Aceita a realidade como estática e imutável.	Reconhece que a realidade é mutável.
Tende a polemizar.	Prioriza o diálogo.

Fonte: Freire (1983, p. 40-41).

Para Freire, o conteúdo de uma educação que promova uma consciência crítica deve ser desenvolvido mediante a busca com os estudantes de idéias e experiências que deem significados a suas vidas. Destaca, ainda, a importância de que temas geradores sejam apresentados dialeticamente, considerando-se o contexto histórico, buscar o envolvimento com a comunidade e lançar constantes desafios como parte do processo de crítica que trará motivação para intervirem e transformarem suas realidades.

Percebemos que, segundo Freire, a construção da cidadania passa, necessariamente, por um processo de crítica, pois ele mesmo o destaca como requisito gerador da motivação para intervir e transformar a realidade. Enquanto escola, podemos estimular esse processo se dermos oportunidade aos estudantes de lidarem com temas que possam contribuir para uma melhor compreensão da realidade, dos fenômenos sociais, do desenvolvimento de um senso mais acurado de democracia e solidariedade.

Diante do desafio de educar para a cidadania consciente, Skovsmose (2001) salienta o importante fato de dar ao estudante condições de ter papel ativo no processo educacional - o que chama de nível micro - com a meta de ajudá-lo a preparar-se para assumir seu papel no nível macro (sociedade). Se sonegarmos ao estudante o desempenho de seu papel dentro do processo educacional enquanto autor e ator, como podemos dizer que está sendo sujeito? Como formar um cidadão, se não vivenciando cidadania?

Conforme assumimos nesse artigo, o conceito de cidadania consciente é aquele em que o indivíduo conhecendo, tende a se comprometer com sua realidade. Também discutimos que cidadania é uma capacidade que precisa ser construída, ou seja, vemos a cidadania como um processo permanentemente aperfeiçoável. Como tal, destacamos a importância de um processo educativo que priorize a conscientização do indivíduo. Isto demanda uma prática mais voltada para o desenvolvimento da reflexão crítica e discernimento dos juízos de valor nos estudantes, capacitando-os ao exercício de julgamentos críticos sobre decisões sociais e políticas.

O principal foco num processo de ensino e aprendizagem da matemática numa perspectiva social e política não está em ensinar aos alunos a usar modelos matemáticos, mas antes levá-los a questionar o porquê, como, para que e quando tais modelos são utilizados de forma a influenciar comportamentos e decisões na sociedade global em que vivemos. Tal habilidade é descrita por Skovsmose (2001) como sendo competência democrática que é uma capacidade comum a seres humanos e que, assim como a cidadania, carece ser desenvolvida. Seu desenvolvimento se torna possível a partir do conhecer reflexivo.

A modelagem matemática como um caminho

Ao confrontarmos o desafio de formar e educar para a cidadania, conforme citado na LDB, com nossa prática pedagógica basicamente fundamentada em manuais didáticos, que apresentavam uma abordagem por meio de situações hipotéticas e/ou exercícios distantes da realidade, ou de uma realidade “faz-de-conta”, isto é: exercícios inventados a partir de um mundo imaginário, surgiram inquietações que clamavam por respostas.

Vivemos rodeados de situações nas quais a Matemática se faz necessária; são as contas a pagar, as propostas de consórcios, os financiamentos, os empréstimos das financeiras a nos “bombardear” com suas aparentes vantagens, as obrigações com o fisco, informações gráficas que cada vez mais ganham espaços nos jornais; por que, muitas vezes, não conseguimos estreitar o vínculo entre tais situações e o conteúdo escolar, trazer essas questões para a sala de aula, promover uma aproximação entre a “Matemática” escolar e a que é usada fora da escola?

Faltava um “elo” que unisse as experiências vividas, ou simplesmente percebidas fora do ambiente escolar, a fim de dar significado àquilo que era ensinado em classe. Encontramos um caminho na modelagem matemática.

Bassanezi (1994, p. 16) denomina de modelagem matemática o processo dinâmico utilizado para obtenção e teste de modelos matemáticos. Apresenta a modelagem como "a

arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

A proposta envolve trazer a Matemática para mais perto do universo do aluno, na tentativa de permitir que ele perceba a importância social da disciplina e a “recriação” do conteúdo matemático, de forma que participe mais ativamente. Deste modo, pode contribuir para gerar confiança em seu próprio raciocínio, abrir-lhe as portas ao universo da autonomia intelectual, passo fundamental para prosseguir em futuras investigações enquanto “cientista” e também, enquanto cidadão.

A modelagem matemática tem sido vista, por educadores matemáticos, como uma alternativa pedagógica com potencial para desenvolver nos estudantes uma atuação como sujeitos de seu aprendizado, pois durante a realização da atividade pode prover não somente a aprendizagem do conteúdo, como também pode proporcionar o ganho de benefícios extramatemáticos, dentre as quais citamos o estímulo à reflexão e a tomada de decisões. O que D’Ambrosio (1986, p. 44) chama de o “verdadeiro espírito da matemática” é o objetivo maior do seu ensino.

Encontramos, na literatura, alguns autores que defendem o uso da modelagem matemática como alternativa para o ensino e a aprendizagem da matemática, ressaltam suas vantagens. Citamos, a seguir, como alguns desses autores compreendem a modelagem e os aspectos positivos apontados por eles.

