

Psicologia e Educação Matemática

Márcia Regina Ferreira de Brito*

A pergunta inicial do presente trabalho é a seguinte: a Psicologia Educacional é (ou está) bem contextualizada para todas as pessoas envolvidas na área de Educação Matemática ?

É uma questão de difícil resposta, mas atrevo-me a afirmar que não. Embora seja considerada por alguns autores como um dos pilares de sustentação da Educação Matemática, juntamente com a própria Matemática, a Sociologia e a Filosofia, a Psicologia Educacional, a "segunda maior influência na pesquisa em Educação Matemática" (Kilpatrick, 1992), não é bastante clara e bem contextualizada para uma grande parcela dos pesquisadores na área. Convém ressaltar aqui que a Educação Matemática não é uma área restrita aos matemáticos. Concorrem a ela pesquisadores de diversas formações, com diferentes "backgrounds", o que de forma nenhuma aumenta o grau de clareza das "parcelas" que competem a cada um. Muitas vezes parece que a Educação Matemática assume a fórmula de um "camaleão acadêmico" análogo ao explicitado por Ball (1984). Algumas vezes, os elementos componentes da área assumem uma configuração clara e bem definida e, em outras vezes, alteram sua configuração, escondendo-se, tornando-se um fenômeno difícil de ser visualizado.

É objetivo deste artigo contribuir para a discussão do papel, da relevância e da importância da Psicologia Educacional na compreensão da Educação Matemática e no melhor entendimento dos problemas de pesquisa tratados pela área.

Para levar a cabo esta proposta é necessário retornar às origens da Psicologia e da Psicologia Educacional, de forma a termos um panorama de como acabou se configurando a Psicologia Educacional e qual contribuição podemos esperar dessa disciplina para o avanço da Educação Matemática.

* Docente do Departamento de Psicologia Educacional da Faculdade de Educação da UNICAMP.

A contribuição que posso dar à discussão do tema "Psicologia e Educação Matemática" é tentar contextualizar o papel, a importância e a relevância da Psicologia Educacional no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tentando recuperar a Psicologia Educacional, não como uma disciplina nova, mas como uma parte integrante da Filosofia e que já estava presente nos trabalhos dos grandes filósofos (Glover e Ronning, 1987). Trabalhos que tratam da Psicologia como fundamento da Educação Matemática tendem muitas vezes a considerar a Psicologia apenas em um de seus aspectos ou então apenas a partir da última década do século passado quando a Psicologia emerge como uma disciplina independente da Filosofia, adotando, para atingir esse status, o método das ciências físicas e naturais, ao abordar os problemas de pesquisa (Brito, 1984).

Será discutida, no texto, não a Psicologia em seu sentido amplo e que inclui a Psicologia Social, Industrial, Clínica etc., mas apenas a Psicologia Educacional, que serve como fundamento da Educação Matemática e é um de seus sustentáculos. A Psicologia Educacional deve ser entendida como uma disciplina que ultrapassa a definição mais conhecida de "aplicação dos ramos da Psicologia à Educação". Embora o texto de Kilpatrick (1992) sobre a história da pesquisa em Educação Matemática faça referências tanto à Psicologia como à Psicologia Educacional, seguramente refere-se a esta última quando trata das influências na Educação Matemática, afirmando que, desde o surgimento da Psicologia Educacional a Matemática já era utilizada nas investigações sobre a aprendizagem.

A psicologia educacional e seus antecedentes históricos

A Psicologia Educacional tem, como as demais disciplinas, suas raízes plantadas na Filosofia e podemos nela encontrar os que viriam a ser os temas centrais da disciplina nos trabalhos de Sócrates, Aristóteles, Bacon, Descartes etc. (Böring, 1950; Charles, 1987).

Mas, onde mais claramente se manifestam por vez primeira as questões relacionadas à Psicologia Educacional, é no trabalho de Juan de Vives (1492-1540), particularmente em "De Anima et Vita" (1538) e "De Tradendis Disciplinis" (1591). Nestas obras estão presentes elementos como a observação direta da natureza, memória, associação de

idéias e aplicações da Psicologia ao ensino, sendo que estes mesmos temas foram tratados como fundamentais 550 anos depois de Vives, quando a Psicologia emerge como uma disciplina independente da Filosofia. Muitos destes temas tratados por Vives permanecem atuais até hoje (Watson, 1915; Charles, 1987), uma vez que ele:

1. recomendava que, no ensino de um conteúdo, os fatos devem ser arranjados ordenadamente, de forma a possibilitar a retenção desse conteúdo na memória;
2. enfatizava a prática e o exercício. Por exemplo: dizer ou ler o conteúdo a ser aprendido em voz alta ou escrevê-lo;
3. afirmava que o interesse era absolutamente indispensável na aquisição de um novo conteúdo;
4. enfatizava o conhecimento prático, referindo-se a ele como uma preparação para se obter excelentes princípios de comportamento;
5. recomendava que o ensino fosse ajustado às diferenças individuais e deveria ser dada considerável atenção aos problemas de ensino das crianças deficientes;
6. sugeria que as aprendizagens básicas dependem da atividade individual;
7. recomendava que os estudantes fossem avaliados em termos de suas capacidades e não em comparação com outros estudantes.

Vemos, assim, que após mais de 450 anos de estudos e discussões sobre a Psicologia Educacional, alguns dos princípios norteadores propostos por Vives continuam vivos e atuais. Hoje existe uma insistência em que os conteúdos sejam sistematizados de forma ordenada e são propostas taxonomias sobre vários tipos de conteúdo (Gagné, 1963), o que coincide com o primeiro princípio proposto por Juan de Vives. O segundo princípio aparece claramente em Thorndike e Gates (1913) quando se referem ao exercício como uma condição necessária, mas não suficiente, da aprendizagem. Além da prática, coloca como condições para a aprendizagem: a prontidão, o efeito e a

necessidade de um motivo, ressaltando que a prática é útil porque o aluno não repete exatamente da mesma forma que aprendeu.

Convém ainda destacar que os aspectos relativos ao interesse, conhecimento prático, diferenças individuais e avaliação não comparativa entre crianças são temas atualíssimos e defendidos por uma grande parcela de educadores. Além dos trabalhos de Vives, encontramos também em trabalhos de outros autores aqueles que viriam a ser os temas fundamentais da Psicologia Educacional. Dentre eles Johann Pestalozzi (1746-1827), que centrou seus estudos muito mais na criança que no conteúdo e no papel da observação da aprendizagem (Cole, 1966) e Johann Herbart (1776-1841), cujos temas principais foram o interesse e a percepção, sendo que a união destes dois elementos formam a base da teoria dos passos formais, que continuava atual no início do século XX, sendo que seu livro "Outlines of Educational Doctrines", foi traduzido e publicado nos Estados Unidos em 1901 e republicado em 1904, 1909 e 1913 (Charles, 1987), seguramente devido ao interesse que a obra despertava.

No final do século passado e início do presente século, a Psicologia foi, gradativamente, adquirindo status como ciência independente da Filosofia, e esse desenvolvimento é profundamente vinculado à Física e à Psicologia, através dos trabalhos de Gustav Fechner (1801-1887) e de Hermann Von Helmholtz (1821-1891), cujos métodos de pesquisa eram vinculados às ciências físicas e naturais e, conseqüentemente, só poderiam envolver a nova ciência com o método experimental, transportado do estudo dos fenômenos naturais para o estudo do fenômeno humano, sem as devidas correções.

Entretanto, quem sistematizou a nova ciência (e nos referimos aqui à Psicologia e não à Psicologia Educacional) foi Wilhelm Wundt (1832-1920), alemão, que fundou o primeiro laboratório de Psicologia Experimental em Leipzig, no ano de 1879, e cujo texto "Principles of Physiological Psychology (1904, prefácio de 1874) lançou as bases do que seria a nova ciência - Psicologia - e qual seria o método mais adequado a ela. Logo, Wundt começa a atrair estudantes norte-americanos que se dirigiam à Alemanha mais interessados em conhecer o novo método de pesquisa em laboratório que propriamente os trabalhos sobre percepção, tempo de reação, atenção etc., e é este fato que vai ter o maior impacto na Psicologia que surge nos Estados Unidos.

Entre os alunos de Wundt, destacam-se os fundadores da Psicologia norte americana, dentre eles G. Stanley Hall (Clark), J. Mackeen Cattell (Columbia), Edward Scripture (Yale), Lightner Witmer (Pennsylvania) e Charles Judd (Chicago).

Estes alunos de Wundt dispersaram-se pelo país e, embora a preocupação primeira preconizada por Wundt fosse com a "mente-como-conteúdo", seus seguidores passaram a estudar a "mente em ação", usando o método preconizado pela nova ciência. A recuperação dos trabalhos de Wundt como fundamentos da Psicologia Cognitiva é mostrada por Blumenthal (1978) e Di Vesta (1987).

Outra grande influência na Psicologia americana foi o britânico Francis Galton (1822-1911) que, influenciado pelos trabalhos sobre evolução desenvolvidos por seu primo Charles Darwin, publicou em 1869 o livro "Hereditary Genius" (1869) onde desenvolvia suas idéias sobre as habilidades humanas e sobre a hereditariedade da inteligência humana. A maior contribuição de Galton foi o estudo da herança dos traços psicológicos em seres humanos, além do desenvolvimento de modelo estatístico para o trabalho com dados sobre inteligência. Além disso, Galton influenciou diretamente seu discípulo J. Mackeen Cattell, que foi professor de Edward Lee Thorndike, aquele que viria a se tornar o maior produtor de pesquisa em habilidades e avaliação estatística de dados, compondo juntamente com Brownell e Judd (aluno de Wundt), as grandes influências da Psicologia Educacional na Educação Matemática.

Ainda no século dezenove começam a surgir, com diferentes formas e nomes, em escolas que formam professores, cursos relacionados à chamada "ciência da mente" ou do intelecto, pois este é um tema diretamente relacionado à Educação, por tratar da formação do pensamento e, assim, com este conceito a Psicologia começa a entrar no currículo de formação de professores. De acordo com Charles (1987), o primeiro curso de Psicologia Educacional dado nos Estados Unidos foi em 1839 e era chamado de "Filosofia Mental", tendo sido ministrado em Lexington, Massachusetts. Em seguida a esse, aparecem cursos em Psicologia Educacional nos currículos de formação de professores, nos seguintes locais:

1863 - New York Normal School - Estudo da Criança

- 1866 - Normal Department - Iowa University - Filosofia Mental
- 1869 - University of Missouri - Filosofia Mental
- 1870 - Massachusetts Normal School - Psicologia
- 1886 - Department of Pedagogy (Indiana) - Psicologia Aplicada
- 1886 - University of North Carolina - Métodos de Cultura
- 1893 - University of Minnesota - Desenvolvimento da Mente Infantil

Com relação aos livros textos, o primeiro a usar o título e o termo *Psicologia Educacional* foi o texto de L. Hopkins, publicado em 1886. Seguem-se a este *Education as Science* de Bain (1884), o texto de Claparède, *Experimental Pedagogy and the Psychology of the Child* (1905,1911); *Elementary Psychology and Education* de Baldwin (1891) e *Psychology in the Schoolroom* de Dexter e Garlick (1908).

Poder-se-ia perguntar qual a relação que haveria entre a história dessa Psicologia Educacional e a Educação Matemática, argumentando que disciplinas tão distintas como a Psicologia Educacional e a Matemática não possuem pontos em comum, mas é a inclusão da nova disciplina nos currículos de formação de professores (principalmente para as séries iniciais) que vai contribuir para essa aproximação, lembrando aqui que a Psicologia Educacional emergia como uma disciplina da mente e ligada à pesquisa sobre temas relacionados à Educação e desenvolvidos sob a metodologia proposta por Wundt.

O início do presente século mostra uma configuração interessante para a Psicologia Educacional norte americana, pois a grande maioria dos primeiros estudiosos da Psicologia haviam passado por estágios com Wundt e, no retorno, formavam grupos em diferentes pontos do país e a nova disciplina emerge a partir deste contexto.

Dentre os pioneiros da nova disciplina encontram-se ainda William James (1842-1910) que ensinou e escreveu para professores; G. Stanley Hall (1846-1924) cuja preocupação central era o desenvolvimento infantil e James Mackeen Cattell (1860-1944), além dos funcionalistas John Dewey (1859-1952), com a idéia da educação progressiva; James R. Angell (1869-1949), Robert S. Woodworth

(1869-1962) e Edward L. Thorndike (1847-1949), quem definiu e sistematizou a pesquisa na área de Psicologia Educacional.

Woodworth, como aponta Charles (1987), não foi um funcionalista no sentido estrito, mas trabalhou com Thorndike em Columbia nos estudos sobre transferência de treino e através do ensino de novos alunos ajudou a delimitar a Psicologia Educacional. Vale lembrar que o Prof. Joel Martins, um pioneiro da Psicologia Educacional no Brasil, foi aluno e orientado de Woodworth, quando realizava seu Doutorado nos Estados Unidos.

Sem dúvida, a maior influência na Psicologia Educacional da época coube a Edward L. Thorndike que, junto a outros pesquisadores da época, trabalhando no Teacher's College (Columbia University), criado em 1887, pesquisaram e ensinaram, durante mais de quatro décadas, tornando essa escola o principal centro de formação de professores e instrução de alunos. É interessante notar que a "International Commission on the Teaching of Mathematics", formada em 1908, em Roma, durante o 4º Congresso Internacional de Matemáticos, havia sido proposta em 1905 por David Eugene Smith, professor deste mesmo Teacher's College. Ele considerava importante um estudo internacional que mostrasse a situação real do ensino de Matemática (Kilpatrick, 1992), e esse estudo parece ser o marco inicial da cooperação entre matemáticos e educadores matemáticos, para descrever e obter dados sobre o ensino de Matemática em diferentes países. Como assinala Charles (1987), os trabalhos da Escola de Professores de Columbia foram de importância fundamental não só para o desenvolvimento da Psicologia Educacional mas também para uma melhor compreensão do processo de pensamento e a necessidade de tornar o ensino situado para o aluno.

Embora não seja a questão central do presente trabalho, é interessante notar como são interpretados hoje, 80 anos depois, os primeiros trabalhos de Psicologia Educacional, principalmente aqueles desenvolvidos por Thorndike. Escritos sobre Thorndike (Böring, 1950; Charles, 1987) mostram que era um autor tremendamente produtivo deixando, ao morrer, mais de 400 escritos. Assim, a obra de Thorndike não pode ser analisada apenas a partir de uma produção, mas sim no seu conjunto, pois somente assim mostra-se a contribuição que esta trouxe à Educação em geral e à Educação Matemática em particular (para uma melhor compreensão destes aspectos e das disputas acadêmicas que

estavam presentes à época, ver Kratochwill e Bijou, 1987 e Di Vesta, 1987). Mas, apesar das críticas aos trabalhos de Thorndike, muitos educadores usam os mesmos princípios e regras propostos por ele, e alguns, com novas roupagens, são os que mais atraem os educadores nos dias de hoje. Para exemplificar este aspecto basta abrirmos a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática de 1º grau do Estado de São Paulo (p.102), onde encontramos uma sugestão para o ensino da área do paralelogramo. A mesma sugestão, usando a noção de transposição, encontra-se no cap. XII do livro *Uma Nova Metodologia da Aritmética* (Thorndike, 1922), que foi usado pelas normalistas do Estado de São Paulo na década de 40.

A contraposição feita no livro de Thorndike é entre o novo método que estava sendo proposto por ele e o que ele chamava de "velho método" (referindo-se aqui ao ensino formal desvinculado da realidade e da prática que estava presente nas escolas básicas, pois o texto refere-se ao ensino de Aritmética nas séries iniciais, da mesma forma que os trabalhos de Brownell em décadas posteriores). Alguns trechos abaixo, retirados de dois livros seus (Thorndike, 1922 e Thorndike e Gates, 1936), mostram como algumas destas idéias continuam presentes nas propostas atuais de ensino:

"Os velhos métodos ensinavam a aritmética pela própria aritmética, sem consideração às necessidades da vida. Os novos métodos põem em relevo os processos que a vida exige e os problemas que ela oferece" (*A Nova Metodologia da Aritmética*, p. 9).

"Os velhos métodos punham grande fé na mera repetição das conexões - isto é, na mera repetição - para a aquisição de conhecimentos, de hábitos e desembaraço, em aritmética ... Aprender de forma apropriada significa, aqui, aprendida em relação com os fatos já conhecidos e pronta a relacionar-se com o novo fato a aprender ...

O tempo gasto em entender os fatos e refletir sobre eles é tempo duplamente economizado, pela mais fácil memorização que daí decorre. Quase todos os conhecimentos de aritmética deveriam ser tratados como um sistema de fatos organizados e inter-relacionados" (pp. 78-79).