Perante o desafio de estabelecer vínculos entre o que se aprende na escola e as experiências vivenciadas na realidade, a modelagem oferece boas possibilidades. Biembengut e Hein (2000, p. 13) destacam a vantagem que a modelagem oferece de explorar temas da realidade ao se estudar Matemática, afirmam que “a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir”.

Para D’Ambrósio, “modelagem é um processo muito rico de encarar situações reais, e culmina com a solução efetiva do problema real e não a simples resolução de um problema artificial” (D’AMBROSIO, 1986, p. 11).

Barbosa reforça essa idéia ao expressar que a “modelagem é um ambiente de

aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001, p. 39).

A idéia de ambiente de aprendizagem é apresentada por Skovsmose (2002) para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades. A modelagem estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática.

Bean (2001) salienta que a essência da modelagem matemática está no processo de selecionar as características de um objeto ou sistema (realidade) a partir do levantamento de hipóteses e com auxílio de aproximações simplificadoras que formarão o modelo desejado. Argumenta, ainda, que a exigência do levantamento de hipóteses e de aproximações simplificadoras da realidade são marcas distintivas da modelagem matemática em relação a outras possíveis aplicações pedagógicas no ensino da matemática, sendo de extrema importância no desenvolvimento da modelagem que o aluno justifique as escolhas das hipóteses e das aproximações adotadas no modelo.

Para Burak (1992), o ensino e a aprendizagem, por meio da modelagem matemática, podem estimular a habilidade de fazer predições e a tomar decisões uma vez que tenta explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive em seu cotidiano, incentivando-o a raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão à criatividade, numa aproximação da postura científica. Esta idéia também é compartilhada por Biembengut (1999) ao afirmar que a modelagem oferece aos estudantes a oportunidade de estudar situações-problema por meio da pesquisa, desenvolver seu interesse e aguçar seu senso crítico.

Matos (2000) vê a modelagem como uma oportunidade para o professor desenvolver a capacidade de reflexão nos alunos, de reparar as questões mais simples que nos cercam, de as interrogar e perceber como a matemática, enquanto produção humana tem forte influência formatadora em nossas práticas.

Para Freire (1999, p. 26), “inexiste validade no ensino de que não resulta um aprendizado em que o aprendiz não se tornou capaz de recriar ou refazer o ensinado”.

Argumenta ainda sobre a importância da reconstrução do saber, processo no qual o estudante participa de forma ativa. “Nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo” (FREIRE, 1999, p. 29).

Enquanto proposta de ensino e aprendizagem a modelagem tem o compromisso de promover a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo acadêmico. Isto pode influenciar de forma positiva a disposição do aluno em aprender, pois não apenas procura embasar o aprendizado com informação, mas busca criar situações de real exercício dessas informações, como uma ponte entre o conhecimento teórico e a realidade, a vivência.

Uma experiência com modelagem matemática sob perspectiva de estimular o desenvolvimento da cidadania consciente: o problema do acúmulo de pratos no ‘lambe’ do restaurante do colégio

Desenvolvemos junto aos estudantes algumas atividades de modelagem matemática nas quais observamos a ocorrência de situações, durante o processo, que revelavam o surgimento de espaços apropriados para vivenciar cidadania na mais alta acepção da palavra. A modelagem despontava em nosso contexto como uma alternativa portadora de um leque de opções para se trabalhar as diferentes facetas que contribuem no processo da construção da cidadania.

A fim de observarmos as contribuições da modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica, quanto ao aprendizado do conteúdo, como estímulo à reflexão enquanto processo de crítica e suas contribuições na construção de uma cidadania consciente, apresentamos alguns resultados obtidos, junto a nossos alunos, com uma atividade na qual foram estimulados a desenvolver atividades de modelagem. Durante o processo se confrontaram com situações reais das quais surgiram problemas cujas soluções requereram diálogo e ação coletiva.

Como se deu a pesquisa

Nossa pesquisa foi desenvolvida com alunos de uma turma de segundo ano do Ensino Médio, que se organizaram em grupos de quatro alunos. Constatamos que a maioria da turma desempenhava uma função em diferentes setores do colégio, no contra-turno das aulas, com a finalidade de custear parcial ou integralmente seus estudos, fato que nos motivou a “unir o útil ao agradável”, desafiando-os a empenharem-se em observar situações de sua realidade que despertassem o interesse para a investigação e o comprometimento com a tarefa.

Assim provocamos a turma a ‘enxergar’ em seu ambiente de trabalho alguma situação ou fenômeno que pudesse ser investigado de forma mais detalhada e verificar a possibilidade de aplicar algum conhecimento matemático que contribuísse para melhor compreensão do quesito em questão. A idéia era que o tema a ser investigado fosse sugerido pelos grupos, conforme proposta da modelagem matemática.

Para Bean (2001), a situação proposta como problema deve despertar, suficientemente, a curiosidade, ou interesse, para que a pessoa faça uma investigação comprometida.