Além destas afirmações, encontramos ainda exemplos que continuam em uso até hoje, como o conceito de transposição usado para o ensino da área do paralelogramo (Thorndike, 1922; Wertheimer, 1959).

Thorndike, sugere que o ensino da área do paralelogramo deve ser precedido de experiências como a de recortar retângulos em papel quadriculado e encontrar a área dos mesmos para, somente em seguida, mostrar como se dá a transposição de uma figura para outra.

A colocação de Thorndike é semelhante à de Wertheimer (1959), que propõe a "aprendizagem por entendimento" na qual o estudante é encorajado a descobrir que, traçando um triângulo na lateral do paralelogramo e recortando-o, obterá o mesmo triângulo que falta para o outro lado. A compreensão desta transposição de partes se dá quando o estudante compreende a relação estrutural entre o paralelogramo e o retângulo e vice-versa.

Tanto Thorndike como Wertheimer, embora com concepções teóricas diferentes, enfatizavam a importância da transferência para a aprendizagem de um novo conteúdo, assim como para a retenção desse novo material.

Estes aspectos servem para enfatizar a necessidade de o leitor interessado em Educação Matemática familiarizar-se também com a evolução da Psicologia Educacional, com os pontos onde ela se aproxima da Matemática e, principalmente, compreender esta disciplina situada em um contexto diferente do atual. Para o leitor interessado em compreender essas primeiras relações é imprescindível a leitura do livro de Bidwell e Clason (1970) que mostra a evolução da Educação Matemática nos Estados Unidos através de recortes de textos abrangendo autores como Slocomb, W. M. e a 2ª edição de seu texto de 1831, chamado *The American Calculator* ou *A Concise System of Practical Arithmetic* que mostra o "método das regras" usado desde a colonização; Colburn (1825, 1830); William James com *The Principles of Psychology*; Dewey (1895), Speer (1897), Thorndike (1924), Birkhoff e Beatley (1930), Brownell (1935) bem como autores do período pré e pós guerra (1938-1959) dentre eles: Breweckner (1939), Washburne (1939). Mostrando o ensino da Aritmética como uma arte e abrangendo períodos

que vão de 1628 até 1950, mostra também o surgimento das Organizações Nacionais como uma força no desenvolvimento da Educação Matemática, fornecendo um excelente panorama das relações entre a Psicologia e a Educação Matemática.

Uma outra posição teórica, a teoria clássica da Gestalt, que se iniciou na Europa, particularmente na Alemanha, também apresenta relevantes contribuições para a Psicologia Educacional e para a Educação Matemática. A teoria clássica da Gestalt tinha como temas principais as leis da percepção (dentre elas: proximidade, similaridade, relação figura-fundo e a direção correta para a formação das estruturas). Esta teoria surgiu dos trabalhos de Wertheimer, Köhler e Koffka e considerava os fenômenos não como a soma das partes componentes dos mesmos, mas sim como conjuntos que constituem unidades autônomas, com leis próprias.

Como essa nova teoria vai "surgir" nos Estados Unidos e se constituir na base da Psicologia Cognitiva tão em uso nos dias de hoje? Como vai se misturar ao behaviorismo que era a abordagem dominante? Estes aspectos estão muito bem resumidos no livro de Foulquié (1965), quando afirma que:

"É em 1922 que chega ao conhecimento dos psicólogos americanos a existência da nova psicologia: Koffka publica, no *Psychological Bulletin*, "Perception: An Introduction to the Gestalt Theorie" e R. M. Ogden apresenta essa mesma doutrina a seus colegas da American Philosophical Association, em sua reunião de dezembro. Pouco tempo depois, Koffka e Köhler vão, eles próprios, à América, discutir implicações de sua teoria. Em 1929, Köhler faz publicar diretamente em inglês sua "Gestalt Psychology". Enfim, quando, em 1933, o nazismo se apodera do governo na Alemanha, os teóricos da Gestalt, que são judeus, emigram para os Estados Unidos, onde se instalam com sua doutrina. Dois anos mais tarde, Koffka publica em New York seus "Principles of Gestalt Psychology".

A Gestalttheorie conhece, então, a celebridade: as revistas dela se apossam, centenas de "Clinical Workers" a utilizam, em concorrência com a psicanálise, jovens

psicólogos aprendem mesmo a pensar em termos gestaltistas. Mas a implantação pura e simples da Gestalttheorie nos Estados Unidos é um obstáculo à sua assimilação pela psicologia americana: não há intercâmbio possível entre a psicologia americana: aderir àquela é abandonar esta. A Gestalttheorie é uma psicologia alemã no exílio".

A Gestalttheorie, embora tenha passado a fazer parte da Psicologia americana e tenha contribuído para o avanço desta, não perdeu suas características sistemáticas e jamais pode ser confundida com a Psicologia desenvolvida pelos behavioristas e fundada nos princípios do comportamento. Como Psicologia Alemã, ela mantém o caráter sistemático que a Psicologia americana não aceita. Um exemplo disso é "Productive Thinking" de Wertheimer que manteve, durante toda a vida, o eixo central de seu trabalho que é a natureza do pensamento.

Uma outra contribuição da Psicologia da Gestalt e que é de grande relevância para a Educação Matemática diz respeito à solução de problemas. Enquanto a concepção behaviorista afirmava que a solução de problemas ocorria por ensaio e erro e era função dos eventos que se seguiam à resposta, os gestaltistas e particularmente Wertheimer e Köhler preferiam afirmar que a solução só é encontrada quando a situação-problema é vista como um todo e não apenas como a soma de vários elementos que a compõem (Brito, 1977). A ênfase maior recai no entendimento (compreensão) da situação-problema em sua totalidade, e não apenas no uso de regras e fórmulas que o indivíduo reconhece como adequada a este ou àquele problema. Estes aspectos encontram grande ressonância junto aos estudiosos da Matemática, pois é a disciplina, por excelência, ligada à solução de problemas, e este é outro tema, além da aprendizagem dos conceitos da Aritmética, que reúne psicólogos educacionais e matemáticos.

Portanto, nas primeiras décadas do presente século os estudos de Psicologia Educacional referentes à Educação Matemática são mais voltados ao aprendiz e apenas a partir da década de 40 surgem os primeiros estudos sistemáticos referentes ao ensino da disciplina, sendo Brownell e Moser (1949) os pioneiros neste tipo de estudo, que focalizava o ensino e não apenas a aprendizagem de Matemática. Para um aprofundamento sobre as idéias de Brownell e as divergências deste

teórico com as idéias de Thorndike, é indispensável a leitura do texto de Resnick e Ford (1981), particularmente os capítulos referentes à natureza da Psicologia da Matemática e ao exercício e à prática. As autoras mostram que Thorndike e Brownell diferiam no tocante ao que poderia ser aprendido. Para Thorndike, a aprendizagem matemática consistia na aquisição de uma cadeia de elos, enquanto para o segundo era um conjunto integrado de princípios e padrões. Cada uma destas definições exigia métodos diferentes de ensino. Hoje, com o desenvolvimento e aprofundamento das pesquisas, sabe-se que as duas concepções podem ocorrer, dependendo do conteúdo a ser aprendido e do sujeito da aprendizagem.

Outro aspecto que precisa ser tocado, ainda nesta contextualização histórica da Psicologia refere-se à Psicologia Educacional no Brasil e suas relações com a Educação Matemática. O panorama do surgimento e evolução da Psicologia Educacional na Europa e nos Estados Unidos é importante para que possamos compreender como se instala essa nova ciência, qual vai ser seu papel na formação de professores e como muitas destas idéias anteriormente citadas serão traduzidas e usadas no Brasil.

No Brasil, a Psicologia começa a aparecer como disciplina ainda no século passado, nos Cursos de Direito, e só muito depois são incluídas nos cursos das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras que começavam a existir. Entretanto, essas disciplinas referem-se à chamada Psicologia Pura e não à Psicologia Educacional.

As idéias que vinham sendo desenvolvidas na Europa e nos Estados Unidos chegavam com algum atraso ao Brasil e eram utilizadas principalmente nos cursos que formavam professores de 1ª a 4ª séries, os chamados Cursos Normais. Só muito depois, em 1967, vai ser introduzida a disciplina Psicologia Educacional nos cursos de formação de professores (anteriormente essa disciplina era ministrada juntamente com a Didática).

O trecho reproduzido a seguir foi extraído do livro *Jogos e Recreações Matemáticas* (Albuquerque, 1958) e mostra qual era a compreensão sobre a nova disciplina - Psicologia Educacional - e como ela, particularmente a parte relativa à "Psicologia da Aritmética" era entendida e apresentada aos professores:

"A partir da última década do século vemos os métodos didáticos caracterizados pela aplicação dos princípios psicológicos ao ensino de diversas matérias. Muito se tem conseguido, devido principalmente à Psicologia Experimental".

Continua o texto, enumerando quais teóricos apresentavam propostas de ensino em geral e da Matemática em particular:

"Thorndike, Dewey, Decroly, Montessori, Lay Meumann figuram entre os nomes mais marcantes dessa época. Thorndike, que aparece citado em primeiro lugar, dedicou-se especialmente à Psicologia e Metodologia da Aritmética, abrindo novos horizontes ao ensino da Matemática.

No ensino moderno da Matemática destacam-se ainda Morton, Myers, Orburn, Raths, Clapp, Boswell, etc..."

Em seguida, declara a ineficácia da concepção de ensino então vigente e quais poderiam ser os novos rumos:

"A escola tradicional, mantida pela rotina, é profundamente abalada. Novos princípios são proclamados. A nossa preferência deve recair sobre os conhecimentos matemáticos que têm aplicação na vida prática. Ademais, o ensino em muitas fases deve abandonar a ordem lógica para adotar uma ordem puramente psicológica, modificação que vem notavelmente facilitar a aprendizagem. As atitudes gerais adquiridas durante a aprendizagem devem merecer atenção, porque formarão um colorido da personalidade, e traduzirão o tão falado valor formal da matemática. O ensino deve estabelecer uma linha de interesse com as necessidades do indivíduo que aprende. É o *sentido* da aprendizagem, tão importante na escola moderna".

"Os processos de Educação, em suma, devem ser os processos da vida; a escola, uma sociedade embrionária. Esse conceito moderno aparece na *Educação Funcional* de

Claparède ou na *Vida e Educação* de Dewey. É exaltado na *Educação Progressiva* de Anísio Teixeira, e esclarecido, em suas equações gerais, na *Escola Nova* de Lourenço Filho. São obras básicas para a compreensão de todo movimento renovador".

Foi em contraposição à chamada escola tradicional (que tratava a Matemática como uma disciplina mental) que essa nova concepção se desenvolveu a partir do início deste século e se solidificou nas décadas posteriores, encontrando também, no Brasil, um fértil terreno para germinar.

A idéia destes autores foi usada não só nos chamados Cursos Normais (que formava professores de 1ª a 4ª), mas também na formação dos pedagogos e demais professores.

No entanto, não se pode afirmar que aqui existia vinculação, na década de 60, entre a Psicologia e a Matemática. No Brasil, as pesquisas desta época são incipientes e não havia, diferentemente de outros países, uma junção já no início do século entre as duas disciplinas. Tampouco se trabalha a idéia de Educação Matemática como uma disciplina onde o principal suporte seria a própria Psicologia e a Matemática.

No Brasil, a Educação Matemática começa a surgir timidamente na década de 70 e começa a ganhar força nos anos 80. Uma rápida olhada nos Anais e Atas de Congressos de Educação Matemática através do mundo vem confirmar essa idéia. Por exemplo, nos informes da 2ª Conferência Interamericana sobre Educação Matemática, realizada em Lima (Peru), em 1966, não encontramos nos trabalhos dos representantes do Brasil nenhuma referência à Educação Matemática como tal. Com o surgimento e implantação dos cursos de Pós-Graduação em Educação Matemática e a Criação das Sociedades Regionais que se congregam na SBEM, não só a Educação Matemática tem-se estruturado como uma disciplina, com objeto próprio, como também a Psicologia Educacional vem-se constituindo em um dos pilares de sustentação dessa disciplina. Pode-se afirmar que, enquanto nos Estados Unidos e nos países da Europa houve, desde o início do século, uma estreita vinculação entre a Matemática e a Psicologia Educacional, esta vinculação, no Brasil, é bastante recente e tem apresentado, ainda,

resultados bastante escassos. Uma das razões pode ser o fato de a Psicologia ser uma área ainda bastante nova no Brasil, tendo os primeiros cursos surgido na década de 60. - Embora a disciplina Psicologia Educacional faça parte do Currículo Mínimo do CFE, obrigatório para os Cursos de Formação de Professores (Licenciaturas), o conteúdo desta disciplina (que abrange tópicos da Psicologia do Desenvolvimento e da Psicologia da Aprendizagem) está muito distante do que o futuro professor precisa conhecer e, principalmente, *compreender e relacionar* com o conteúdo que vai ensinar (no presente caso a formação e desenvolvimento do pensamento matemático e a aprendizagem da Matemática).

Contribuições da Psicologia Educacional à Educação Matemática.

As histórias da Psicologia Educacional e da Educação Matemática mostram o estreito vínculo que existe entre estas áreas do conhecimento, e a compreensão da Psicologia Educacional como fundamento da Educação Matemática, convém insistir, só pode ser alcançada a partir de sua evolução histórica, pela análise de como estas duas disciplinas ora se entrelaçam, ora se afastam. Embora alguns estudiosos da Psicologia Educacional acreditem que ela precise ser redefinida para, assim, tornar-se mais próxima das situações escolares, isto não é desejável, pois significaria impor limites restritos a uma área do conhecimento. O que se faz necessário é o refinamento dessa área (Calfee, 1992), tornando-a mais significativa e mais clara para os educadores e mais dirigida para o seu objetivo primeiro, que é a compreensão do desenvolvimento da aprendizagem e do ensino em situações escolares. A análise de textos referentes ao que deve tratar a Psicologia Educacional mostra consenso em alguns aspectos.

Berliner (1991), ao enumerar quais os elementos que deve ter o psicólogo educacional do século 21 que se interessar por estudar o ensino de qualquer disciplina (seja Matemática ou Física ou Geografia) do ponto de vista da Psicologia Educacional, coloca, dentre outros: um conhecimento externo da área específica (p.e., das habilidades matemáticas); uma compreensão do desenvolvimento; consciência do grupo social e meio ambiente no qual a aprendizagem ocorre; um melhor treinamento em metodologias, particularmente aquelas relacionadas com

a Psicologia Cognitiva e com a pesquisa qualitativa; vivências de formas alternativas de assessoria a professores e alunos etc.

Wittrock (1991 e 1992) e Wittrock e Farley (1989), ao tratar do futuro da Psicologia Educacional, sugerem que o psicólogo educacional precisa desenvolver pesquisas inseridas no contexto educacional que levem a um incremento no conhecimento dos processos psicológicos, afetivos e cognitivos e sobre o comportamento de professores e alunos.

Embora menos importante que o conhecimento obtido através de pesquisas em contextos educacionais, o psicólogo educacional, segundo Wittrock (1991), precisa conhecer: cognição e instrução, motivação e emoção, desenvolvimento humano, diferenças individuais, Psicologia Social, tecnologia, aprendizagem e instrução, história e sistemas da Psicologia, medidas educacionais, métodos de pesquisa qualitativas e quantitativas e análise estatística. Além disso, listam ainda: planejamento instrucional, métodos de ensino, formação de professores, inteligência artificial etc.

A essa gama de temas que devem ser estudados pelos psicólogos educacionais junta-se um outro aspecto que é de grande importância para a compreensão da Psicologia relacionada à Educação Matemática. Esses autores, quando apontam para as reais necessidades do psicólogo educacional que se interessa pelo ensino, sugerem que este deve se voltar para uma área específica, seja ela a de Ciências, Matemática, Estudo Social ou Linguagem, conhecendo, como experiência para sua formação, as reais dificuldades e os problemas da área.

Esta postura não significa que o psicólogo educacional vá se tornar um matemático ou um lingüista. Significa que, a partir de seu conhecimento, analisará os fenômenos relativos ao processo de aprendizagem e ensino da Matemática, explicando-o à luz das teorias da Psicologia Educacional, preferencialmente aquelas desenvolvidas a partir de contextos escolares. Como mostra Bicudo (1993), as pesquisas em Educação Matemática "solicitam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimentos, como os horizontes da psicologia, da história, da filosofia ... e, certamente, da matemática".

A contribuição dos psicólogos educacionais que se dedicam à Educação Matemática será no sentido de ampliar o conhecimento sobre

as questões referentes à aprendizagem e ao ensino da disciplina Matemática, formulando questões sobre aprendizagem, desenvolvimento, inteligência, motivação, instrução e outros tópicos dentre os listados anteriormente, mas essas questões devem se centrar em uma disciplina específica; no presente caso, a Matemática. Assim, a maior contribuição da Psicologia Educacional à Educação Matemática é aumentar, através da pesquisa, o entendimento sobre *como* as pessoas aprendem a Matemática.