D’Ambrosio (1986) ratifica a importância de se investigar a realidade, pois vê nela o ponto de partida para a aquisição do conhecimento. Há também a possibilidade de que ao se refletir sobre determinado aspecto da realidade, se melhore nossa compreensão a seu respeito, pois há uma tendência em mobilizarmos para agir, na tentativa de modificá-la, assim se gera melhoria em nossa qualidade de vida.

Para Guzmán (1993), poderemos estar sonhando aos nossos alunos uma parte muito interessante e significativa como, por exemplo: a observação da realidade, a escolha do problema a investigar, a seleção das hipóteses, o teste das hipóteses, a dedução do modelo, etapas que se fazem presentes numa pesquisa científica, se deixarmos de tomar a realidade como mote para o aprendizado. Sem falar que estaríamos abrindo mão do grande poder motivador que a investigação do cotidiano pode gerar.

Skovsmose (2001) argumenta que “dois pontos-chave” devem ser observados para o êxito da proposta: que o problema a ser tratado seja relevante para os alunos e que, de fato, tenha proximidade com problemas sociais existentes.

A coleta e o registro das informações

Registramos, na medida do possível, atitudes, manifestações e predisposições mentais e comportamentais que poderiam ser indicativos de aprendizagem, do processo de crítica e consequentemente da formação cidadã.

Coletamos informações, por meio de observação direta, dos estudantes de um dos grupos enquanto executavam as atividades de modelagem em classe. Essa observação incluía suas manifestações por meio de falas e gestos no grupo, que eram registrados pelo professor em seu diário de campo.

Realizamos, também, entrevistas semi-estruturadas sempre após realização das atividades propostas, que foram gravadas e posteriormente transcritas.

Também propusemos o preenchimento de questionários que continham questões objetivas e subjetivas sobre a atividade desenvolvida a fim de termos informações que permitissem comparações sobre a evolução do pensamento crítico a respeito do tema abordado e também sobre a maneira de encarar a atividade proposta, o que envolvia participação do grupo, compreensão do tema, o uso da matemática, entre outros. Analisamos o trabalho escrito pelos alunos nos quais explicitavam suas opiniões sobre os temas abordados. Colhemos informações por meio de conversas informais, nas alamedas do colégio, buscamos identificar falas, comportamentos, e manifestações que pudessem corroborar com o objetivo da pesquisa. O grupo foi submetido a uma entrevista ao final de cada trabalho desenvolvido.

Quanto à interpretação dos dados, buscamos a compreensão dos processos, relações e significados que se faziam evidentes nas respostas obtidas dos alunos durante o processo.

A atividade desenvolvida

Descrevemos, a seguir, uma das atividades que foi desenvolvida por meio de modelagem matemática:

Neste grupo, três alunos, os quais chamaremos de A_1 , A_2 e A_3 , trabalhavam no restaurante do colégio, onde são oferecidas três refeições regulares diárias; e um quarto aluno, A_4 , trabalhava na limpeza do dormitório. Ao observarem o atropelo causado nos momentos finais da entrega dos pratos, que são laváveis no *lambe* - a expressão ‘*lambe*’ é o termo usado pelos alunos para indicar o setor de recepção dos pratos que serão submetidos à lavagem - resolveram investigar o porquê havia um acúmulo excessivo de pratos sempre nos momentos finais das refeições e se era possível minorar o problema trazendo menos transtornos para o pessoal que trabalhava diretamente no setor. A dúvida era se algum conteúdo matemático se encaixaria àquela situação.

A fala do aluno A_2 , participante do grupo, revela que o tema despertou a atenção e o interesse: *a gente queria encontrar uma solução para esse horário de pico acabar*. Temos constatado ser este um aspecto de grande relevância no processo de modelagem: a forma como o estudante se compromete com o desenvolvimento da atividade por tratar-se de algo pertinente à sua realidade, provavelmente por perceber que terá algum ganho prático na elucidação do problema.

Destacamos, ainda, o fato de a atividade proporcionar aos estudantes serem sujeitos no processo na medida em que vão em busca de respostas a um problema de seu interesse.

No restaurante do colégio, são servidas cerca de seiscentas refeições, em média, três vezes ao dia - desjejum, almoço e jantar. As refeições têm duração de uma hora.

Três sinais sonoros são disparados a fim de orientar os comensais a respeito do horário. O primeiro sinal soa quarenta minutos após o início das refeições, o segundo, dez minutos após o primeiro e o terceiro, e último, cinco minutos após o segundo.

Em geral, os alunos agem despreocupadamente até o segundo sinal, só manifestam preocupação real com a devolução dos pratos no terceiro sinal. Este procedimento causa um acúmulo excessivo de pratos nos

minutos finais das refeições, gera alguma dificuldade para os ‘*lambistas*’, que se veem em apuros para dar conta de administrar o grande fluxo de pratos e evitar o ‘congestionamento’.

O levantamento dos dados

O grupo apresentou-nos os dados e as informações coletadas e já organizadas em uma tabela que demonstrava os resultados médios obtidos da observação ‘*in loco*’, feita pelos elementos do grupo durante as refeições de três jantares. Essas informações estão na tabela 1 a seguir:

Tabela 1 - Informações coletadas pelo grupo sobre o movimento de entrada dos pratos no *lambe*

Tempo (min)	Total de pratos registrados
10	57
20	99
30	130
40	176
50	178
60	535

Apresentaram também a curva de tendência (figura 1) que haviam gerado no Curve Expert 1.3:

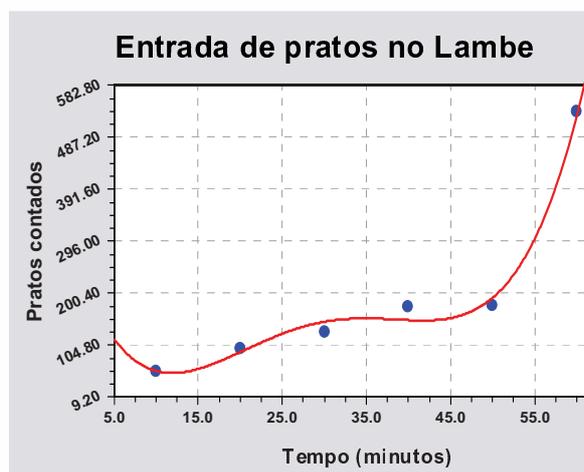


Figura 1 – Curva de tendência encontrada pelo grupo

Os componentes do grupo apresentavam muitas inquietações, pois não sabiam como deduzir o modelo por meio de uma expressão analítica, uma vez que a curva lhes parecia confusa. Já haviam tentado o auxílio do programa Curve, mas havia sugerido uma função polinomial de quarto grau. Queriam

trocar o tema, pois achavam que não iam dar conta.

Primeiramente, ficamos curiosos em saber como procederam para fazer a contagem. Perguntamos a respeito e um deles revelou:

Foi muito engraçado. A gente pegava... juntou um monte de gente ali, todas as pessoas da equipe, mais algumas. Cada um contava do seu jeito, sabe, e incrível, assim é que no final, por exemplo, era assim, cada vez que o prato era colocado sobre o lambe era contado, antes de ser colocado não era contado, pois podia confundir, aí quando ele era colocado a gente ia contando assim e no final da contagem, quando parou os pratos, o engraçado é que deu muito próximo os números, alguns deram igual. Foi muito pouco a diferença. (A₄, 2004)

Observando mais detidamente as informações que trouxeram, pudemos juntamente com os componentes do grupo, fazer algumas observações seguidas de reflexões oportunas, nas quais alguns conceitos matemáticos foram reforçados e até mesmo apreendidos num contexto que envolvia uma aplicação prática e o principal: com real motivação, fator decisivo no aprendizado que permanece.

A primeira retomada conceitual, que a atividade oportunizou, foi a respeito da continuidade, ou não, da função que podia ser gerada a partir daquelas informações. Perguntamos, baseando-nos no gráfico, a respeito da quantidade provável de pratos registrados aos quinze minutos.

Grupo - Cerca de 100 pratos. (A₁ fez a projeção com o dedo em busca da imagem e estimou o valor. Os outros acompanhavam.

Pesquisador - E aos 25 minutos?

Grupo - Uns 190 (procedimento repetido pelo grupo).

Pesquisador - E aos 55?

Grupo - Uns 300, mais ou menos.

Pesquisador - Vocês acham que essas informações condizem com a realidade observada?

A₁ - Não, pois assim teríamos entrando num só minuto centenas de pratos. O que não é verdade.

A₁ - [...] com esse gráfico no momento tal a gente tem, tipo, 300 pratos e um segundo depois tem 299 e não é isso, a gente tem que ter um subtotal a cada momento...

A₂ - E se somássemos tudo isso, ultrapassaria em muito o total de pratos que contamos.

Pesquisador - Do jeito que os dados estão dispostos, vocês acham que podemos unir os pontos dessa curva?

Grupo - Não.

Pesquisador - Por quê?

A₂ - Porque não pode! Porque vai passar uma informação que não é real...

A₁ - Porque daria idéia de que a cada ponto da curva, tipo assim, teria um valor correspondente, e a gente viu que não é isso.

Esse momento propiciou uma breve revista sobre conceitos de funções com variáveis contínuas e discretas. Há, por parte da maioria dos estudantes, o impulso de sempre unir os pontos plotados num gráfico, sem refletir que tipo de informação está sendo gerado a partir do uso desse recurso. Se mal representado, pode-se transmitir informações equivocadas a respeito da realidade investigada.

A modelagem matemática oportuniza momentos mágicos ao aprendizado. Cria momentos em que o canal da compreensão se abre de maneira ímpar e ocorre uma interação entre professor e aluno, numa comunicação verdadeira na qual se percebe que o conceito discutido é realmente apreendido. Há alguns aspectos que corroboram para isso: (a) a motivação gerada pelo comprometimento do grupo e pela sugestão do tema ter partido deles mesmos; (b) o desejo de compreender de fato a situação posta em questão; (c) o fato de encarar o professor como um parceiro na busca por uma resposta para um problema relevante para o grupo.

Discutimos, com o grupo, a necessidade e a importância de sabermos transformar os dados coletados da realidade em informações. Skovsmose (2001) chama isso de “rearranjo dos dados da realidade”, necessário num processo de modelação e com isso corremos o risco de “interferir” na verdade dos fatos, por imperícia, ou até mesmo o uso da má fé na interpretação dos dados. Por este motivo se faz necessária reflexão para uma análise criteriosa, aliada ao conhecimento matemático, para dar parâmetros confiáveis nesse rearranjo das informações advindas da realidade.