Resnick e Ford (1981) mostram como a Psicologia Educacional, a principio, estava diretamente relacionada com os conteúdos específicos e depois, a partir da década de 30, começou a afastar-se e constituir-se em um campo distanciado onde os estudiosos interessados em Educação dedicavam-se a apresentar, de forma mais clara possível, os resultados obtidos pela Psicologia Experimental, aplicando-os às questões pedagógicas. Embora esses psicólogos educacionais tenham contribuído para o avanço do conhecimento sobre a aprendizagem e o desenvolvimento humanos, supunham que os fatos universais da Psicologia poderiam ser automaticamente aplicados ao ensino e também, não havia preocupação com uma Psicologia Educacional voltada para a aprendizagem de conteúdos específicos.

Em seguida, as autoras afirmam que a Psicologia da Matemática só será útil ao ensino na medida em que os psicólogos educacionais possam descrever, com sucesso, *o que* as pessoas fazem (em termos de pensamento) quando estão envolvidas em uma atividade matemática e também *como* elas aprendem a pensar matematicamente. Essa Psicologia deve tratar, de forma direta e explícita, da interação entre a estrutura do assunto e a natureza do pensamento humano, fornecendo assim a base para o desenvolvimento teórico e a prática instrucional.

Em adição, o trecho abaixo torna mais clara a relação entre a Psicologia Educacional e a Matemática e o que é a Psicologia da Matemática para as autoras :

"... Para uma verdadeira psicologia da matemática, precisamos tanto da psicologia como do conteúdo matemático. Os matemáticos estabelecem o conteúdo mas o psicólogo traz à tona o conhecimento sobre como o indivíduo pensa e, mais importante, como estudar o como

as pessoas pensam. É esse duplo conhecimento — conhecimento da estrutura da matemática e conhecimento sobre como as pessoas pensam, raciocinam e usam suas capacidades intelectuais — que fornece os ingredientes para a psicologia da matemática. É o estudo de como o conteúdo e o pensamento humano interagem que define o campo" (Resnick e Ford, 1981, p. 4).

É interessante notar que após o distanciamento entre a Psicologia Educacional e a Matemática, citado anteriormente, elas se aproximam e se fundem em um conjunto de conhecimentos, formando um campo relativamente jovem; hoje já é possível falar da Psicologia da Educação Matemática, que busca estudar o ensino e a aprendizagem da Matemática em novas formas.

Atualmente, a Psicologia da Educação Matemática conta com um grupo, organizado em 1976 no Terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Karlsruhe, Alemanha, dedicado ao estudo e à pesquisa sobre a Psicologia da Educação Matemática (PME). Embora o grupo tenha se estruturado formalmente em 1976, ele já existia desde o primeiro ICME, realizado em Lyon, França em 1969.

Como assinala Fischbein (1990), embora as duas disciplinas sejam estruturalmente diferentes, sempre houve um interesse recíproco entre elas. Se por um lado os psicólogos tentavam demonstrar os fenômenos psicológicos em termos de modelos matemáticos, os matemáticos como Poincaré, Hadamard, Polya e Freudenthal pesquisaram a Psicologia do Raciocínio Matemático.

Além destes autores, é de fundamental importância que consideremos os trabalhos de Piaget e do grupo de Genebra, que desempenharam e continuam a desempenhar um papel fundamental no desenvolvimento da Psicologia do Raciocínio Matemático como uma área de pesquisa. Embora os trabalhos de Piaget e seus seguidores (como os relacionados ao desenvolvimento de conceitos de classe e relações, números, representações geométricas, o pensamento probabilístico e proporcional etc.) tenham tido um considerável impacto na compreensão da gênese do pensamento matemático, ainda existe ruptura entre a Psicologia e a Educação Matemática.

Mesmo com o avanço da pesquisa em formação de conceitos (Klausmeier, 1992), princípios, solução de problemas e mais recentemente os trabalhos sobre metacognição e as abordagens de processamento de informações como, por exemplo, a proposta por Stenberg (1992), continua a existir um distanciamento entre a Psicologia e a Educação Matemática. De acordo com Fischbein (1990), os psicólogos dedicavam-se apenas a estudar alguns conceitos matemáticos básicos, deixando de se interessar pelos conceitos mais complexos da Matemática e isto pode, de certa forma, explicar o distanciamento entre os pesquisadores das duas áreas:

"A razão básica para esta situação foi a lacuna de competência profissional dos psicólogos no domínio das matemáticas. Mas foi também, devida à crença existente entre os matemáticos interessados em educação de que um bom domínio do conteúdo matemático combinado com uma intuição didática natural é o único requisito para ensinar matemática, definir conteúdo curricular, criar métodos de ensino e escrever bons livros-textos. Muitos matemáticos não consideram seriamente a idéia de que a pesquisa psico-didática possa ser de ajuda no avanço da Educação Matemática".

Com a finalidade de suplantar essas diferenças com relação às formas de pesquisar o fenômeno matemático, tanto o matemático como o psicólogo educacional precisam estar aptos a trabalhar de forma interdisciplinar. Além disso, deve haver a compreensão de que não é possível a existência de um paradigma único de pesquisa que congregue os pesquisadores das duas áreas. Cada fenômeno pede uma determinada abordagem e permite diversas interpretações. A consciência da impossibilidade de se explicar todos os fenômenos através de uma mesma teoria ou abordagem permitirá que a Educação Matemática avance de forma significativa.

Infelizmente, em muitos aspectos persistem ainda grandes lacunas e falhas de comunicação entre os pesquisadores das duas disciplinas, levando a uma lentidão no avanço da área. Mas, à medida que os trabalhos de pesquisa prosseguem e que o conhecimento torna-se disponível a um número maior de indivíduos que se interessam pelos

tópicos da Psicologia da Educação matemática, maior será o incremento da área.

Assim, muitas das suposições que são assumidas como verdadeiras na Educação Matemática poderiam ser baseadas em resultados de pesquisas bem delineadas e levadas a efeito em contextos educacionais.

Johnson, em um artigo publicado em 1966 lista dez afirmações que eram assumidas pelos professores de Matemática embora dispusessem de poucas evidências de pesquisa que as confirmassem. Estas afirmações sobre a Psicologia da Matemática são listadas a seguir e podemos verificar que muitas delas continuam sendo assumidas como verdadeiras, embora exista ainda pouco suporte de pesquisa, em situações escolares, que as confirme. São elas (Johnson, 1966):

1. a melhor maneira de se aprender Matemática é através das atividades de descoberta;
2. a habilidade computacional (habilidade para calcular) pode ser melhor alcançada através da solução de problemas;
3. a ênfase na estrutura da Matemática é a melhor maneira de conseguir o entendimento, a aplicação e a retenção;
4. a melhor abordagem para a solução de problemas é a abordagem independente, flexível e sem estrutura definida;
5. as tarefas de casa são essenciais para se obter uma melhor competência em Matemática;
6. tendo tempo suficiente, a criança de qualquer idade pode aprender idéias matemáticas complexas;
7. a competência matemática das crianças pode ser medida através de testes e exames;
8. a Geometria é o conteúdo mais apropriado para ensinar a Lógica Dedutiva;
9. um currículo com várias alternativas é uma maneira apropriada de atender às diferenças individuais;
10. a nova Matemática escolar é uma maneira melhor que a Matemática tradicional para se obter competência Matemática.

Muitas dessas idéias ainda estão presentes entre os educadores matemáticos e, embora algumas tenham sido confirmadas por pesquisas,

outras permanecem sustentadas apenas pela crença de que são idéias efetivas, continuando como princípios altamente válidos e difundidos entre os professores.