Ficou evidente para o grupo a necessidade de reorganizarmos os dados a fim de que pudessem traduzir melhor a realidade dos fatos observados por meio de uma função que relacionasse as variáveis envolvidas: o tempo e os pratos devolvidos ao lambe. Sugerimos que pensassem no fato dos pratos estarem se acumulando. Depois de algumas reflexões e tentativas, conversas entre os elementos do grupo e sugestões do professor, captaram a

idéia e reorganizaram os dados conforme a tabela a seguir.

Tabela 2 - Contém a informações reorganizadas em dados pelo grupo sobre o acúmulo de entrada dos pratos no lambe

p_n Quantidade de pratos registrados a cada intervalo de dez minutos	$\Delta p = p_{n+1} - p_n$	Δp em relação à p dado por $\frac{\Delta p}{p}$
57		
156	99	1,736842105
286	130	0,833333333
462	176	0,615384615
640	178	0,385281385
1175	535	0,8359375

Com os dados da tabela acima o grupo gerou a curva de tendência no Curve Expert 1.3 a seguir:

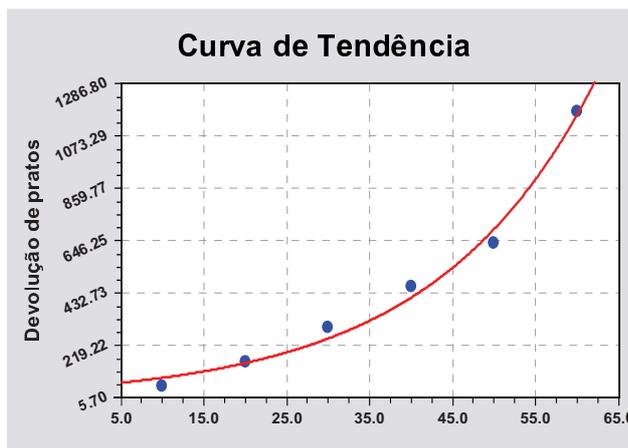


Figura 2 – Curva de tendência dos dados sobre o acúmulo de pratos no lambe

Tão logo surgiu a nova curva de tendência já faziam relação entre o que viam na realidade e o que os dados dispostos no gráfico revelavam, já formalizando algumas hipóteses:

- (1) A curva começou é...ela começou simples assim bem tranqüila e.. já perto do fim o movimento lá foi muito grande. (A_3)
- (2) É uma função que trabalha com dados acumulativos [...] isso vai gerando uma curva e ela vai se acentuando conforme o acúmulo. (A_4)
- (3) No primeiro sinal ali ele deixou bem claro que vêm poucos pratos, no segundo sinal eles entregavam um monte e no terceiro sinal explodia, por que era muito. (A_4)

A partir daí o grupo trabalhou na dedução do modelo matemático que representasse

aquela realidade estudada, para isto manipularam os dados que tinham. Como já haviam feito uma atividade anterior na classe em ação conjunta com o professor, já tinham noção de como proceder na dedução.

A tabela a seguir (3) revela que o crescimento da variação do número de pratos era crescente em relação ao tempo.

Tabela 3 - Crescimento de Δp em relação a p

Índice	Tempo (min)	Total de pratos acumulados
1	10	57
2	20	156
3	30	286
4	40	462
5	50	640
6	60	1175

Observando os dados, conclui-se que o crescimento de Δp é aproximadamente proporcional a p . Com isso, passamos à obtenção do modelo matemático desejado. Assumindo a hipótese de que Δp é proporcional a p , concluímos que podemos representar esta proporcionalidade pela relação $\Delta p = kp$, ou ainda $p_{n+1} - p_n = kp_n$. Temos, portanto, $p_{n+1} = kp_n + p_n$.

Atribuindo valores inteiros a n , temos:

- Para $n = 0$, $p_1 = p_0(k + 1)$
- Para $n = 1$, $p_2 = p_0(k + 1)^2$
- Para $n = 2$, $p_3 = p_0(k + 1)^3$

Para $n = t$, temos:

$$p_n = p_0(k + 1)^n.$$

Retomando os dados da realidade, descritos na tabela 2, e a partir de dois pares de valores (p, i) , organizamos um sistema de duas variáveis:

$$\begin{cases} 286 = p(0)(1 + k)^3 \\ 1175 = p(0)(1 + k)^6 \end{cases}$$

A resolução do sistema forneceu $k = 0,6$ e $p(0) = 69,9$. O modelo procurado pode ser definido pela expressão:

$$P_n = 69,9.(1,6)^n$$

A validação foi feita com auxílio da planilha de cálculos do Excel, revelando uma margem de erro significativa para alguns resultados, pois consideramos apenas dois pontos da tabela e optamos por não fazermos médias sucessivas entre os valores considerados, devido a alguma dificuldade com o tempo.

Ao contrastarmos os gráficos I, obtido pelos dados da realidade e o gráfico II, obtido a partir do modelo, na figura 3, o grupo fez algumas ponderações interessantes, dentre elas apresentaram o último segmento da curva em destaque para representar o momento crítico – entre o segundo e o terceiro sinal – em que ocorre o acúmulo excessivo dos pratos no lambe.