Berliner (1992) mostra, em artigo recente, como determinadas idéias ganham força e são veiculadas sem o necessário suporte de investigação, enquanto outras pesquisas, embora com dados consistentes, não influenciam a prática. Partindo da idéia de que a mente tem uma preferência por estórias, o autor salienta o fato de que os psicólogos educacionais devem observar que as pessoas preferem estórias, ouvem narrativas significativas sobre as outras pessoas e sobre os problemas com os quais estas se defrontam no cotidiano. Entretanto, a pesquisa em Psicologia Educacional, que tem como objetivos entender, prever, controlar e influenciar a prática educacional tem falhado, pois os resultados e conceitos da Psicologia não são vistos como possuidores de verossimilhança e raramente influenciam a política educacional e a prática dos professores, porque não são bem contextualizados para os mesmos. Por esses motivos, o autor sugere que o psicólogo educacional necessita aprender a contar estórias sobre a pesquisa educacional que focalizem professores e estudantes imersos em contextos educacionais regulares. A análise feita pelo autor sobre os problemas surgidos entre a Psicologia e a Educação serve também para analisarmos a relação entre estas e a Matemática. Ele acredita que os problemas surgem, em parte, da concepção que tem a Psicologia sobre o que significa "entender, prever e controlar fenômenos" em um campo tão complexo como a Educação (e no presente caso, a Educação Matemática), um campo de estudo completamente imerso na estrutura social, política e econômica da sociedade na qual está inserida. Além desses objetivos, a Psicologia Educacional deveria incluir um outro que seria a capacidade de *influenciar* em vários aspectos da Educação:

"Não podemos perder de vista o aluno e o professor que nossa pesquisa tem intenção de ajudar. Os professores têm o direito de esperar que o pesquisador comunique-lhes, de uma maneira amigável, os resultados, mas em uma forma que respeite a complexidade de suas vidas. Para atingir estas tarefas nós precisamos extrair nossas idéias de situações escolares e então tentar: a) criar estórias poderosas, sensíveis e persuasivas; b) que se refiram à pessoas em situações verdadeiras; c) que evoquem emoções e senso

de realidade; d) assim, podemos influenciar as pessoas na forma desejada" (Berliner, 1992).

Segundo esses princípios e usando métodos de pesquisa adequados aos diferentes fenômenos que podem ser estudados pela Psicologia da Educação Matemática, podemos, tomando por base algumas das questões sugeridas anteriormente por Johnson (1966), investigar problemas que são pertinentes a esta área, dentre eles :

1. Qual a eficácia dos diferentes métodos de ensino da Matemática?
2. Quais são os fatores significativos na formação do conceito matemático?
3. Quais são as formas de ensino que respeitam as diferenças individuais?
4. Quais as maneiras mais eficientes de motivar a aprendizagem?
5. Qual o papel do material didático no ensino das idéias matemáticas?
6. Qual o papel das atitudes na aprendizagem e ensino da Matemática?
7. Qual é a relativa eficiência dos diferentes métodos de solucionar problemas?
8. Quais objetivos do ensino da Matemática são atingidos, como resultado da aprendizagem da estrutura da Matemática?
9. É possível desenvolver a habilidade de cálculo através da solução de problemas?
10. Qual o papel desempenhado pelos computadores na aprendizagem de algoritmos e solução de problemas?

Estas questões, embora presentes em vários trabalhos, não foram, ainda, estudadas de forma exaustiva, para que possamos afirmar que estejam claras para os psicólogos educacionais, matemáticos e professores ou que estejam, de forma substantiva, alterando a prática educacional, influenciando diretamente nas atividades de sala de aula.

As habilidades matemáticas básicas e o ensino

Na relação entre a Psicologia Educacional e a Educação Matemática é importante fazer referência aos estudos desenvolvidos sobre as habilidades matemáticas básicas e a importância da preparação dos estudantes nestas habilidades e, neste ponto, a Psicologia e a Matemática se entrelaçam. Brownell, na década de 40, já chamava a atenção dos pesquisadores e professores para a necessidade de desenvolver as habilidades básicas e ensiná-las de forma significativa. Um outro trabalho sobre essa temática que deve ser examinado é o de Israel Scheffler (1991) no qual o autor discute o significado das habilidades matemáticas básicas e o ensino dessas habilidades, relacionando-as com as atitudes em relação à Matemática e a prática dos professores dessa disciplina.

Não existe acordo sobre quais seriam as habilidades matemáticas básicas e são feitas listagens incluindo, muitas vezes, itens diferentes como sendo básicos para a aprendizagem de Matemática. Assim, embora várias entidades (p.e. Comitée of Basic Mathematical Competencies and Skills, 1972; Nacional Council of Supervisors of Mathematics) tenham apresentado propostas sobre quais seriam as habilidades básicas não se pode ainda chegar a uma lista completa e aceita pela maioria dos educadores matemáticos.

Entretanto, os educadores matemáticos concordam sobre a necessidade de melhoria no ensino das habilidades básicas. O professor precisa conhecer essas habilidades e ser capaz de trabalhar formalmente com as mesmas para conseguir um ensino efetivo e uma aprendizagem significativa com seus alunos.

Os cursos de formação de professores (particularmente aqueles que formam professores de 1ª a 4ª séries) deveriam ter como um objetivo de considerável importância o conhecimento sobre as habilidades básicas. Baseados no fato de que a aprendizagem atua sempre em três domínios diferentes: cognitivo, afetivo e motor, o ensino destas habilidades deve visar a uma aprendizagem que desenvolva o potencial nestas três áreas. Além do desenvolvimento da competência em Matemática, deve-se desenvolver também, na criança, um conjunto de atitudes positivas com relação à Matemática. Isto só é possível quando os professores, além de possuírem domínio sobre o conteúdo e os métodos

de ensino, possuírem também atitudes positivas com relação ao ensino da Matemática e à própria Matemática.

Dentre os objetivos cognitivos que levam ao desenvolvimento das habilidades básicas, aqueles que encontram maior consenso são os seguintes, baseados nas dez habilidades cognitivas selecionadas pelo National Council of Supervisors of Mathematics (1978):

1. *Solução de Problemas*. Habilitar o aluno a solucionar problemas em situações novas, com as quais não tenha experiência, sendo que os problemas precisam ser compreendidos pelos alunos, e não apenas ensinados como "modelos de problemas", que os alunos aprendem a solucionar, memorizam e passam a solucionar apenas aqueles que são iguais ou muito semelhantes ao modelo. Skemp (1987) sintetiza essa situação, quando afirma que o que é imposto à grande maioria das crianças e estudantes mais velhos é a simples manipulação de símbolos com pouco ou nenhum significado e ligados de acordo com um certo número de regras memorizadas mecanicamente.

2. *Aplicação da Matemática em situações cotidianas*. Capacitar o estudante a usar a Matemática, ao lidar com situações do dia a dia, em um mundo em constante mudança. Este é um objetivo de mão-dupla. O aluno precisa ser capaz de transferir aquilo que aprende em sala de aula e o professor precisa relacionar o conhecimento matemático à Matemática presente nas diversas situações que os indivíduos enfrentam no dia a dia. Relacionado a este objetivo, são bastante esclarecedores os trabalhos desenvolvidos por Carraher et al (1987). Estes trabalhos são de fundamental importância para a compreensão das relações entre a Matemática e as diferentes atividades desenvolvidas pelos indivíduos de diferentes grupos sociais. Eles mostram como as crianças podem resolver problemas da vida diária usando estratégias que não foram aprendidas na escola e, ao se defrontarem com esses problemas na escola, as crianças não conseguem resolvê-los. Lindquist et al (1981) mostraram que apenas 17% das crianças de 9 anos pesquisadas por eles (3rd National Assessment of Educational Progress) foram capazes de responder corretamente a questão "Subtraia 298 de 313". Verificaram, também, que à medida que o problema era formulado de forma semelhante aos propostos pela escola, o desempenho melhorava, por exemplo, quando "a conta vinha armada na forma tradicionalmente apresentada às crianças". Estes estudos são fundamentais para se

compreender que a criança é capaz de pensar intuitivamente a Matemática e como a Matemática é pensada por estas crianças, levando a uma melhoria no ensino. Entretanto, o ensino da Matemática não pode ser reduzido a apenas estes aspectos, pois embora as crianças mostrem uma grande capacidade para trabalhar alguns problemas fora da escola, essas situações são bastante específicas e envolvem conceitos aritméticos relativamente simples.

Estes autores alertam para o fato de que essa Aritmética realizada fora da escola não usa símbolos, sendo apenas uma Aritmética oral e mental, além de ser restrita apenas a determinados grupos. Sendo uma das funções da disciplina Matemática capacitar o indivíduo a trabalhar simbolicamente, representando os problemas matemáticos do mundo através de símbolos, esse conhecimento anterior deve ser utilizado pelo professor como o passo inicial para a estruturação do conhecimento, levando o estudante a visualizar formas de representação simbólica como poderosos instrumentos de representação das situações cotidianas. Assim, os professores podem ajudar os alunos a relacionar o novo conhecimento que estão adquirindo sobre símbolos com a compreensão que eles possuem das experiências dentro e fora da escola. Mas o professor deve estar prevenido para o fato de que relacionar símbolos com o entendimento é uma tarefa intelectual difícil e não ocorre rapidamente.