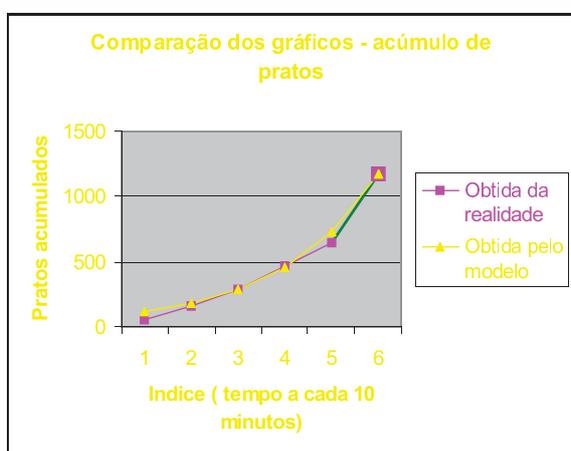


Figura 3 – Comparação dos gráficos de acúmulo no lambe: obtido pela realidade e o obtido pelo modelo

Levantamos algumas questões sobre o porquê do acúmulo excessivo de pratos buscando perceber se a interpretação matemática que fizemos da situação poderia ajudar na melhor compreensão do problema.

Pesquisador - Que tipo de relação você observa entre gráfico e a entrada de pratos ali no lambe?
O gráfico, ele deixou bem claro né. Que o pessoal realmente, eles comem e eles ficam ali conversando, não é porque demora pra comer. Realmente eles comem e ficam ali e os pratos ficam na mesa. Como bateu o segundo sinal, como mostra o gráfico, que quando é a retirada dos alimentos e por isso não tem mais como tirar os alimentos. Aí sim que os alunos assim, tipo se tocam sabe?
Parece que acordam assim. Levantam da mesa e levam os pratos. Por isso que dá esse horário de pico.
Poucas pessoas, assim que terminam de comer, que levam o prato.

Então pude perceber o seguinte é... isso é em questão da mente das pessoas. Todo mundo senta e conversa. Fica lá conversando, conversando e só vai levar o prato na hora que acaba a janta. Entendeu? Por isso que existe acúmulo. É por isso que essa curva ta acentuada no final. [...] No nosso caso, ela tinha uma curva bem acentuada por causa do acúmulo excessivo dos pratos ao final da janta (A₂, 2004).

Percebemos que os estudantes conseguem relacionar o registro gráfico com o que ocorre no ambiente real durante o processo de devolução dos pratos ao lambe. Essa correlação denota compreensão do conteúdo por meio de uma aplicação prática.

Ambos destacam o momento de pico – foco do problema – e formulam uma provável explicação para o fato. Concluem que o problema está pautado no comportamento dos estudantes que se distraem, conversando excessivamente durante as refeições e, involuntariamente, não se dão conta de provocarem uma sobrecarga de trabalho aos seus colegas que recepcionam os pratos no lambe. Parece ser um problema comportamental.

Pesquisador - Alguma coisa que te surpreendeu ao fazer o trabalho, alguma descoberta, alguma coisa que te chamou muita atenção?
Assim é... no caso.... A gente sabia que esse horário de pico existia, mas eu não sabia que tinha um gráfico. Que tinha tipo, alguma coisa que mostrasse, que provasse que isso realmente é verdade né, e... foi aí que eu aprendi. (A₁, 2004)
A gente conseguiu justificar isso matematicamente. Então isso foi surpreendente por que a gente pensou assim: essa situação é totalmente fora do normal. Então a gente esperava que não houvesse uma explicação matemática, mas havia (A₂, 2004).

Mais uma vez os estudantes citam o fato de uma situação da realidade ser representada por ferramentas matemáticas. A modelagem matemática favorece essa percepção de forma marcante, impondo uma importante distinção entre dados ‘artificiais’ ou simplesmente ‘prontos’, que costumeiramente encontramos nos manuais didáticos, e aqueles que são verdadeiramente construídos durante um processo no qual o estudante participa ativamente. Isto é “o verdadeiro espírito da matemática” segundo D’Ambrosio (1986, p. 44).

Ressaltamos a motivação e o comprometimento do grupo em pesquisar

dados de sua realidade, em investigar os detalhes que achavam relevantes para o trabalho e até mesmo de irem além do esperado na busca de informações de outros colégios que possuem regime semelhante ao que estudam e que também oferecem refeições a seus alunos internos. Parece que o tema cativou sua atenção e estavam dispostos a ir além.

A gente também escolheu esse tema porque assim a gente percebeu que, mais no exterior assim né... No Brasil também... Mas no exterior é mais... Que as pessoas é os restaurantes chiques, grandes, eles tão se preocupando não só com o gosto da comida né, com o aroma, [...] eles tão preocupados também com os pratos. É uma grande preocupação, porque não adianta nada você com todo esse cuidado né, sendo que os pratos não são bem cuidados. Às vezes, como é muito prato, ali no nosso caso, é muito prato, é super normal, por exemplo, a gente deixar alguns pratos sujos, porque é muito prato pra lavar e a gente lava um por vez, depois coloca tudo na máquina, e vai secando com o pano de prato pra que não venha molhado do refeitório. Então seria... É normal, mas a gente procura fazer tipo... o mais perfeito possível né? Então é... Muitas vezes é isso... Quando as pessoas chegam ali na porta elas entram e às vezes elas vem algum arroz no prato... Água né... Ou às vezes algum... Qualquer coisa. O prato esteja sujo né... A primeira coisa que eles fazem é apontar né? No caso é pra cozinha onde a gente trabalha. Então, sem falar que é uma preocupação muito grande também. Isso me incomoda bastante, o fato das pessoas me encontrarem e me falarem dos pratos (A₁, 2004).

Um outro aspecto que chamou-nos atenção foi a maneira como se mobilizaram para a coleta de dados, as atribuições de tarefas no grupo e a disposição com que se empenharam.

Passamos a noite, a madrugada trabalhando. Terminando o trabalho e assim com esse trabalho a gente aprendeu [...] foi muito bom pra mim por que eu percebi que eu posso, que eu sou capaz de ficar até altas horas da noite... Perder horas de sono num trabalho de matemática, que é uma matéria que eu não me dou muito bem. (A₁, 2004)

A modelagem matemática traz em si a virtude de provocar nos estudantes a necessidade de desenvolverem estratégias próprias que possibilitem a resolução do desafio a que se propuseram. Vivenciaram o processo de serem sujeitos na busca de um meio de fazer a transição entre linguagens, isto é, transformaram as informações obtidas da realidade em dados que receberam um

tratamento matemático, geraram um modelo satisfatório.

Perguntamos se a investigação que fizeram ajudou a enxergarem alguma saída para o problema do acúmulo de pratos. Percebemos que as sugestões eram plausíveis e que haviam sido ponderadas, mesmo não sendo exigência do trabalho.

Ah, sim! A gente pensou muitas vezes, assim, em aumentar o lambe, mas ia ser inviável por que não há necessidade. A gente pensou na restrição do número de pratos, mas ia ser impossível, também não se pode fazer isso afinal não tem como comer com um, no máximo dois pratos. A gente pensou em várias possibilidades. Mas viável sim, é a conscientização. As outras acabam sendo muito mais inviáveis do que essa. Entendeu? (A₂, 2004)

O tamanho do lambe é bom, para o tanto de alunos que trabalham ali dentro ali é bom, mas se aumentasse muito o número de alunos, então, primeiro eu aumentaria o lambe, colocaria mais lambistas e colocaria pessoas, monitores no refeitório mesmo pra que conforme as pessoas iam terminando de comer, levassem os pratos logo (A₁, 2004).

Constatamos que o desenrolar da atividade de modelagem fez com que o grupo se solidarizasse com o problema e estudasse possibilidades para a solução do mesmo. Esta experiência revela a construção de uma cidadania consciente na medida em que estimula um modo crítico de raciocínio para ajudar na análise do mundo em que vivemos. Como Freire argumenta: o indivíduo ao conhecer, tende a se mobilizar na tentativa de transformar sua realidade.

Perguntamos se o estudo que fizeram sobre aquela realidade havia provocado alguma mudança de comportamento em algum elemento do grupo a fim de verificar se, de fato, a investigação e a compreensão de um fenômeno pode nos motivar à ação.

Ah sim, boa parte do grupo comprou a idéia. Eu não sei dizer certo por que não sento com eles. No caso, eu sento em outra mesa é..o pessoal do grupo senta bem espalhado sabe mas.. pelo menos o que senta na minha mesa e eu a gente adotou a idéia. (A₂, 2004).¹

Ressaltamos a importância dos estudantes vivenciarem a cidadania em seu ambiente

¹ A ideia a que se refere o entrevistado é de levar o prato imediatamente após o término da refeição, mesmo que retorne para conversar um pouco mais.

escolar como um preparo para vivenciá-la de forma efetiva, fora dos limites escolares. A transformação na atitude de alguns revela que a informação que leva à reflexão possui uma força motivadora para a mudança de comportamento. É o compromisso com a mudança e a renúncia ao simples papel de espectador, observado por Freire.

Indagamos a respeito do modelo matemático encontrado. Se era satisfatório para explicar o que se passava e se podia ser tomado como base para futuros estudos como a necessidade de ampliação do refeitório e outras mudanças mais, que se fizessem necessárias.

Com esses dados a gente podia fazer uma previsão de quantos pratos seriam gastos, de.. se o acúmulo ia ser maior, ou não, aí assim, vamos supor se tivesse de aumentar pra 800 pessoas, esse numero ia aumentar por volta de uns 500 pratos entendeu? E... se gerasse um acúmulo maior, ia precisar aumentar o lambe, ia precisar muita coisa. Então a gente pensa assim: vamos supor o gerente quer aumentar a capacidade do refeitório, o refeitório vai entrar em reforma, agora no fim do ano, e... se a gente fosse aumentar o refeitório esses dados seriam muito importantes pra isso (A₂, 2004).

A fala revela a compreensão de que o conhecimento matemático pode ser um aliado no planejamento estratégico para proporcionar a qualidade no serviço. Tal percepção da utilidade do conteúdo matemático aplicado à prática, posto que foi experimentado, vivenciado e validado de forma convincente é marca registrada da modelagem matemática.