3. *Prontidão para a "racionalidade dos resultados"*. Isto significa que o estudante deve aprender a conferir as respostas que dá aos problemas, verificando se estas não se distanciaram de todas as possibilidades de resultado. Devido aos erros aritméticos ou outros enganos, os resultados de um problema matemático podem ser concluídos de forma errada. Os alunos precisam ser instruídos a rever os cálculos e os resultados e também devem aprender a conferir a racionalidade da resposta em termos do problema original.

4. *Estimativa e Aproximação*. Este item está profundamente relacionado ao anterior e refere-se à necessidade do estudante aprender a calcular quantidade, comprimento, distância, peso etc. e também a aproximação dos resultados.

5. *Habilidades Apropriadas de Cálculo*. Os estudantes devem ser capazes de usar as quatro operações básicas com números inteiros e com

decimais e também devem ser capazes de efetuar cálculos utilizando frações simples e porcentagem. Alguns autores (Brownell, 1945) afirmam que a aprendizagem significativa destes conceitos básicos pelas crianças levam a um melhor desempenho em Matemática, em situações posteriores. A necessidade de que o indivíduo possua um conhecimento significativo a respeito dos cálculos e que desenvolva a Aritmética mental parece ser consenso entre os educadores matemáticos.

6. *Geometria*. Os estudantes devem ser levados a conhecer as propriedades básicas das figuras geométricas simples. É importante que os estudantes aprendam significativamente os conceitos geométricos necessários para se situar e entender o mundo tridimensional. Os conceitos que o estudante deveria conhecer são ponto, linha, plano, paralelismo e perpendicularismo. Além desses conceitos, é desejável que ele conheça também as propriedades básicas relacionadas às medidas e habilidades de solução de problemas. Através da aprendizagem, o estudante deve ser capaz de discriminar formas e relacioná-las aos objetos do mundo. Com relação à aprendizagem de conceitos geométricos, é importante destacar os trabalhos de Klausmeier (1992), que estudou particularmente a formação do conceito de triângulo equilátero, mostrando que os indivíduos formam conceitos em quatro níveis sucessivos: concreto, identidade, classificatório e formal. A partir da formação de conceitos e do uso dos conceitos, o autor mostra que o indivíduo é capaz de compreender princípios e solucionar problemas que envolvam estes princípios e conceitos geométricos. Lindquist (1981) assinala que a descrição da Geometria como uma área de habilidade básica abrange três grandes categorias: a) conhecimento dos conceitos geométricos básicos; b) conhecimento das propriedades básicas e c) conhecimento das relações entre os objetos geométricos. Seguramente, além dos autores aqui citados para ilustrar esse item, muitos outros têm-se dedicado ao estudo da formação dos conceitos geométricos e ensino destes conceitos, principalmente com o avanço da Psicologia Cognitiva.

7. *Medidas*. É importante que os estudantes se tornem familiarizados e sejam capazes de efetuar medidas tanto no sistema métrico como em outro sistema costumeiro. Os alunos devem ser capazes de medir distância, peso, tempo, temperatura, bem como capacidade. São essenciais os cálculos de áreas simples e volumes, bem como as medidas de ângulos e, além disso, o aluno deve ser capaz de medir em diferentes

sistemas de medidas, usando instrumentos apropriados. Estas são atividades que estão profundamente relacionadas a situações práticas e que devem ser ensinadas a partir de uma situação-problema que seja motivadora para o aluno.

8. *Tabelas, diagramas e gráficos.* Com a finalidade de desenvolver a capacidade de organizar e representar os dados disponíveis a partir de um determinado estudo, os alunos precisam conhecer como ler e formular conclusões a partir de tabelas, diagramas e gráficos. Através da montagem destas tabelas, gráficos e diagramas, o indivíduo torna-se capaz de condensar a informação numérica de forma mais significativa.

9. *Usar a Matemática como predição.* É importante que alunos conheçam como a Matemática pode ser usada para se saber qual a probabilidade de ocorrência de eventos futuros. Assim, o aluno deve adquirir noções elementares de probabilidade. Precisa aprender a identificar situações onde a experiência passada não afeta a probabilidade de ocorrência de futuros eventos, e isto pode ser feito mediante a apresentação de exemplos e contra-exemplos dessas situações; enfim, levando o aluno a compreender como a Matemática é usada para fazer levantamento de opiniões, previsão de resultados eleitorais, de jogos etc., sempre a partir de situações disponíveis no ambiente do aluno.

10. *Uso de Computadores.* Com o avanço da tecnologia, o estudante necessita, cada vez mais, estar familiarizado com o uso dos computadores pela sociedade; devendo, principalmente, conhecer as capacidades e limitações dos computadores.

Através do conhecimento das habilidades matemáticas básicas, podemos verificar com maior cuidado como essas habilidades são aprendidas, se desenvolvem e como o ensino delas pode ser melhorado com o auxílio da Psicologia Educacional. Inúmeros estudos têm sido desenvolvidos nessa área de habilidades matemáticas, e este parece ser o campo mais fecundo da relação entre a Psicologia Educacional e a Educação Matemática. A importância da aprendizagem significativa dessas habilidades pode ser ilustrada por uma frase do compositor austríaco Anton Bruckner (1824-1896): "Aquele que deseja construir torres altas, deverá permanecer longo tempo nos fundamentos".

Concluindo, é importante ressaltar e resumir alguns aspectos tratados no presente trabalho: 1) a Psicologia Educacional precisa ser contextualizada, não só nos aspectos das pesquisas já desenvolvidas, mas também com relação à sua evolução histórica e proximidade com a Educação Matemática; 2) contando estórias sobre a Psicologia Educacional, podemos torná-la mais plausível e seus fatos serão conhecidos de forma mais contextualizada; 3) a Psicologia Educacional precisa ser entendida não apenas como uma aplicação da Psicologia às situações educacionais mas como uma área de estudo que tem como ponto de partida o fenômeno educacional e como objeto de estudo as várias situações escolares; 4) a Psicologia da Educação Matemática é uma área que vem se desenvolvendo e se estruturando. Embora ainda incipiente no Brasil, tem registrado avanços significativos; 5) é necessário que os educadores matemáticos (ligados à Matemática e à Psicologia) trabalhem de forma interdisciplinar, respeitando, cada qual, a especificidade da outra área; 6) é conveniente que os trabalhos em Educação Matemática estejam apoiados em evidências de pesquisa e firmados em teorias consistentes. (O leitor interessado em Educação Matemática e Psicologia Educacional encontrará na bibliografia que acompanha este artigo uma extensa gama de autores); 7) o conhecimento das habilidades matemáticas básicas pode auxiliar os professores a desenvolverem em trabalhos com apoio de resultados de pesquisas já levadas a efeito; 8) e, por último, mas nem por isso menos importante, a necessidade de termos cursos de formação de professores de Matemática que estejam, efetivamente, preocupados com a criança, o professor, a escola, enfim com a formação de professores aptos a atuar em uma sociedade em constante mudança. Neste curso, a disciplina Psicologia Educacional deve abandonar o caráter geral que tem assumido e tratar de forma fecunda o desenvolvimento do pensamento matemático, a aprendizagem dos conteúdos da Matemática e as formas mais eficazes de ensinar esta disciplina, levando a um aumento das atitudes positivas com relação à Matemática.

Bibliografia

ALBUQUERQUE, I. (1958) - *Jogos e Recreações Matemáticas*, 3ª ed., Rio de Janeiro: Conquista.

- ASHLOCK, R.B. and HERMAN, W.L. (Eds) (1970) - *Current Research in Elementary School Mathematics*, New York: The MacMilan Company.
- AUSUBEL, D.P. (1968) - Is there a discipline of Educational Psychology? *Educational Psychologist*, 5(3), 1-9.
- AUSUBEL, D.P.; NOVACK, J. and HANESIAN (1968) - *Educational Psychology: A Cognitive view*, New York: Holt, Rinehart and Winston.
- BALL, S. (1984) - Educational Psychology as an Academic Chameleon: An Editorial Assessment after 75 years. *Journal of Educational Psychology*, 76, 993-999.
- BASSLER, O. and KOBBS, J.R. (1971) - *Learning to teach Secondary School Mathematics*, New York: Intext Educational Publishers.
- BETH, E.W. and PIAGET, J. (1966) - *Mathematical Epistemology and Psychology*, translated from the French by W. Mays, Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.
- BERLINER, D.C. (1991) - Educational Psychology and Pedagogical Expertise: New Findings and New Opportunities for thinking about Training, *Educational Psychologist*, 26(2), 145-155.
- BERLINER, D.C. (1992) - Telling the stories of Educational Psychology, *Educational Psychologist*, 27(2), 143-161.
- BICUDO, M.A.V. (1993) - Pesquisa em Educação Matemática, *Pró-Posições*, vol. 4, nº 1(10).
- BIDWELL, J.K. and CLASON, R.G. (Eds.) (1970) - *Readings in the History of Mathematics Education National Council of Teachers of Mathematics*, Washington.
- BÖRNING, E.G. (1950) - *History of Experimental Psychology*, New York: Appleton-Century.
- BRASIL, (1961-1966): *Desarrollo Matemático, in Educacion Matemática en Las Americas II*, Lima, Peru: Informe de la Segunda Conferencia Interamericana sobre Educacion Matemática, 1968, 211-220.
- BRITO, M.R.F. (1977) - *Estudo Comparativo entre Aprendizagem Significativa e por Tentativa e Erro*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP.
- BRITO, M.R.F. (1984) - *Uma análise Fenomenológica da avaliação*. Tese de Doutorado, UNICAMP.
- BROWNELL, W.A. (1945) - When is Arithmetic Meaningful, *Journal of Educational Research*, 38, nº 7, 481-498.

- BRUNER, J.S. (1960) - On learning mathematics, *Mathematics Teacher*, 53, 610-619.
- BUTLER, C.H.; WREN, F.L. and BANKS, J.H. (1970) - *The Teaching of Secondary Mathematics*, 5ª edition, New York: Mc Graw-Hill Book Company.
- CALFEE, R. (1992) - Refining Educational Psychology: The case of missing links, *Educational Psychologist*, 27(2), 163-175.
- CHARLES, D.C. (1987) - The emergence of Educational Psychology in Glover, J.A. and Ronning, R.R. (Eds.) - *Historical Foundations of Educational Psychology*, New York: Plenum Press.
- CARPENTER, T.P. and PETERSON, P.L. (Eds) (1988) - *Learning Mathematics from Instruction* (special Issue), vol 23, Number 2, Spring.
- COLE, L. (1966) - *A History of Education*, New York: Holt, Rinehart and Winston.
- DI VESTA, F.J. - The Cognitive Movement and Education, in Hove and Honning (Eds.): *Historical Foundations of Educational Psychology*, New York: Plenum Press.
- FISCHBEIN, E. (1990) - in *Mathematics and Cognition*, Nesher, P. and Kilpatrick, J. (Eds.). ICMI Studies Series, Cambridge University Press.
- FISCHBEIN, E. (1990) - Psychology and Mathematics in Mathematics and Cognition: *A Research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1-14.
- FOUQUIÉ, P. e DELEDALLE, G. (1965) - *A Psicologia Contemporânea*, 2ª ed., trad. de Haydée Camargo Campos, São Paulo: Editora Nacional.
- GAGNÉ, R.M. (1963) - Learning and Proficiency in Mathematics, *The Mathematics Teacher*, 56, 620-626.
- GALLASTEGUI, J.A. (1989) - La adquisición del concepto de número y de las operaciones de adición y sustracción: un dominio de investigación encuadrado en el paradigma postpiagetiano, *Studia Pedagogica*, 21, 49-57.
- GLOVER, J.A. and RONNING, R.R. (1987) - *Historical Foundations of Educational Psychology*, New York: Plenum Press.
- HOWSON, A.G. and KAHANE, J.P. (Eds.) (1990) - *Mathematics and Cognition*, ICMI Study Series, New York: Cambridge University Press.
- JOHNSON, D.A. (1966) - A pattern for Research in the Mathematics Classroom, *The Mathematics Teacher*, 59, 418-425.

- KLAUSMEIER, H.J. e GOODWIN, W. (1977) - *Manual de Psicologia Educacional*, trad. de Maria Célia T. de Abreu, São Paulo: Harper & Row do Brasil.
- KLAUSMEIER, H.J. (1992) - *Concept Learning and Concept Teaching*, 27(3), 267-286.
- KILPATRICK, J. (1992) - A History of Research in Mathematics Education, in Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Mac Millan Publishing Company, 3-37.
- KRATOCHWILL and BIJOU in, GLOVER, J.A. and RORMING, R.R. (1987) - *Historical Foundations of Educational Psychology*, New Your: Plenum Press.
- LINDQUIST, M.M. (Ed.) (1981) - *Selected Issues in Mathematics Education*; Berkeley, C.A.: Mc Cutchan Publishing Corporation.
- McCOMBS, B.L. (Ed.) (1991) - *Preparing the Educational Psychologists of the 21st Century*, *Educational Psychologist*, volume 26, number 2.
- National Council of Supervisors of Mathematics (1978) - Position Paper on Basic Skills, *Mathematics Teacher*, 71, 147-152.
- ORTON, A. (1990) - *Didáctica de las Matemáticas*, Madrid: Ediciones Morata.
- PASNAK, R. et al (1991) - Cognitive and Achievemnet Gains for Kindergartners Instructed in Piagetian Operations, *Journal of Educational Research*, vol. 85 (nº 1), 5-13.
- PIAGET, J. (1973) - Comments on Mathematical Education, in Howson, A.G. (Ed.) - *Development in Mathematical Education. Proceedings of the Second International Congress on Mathematical Education*, Cambridge: University Press, 79-87.
- PRESSLEY, M. (Ed.) (1990) - *Cognitive Strategy Instruction that really improves Children's Academic Performance*, Cambridge (MA): Brookline Books.
- RESNICK, L.B. and FORD, W.W. (1981) - *The Pscychology of Mathematics for Instruction*, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers
- RIESENMY et al (1991) - Retention and Transfer of Children's self Directed Critical thinking Skills, *Journal of Educational Research*, vol. 85 (nº 1), 14-25.
- SANGIORGI, O. (1968) - *Progreso de la Enseñanza de la Matematica en el Brasil in: Educacion Matemática en las Américas II*, Lima,

- Peru: Informe de la Segunda Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, 67-79.
- SCANDURA, J.M. (1968) - Research in Psychomathematics (Research in the emerging Discipline of Psychomathematics), *The Mathematics Teacher*, 61, 581-591.
- SCHEFFLER, I. (1991) - *In Praise of the Cognitive Emotions and other Essays in the Philosophy of Education*, New York: Routledge.
- SCHOENFELD, A. H. (1992) - Learning to think Mathematically: Problem solving, Metacognition, and sense making in mathematics in Grouws, D.A. (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics teaching and learning*, New York: Mac Millan Publishing Company, 334-370.
- SCHULMAN, L.S. (1970) - *Psychology and Mathematics Education, in Mathematics Education, 69th Yearbook of the National Society for the study of Education*, Chicago: University of Chicago Press.
- SKEMP, R.R. (1987) - *The Psychology of Learning Mathematics*, New Jersey: Hillsdale.
- STENBERG, R.J. (1992) - *As Capacidades Intelectuais Humanas*, trad. Dayse Batista, Porto Alegre: Editora Artes Médicas
- SUTHERLAND, P. (1989) - The Teaching of Primary Mathematics from a Brunerian Perspective, *Westminster Studies in Education*, vol. 12, 99-107.
- THORNDIKE, E.L. (1910) - The Contribution of Psychology to Education, *Journal of Educational Psychology*, 1, 5-12.
- THORNDIKE, E.L. e GATES, A. (1936) - *Princípios Elementares de Educação*, trad. Haydée Bueno de Camargo, São Paulo: Saraiva e Cia.
- THORNDIKE, E.L. (1922) - *A Nova Metodologia da Aritmética*, Porto Alegre: Editora Globo.
- VALSINER, J. (1988) - *Developmental Psychology in the Soviet Union*, Great Britain: The Harvester Press Ltd.
- WATSON, F. (1915) - The Father of Modern Psychology. *Psychological Review*, 22, 333-353.
- WERTHEIMER, M. (1959) - *Productive, Thinking*, New York: Harper and Row.
- WITTRICK, M.C. and FARLEY, F. (1989) - *The Future of Educational Psychology*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- WITTRICK, M.C. (1991) - Educational Psychology, Literacy and Reading Comprehension, *Educational Psychologist*, 26(2), 89-116.

WITTRUCK, M.C. (1992) - An empowering conception of Educational Psychology, *Educational Psychologist*, 27(2), 129-141