Acreditamos que essa atividade proporcionou uma experiência bastante rica aos estudantes. Ao se mobilizarem em prol da superação de um desafio comum, geraram-se muitos ganhos para o grupo, não somente no fortalecimento de seu aprendizado bem como nas relações de companheirismo e exercício da cidadania.

Considerações finais

Ao longo do desenvolvimento da atividade proposta, procuramos observar se a disciplina de matemática pode contribuir no processo de formação cidadã. Muito embora tenhamos consciência de que a extensão da pesquisa não permitiria obter resultados passíveis de generalização, é importante ressaltar que, no

caso dos sujeitos pesquisados, os resultados obtidos testemunham positivamente sobre o grande potencial que há na modelagem matemática em promover espaços próprios para a reflexão com vistas à construção de uma cidadania consciente.

Observamos positivos ganhos ao aprendizado do conteúdo, pois além da aplicação a partir de uma situação real, propicia aos estudantes agirem como atores na construção de seu conhecimento, posto que transforma o conhecimento matemático em algo dinâmico, no sentido de que o estudante vai em busca de caminhos ou métodos próprios para compreensão e investigação do problema em questão. D'Ambrosio (1986) ressalta a importância de se mudar a ênfase do "conteúdo e da quantidade" e desviá-la para uma metodologia que desenvolva atitude, capacidade de matematizar situações reais, criar teorias adequadas para situações diversas, que permitam o recolhimento de informações, onde elas estão, a fim de promover a formação cidadã. Constatamos uma significativa contribuição à formação cidadã, pois tende a fomentar a participação ativa, oportunizar a vivência de cidadania no ambiente escolar à medida que se envolve com problemas reais, busca compreendê-los e, não raras vezes, compromete-se em transformar sua realidade. Fato observado no desenvolvimento dessa atividade, pois ao perguntarmos a um componente do grupo que investigou o problema do acúmulo de pratos se adotou a sugestão que apresentou no trabalho para solucionar o problema, respondeu: *pelo menos o que senta na minha mesa e eu adotamos a idéia.*

Remetemos à citação de Skovsmose (2001) na qual argumenta sobre a importância de dar ao estudante papel ativo no processo educacional - o que chama de nível micro - com a meta de ajudá-lo a preparar-se para assumir seu papel no nível macro (sociedade). Isto corrobora com nossa crença no fato de que se conseguimos o real envolvimento dos estudantes numa situação problema, a qual exija novas descobertas, que levem ao questionamento, ao compartilhamento de idéias, estimule a formulação de hipóteses na busca de melhor compreensão ou solução e, por fim, culmine numa tomada de decisões, acreditamos que isso é vivenciar cidadania.

Há consenso entre diversos educadores matemáticos de que as aprendizagens colaterais, como de formação de atitudes permanentes, o gosto pela pesquisa, o despertar o interesse em assuntos sociais, a reflexão sobre o problema e o compartilhamento de idéias, podem ser, muitas vezes, mais importantes do que o próprio conteúdo em si. Essas são atitudes que irão contar fundamentalmente no futuro. A mais importante atitude a ser formada é a do desejo de continuar a aprender.

Verificamos, enfim, que o ensino da Matemática por meio da modelagem é um método bastante rico que pode gerar outros benefícios para o indivíduo que transcendem os muros escolares, contribuindo para que se torne mais consciente de seu papel social, amplie sua visão de mundo, promova a transição gradual de uma consciência ingênua para uma consciência crítica na medida em que se envolve com questões pertinentes à sua realidade.

Referências

ALARCÃO, I. Escola reflexiva e nova racionalidade. In: ALARCÃO, I. (Org.). **Escola reflexiva e nova racionalidade**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BARBOSA, J.C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese de Doutorado em Educação Matemática, UNESP: Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R.C. Modelagem matemática. **Dynamus**, Blumenau, v. 1, n. 7, p. 55-83, abr./jun. 1994.

BÉAL, Y. **Cidadão no saber e/ou cidadão no mundo**. GFEN: Groupe français d'éducation nouvelle. Construire ses savoirs. Construire sa citoyenneté. De l'école à la cite. Lyon : Chronique sociale, 1996.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, ano 8, nº 9/10, p. 49 – 57, abr. 2001.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem**. Tese de Doutorado em Educação na área de Psicologia Educacional, UNICAMP, Campinas, 1992.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**. Reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Ed. Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

IMENES, L.M.P.; LELLIS, M. O ensino de matemática e a formação do cidadão. **Temas e Debates**, Blumenau, n. 5, p.9-13, out. 1994.

MATOS, J. F. Educação, matemática e sociedade. **Revista Educação e Matemática**, nº 60, nov./dez. 2000.

MÉDIONI, M. A. **Saberes e cidadania na periferia**. GFEN:Groupe français d'éducation nouvelle.Construire ses savoirs. Construire sa citoyenneté. De l'école à la cite. Lyon : Chronique sociale, 1996.

ROCHA, I. C. B. Formação para a exclusão ou para a cidadania? **Educação Matemática em Revista**, ano 8, nº 9/10, p. 22–31, abr. 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica – a questão da democracia**. São Paulo: Papyrus, 2001.

