Educação Matemática Realística e Resolução de Problemas integrados à Educação Financeira Escolar no Ensino Médio

Jonata Souza dos Santos¹

Universidade Luterana do Brasil - ULBRA

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

RESUMO

No estudo relatado neste artigo, investigou-se a integração da Educação Matemática Realística (EMR) e da Resolução de Problemas (RP) com a Educação Financeira no Novo Ensino Médio (NEM), visando potencializar a aprendizagem matemática e o desenvolvimento de uma educação financeira saudável. Realizado com alunos do 2º ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Canoas, Rio Grande do Sul, o projeto focou no itinerário formativo de Educação Financeira Escolar (EF), abordando o conteúdo de juros compostos. A pesquisa possui uma abordagem metodológica qualitativa, envolvendo a participação de 12 estudantes selecionados por sua escolha de cursar o Itinerário Formativo (IF) de EF. As atividades foram projetadas para aplicar e desenvolver conceitos da EMR, incorporando problemas autênticos da vida cotidiana para conectar o ensino da Matemática à realidade dos alunos. A coleta de dados foi realizada por meio da análise dos registros das respostas dos alunos às tarefas matemáticas propostas, focadas na EF, e da análise de suas interações e discussões durante o processo de RP. Os resultados indicam que a integração entre a EMR e a metodologia de RP, com a temática de EF no Ensino Médio, potencializou a aprendizagem matemática dos estudantes, possibilitando o desenvolvimento de habilidades para enfrentar desafios financeiros reais, além de ressaltar a importância desses conceitos para a formação de cidadãos críticos e conscientes.

Palavras-chave: Educação Financeira Escolar; Novo Ensino Médio; Educação Matemática Realística; Resolução de Problemas.

Realistic Mathematics Education and Problem Solving Integrated into School Financial Education in High School

ABSTRACT

In the study reported in this article, the integration of Realistic Mathematics Education (RME) and Problem Solving (PS) with Financial Education in the New High School (NHS) was investigated, aiming to enhance mathematical learning and the development of a healthy financial education. Conducted with 2nd-year high school students at a state school in Canoas, Rio Grande do Sul, the project focused on the educational pathway of School Financial Education (SFE), addressing the content of compound interest. The research has a qualitative methodological approach, involving the participation of 12 students selected for their choice to attend the SFE Educational Pathway (EP). The activities were designed to apply and develop RME concepts, incorporating authentic everyday life problems to connect Mathematics teaching to the students' reality. Data collection was carried out through the analysis of students' recorded responses to the proposed mathematical tasks focused on SFE, as well as the analysis of their interactions and discussions during the PS process. The

Submetido em: 21/03/2024

Aceito em: 14/06/2024

Publicado em: 21/06/2024

¹Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3447-1375>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8716466605286377>. E-mail: jonatasantos1995@gmail.com.

²Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca (UPS). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7345-8205>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8981045307087356>. E-mail: claudiag@ulbra.br.

results indicate that the integration of RME and the PS methodology, with the theme of SFE in high school, enhanced students' mathematical learning, enabling the development of skills to face real financial challenges, and highlighted the importance of these concepts for the formation of critical and conscious citizens.

Keywords: School Financial Education; New High School; Realistic Mathematics Education; Problem Solving.

Educación Matemática Realista y Resolución de Problemas integrados a la Educación Financiera Escolar en la Enseñanza Media

RESUMEN

En el estudio reportado en este artículo, se investigó la integración de la Educación Matemática Realista (EMR) y la Resolución de Problemas (RP) con la Educación Financiera en el Nuevo Bachillerato (NB), con el objetivo de potenciar el aprendizaje matemático y el desarrollo de una educación financiera saludable. Realizado con alumnos del 2º año de bachillerato en una escuela estatal de Canoas, Rio Grande del Sur, el proyecto se centró en el itinerario formativo de Educación Financiera Escolar (EF), abordando el contenido de intereses compuestos. La investigación tiene un enfoque metodológico cualitativo, involucrando la participación de 12 estudiantes seleccionados por su elección de cursar el Itinerario Formativo (IF) de EF. Las actividades fueron diseñadas para aplicar y desarrollar conceptos de la EMR, incorporando problemas auténticos de la vida cotidiana para conectar la enseñanza de las Matemáticas con la realidad de los alumnos. La recolección de datos se llevó a cabo mediante el análisis de los registros de las respuestas de los alumnos a las tareas matemáticas propuestas, enfocadas en la EF, y el análisis de sus interacciones y discusiones durante el proceso de RP. Los resultados indican que la integración entre la EMR y la metodología de RP, con la temática de EF en el bachillerato, potenció el aprendizaje matemático de los estudiantes, permitiendo el desarrollo de habilidades para enfrentar desafíos financieros reales, además de resaltar la importancia de estos conceptos para la formación de ciudadanos críticos y conscientes.

Palabras clave: Educación Financiera Escolar; Nuevo Bachillerato; Educación Matemática Realista; Resolución de Problemas.

INTRODUÇÃO

O Novo Ensino Médio (NEM) foi instituído pela Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017, com o objetivo de promover a formação de jovens para serem cidadãos críticos, conscientes e participativos na construção do conhecimento científico (Groenwald, Panossian, 2021).

O NEM tem como princípio central a interdisciplinaridade, que sugere a abordagem integrada e sistêmica dos conteúdos ensinados em sala de aula. Castro *et al* (2020) destacam que a BNCC preconiza para o NEM que não se deve perder o foco na funcionalidade da Matemática na realidade, é fundamental explorar a visão integrada da Matemática levando em consideração esse fator e sua aplicação em diferentes contextos. Os autores ainda ressaltam que as diretrizes da BNCC encaminham o trabalho baseado nos Temas Contemporâneos Transversais (TCT) indicando-os para todas os componentes curriculares, sempre levando em consideração a forma de como estimular as práticas sociais desenvolvidas para levar o aluno a uma proposta de liderança em suas distintas averiguações, aplicando o conhecimento ao contexto.

Júnior, Giordano e Damasceno (2022) ressaltam que o NEM aspira atender necessidades e expectativas reais dos estudantes, aproximando as escolas das realidades

deles de forma a torná-los cada vez mais protagonistas de seu mundo e, para isto, se destaca a implementação de um currículo flexível composto por uma etapa geral chamada formação geral básica seguindo as orientações da BNCC do NEM, mais uma etapa correspondente a flexibilização curricular distribuídas em cinco Itinerários Formativos (IF) que serão implementados de acordo com a disponibilidade e relevância do contexto local (Brasil, 2018). Estes itinerários poderão ser escolhidos pelos alunos entre cinco áreas do conhecimento: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas ou Formação Técnica Profissional. Neste sentido, se faz necessário investigações relativas à interdisciplinaridade e que abordem questões sobre os itinerários formativos desenvolvidos nas escolas.

Além de promover o desenvolvimento de competências essenciais como o pensamento crítico e a resolução de problemas (RP), o NEM enfatiza a importância do trabalho colaborativo e da eficácia comunicativa entre os estudantes (Groenwald, Panossian, 2021). A Educação Financeira (EF), inserida neste contexto, serve como um campo aplicado onde estas habilidades são essenciais. Giordano, Assis e Coutinho (2019) defendem que a EF constitui um amplo campo de investigação que mobiliza saberes, habilidades, competências, crenças e concepções envolvendo diferentes áreas do conhecimento humano, como a Matemática, a Política, a Economia, a Sociologia, a Antropologia, a Filosofia, a Psicologia, a Ética, dentre outras. Kistemann Jr, Coutinho e Figueiredo (2020) completam as ideias apresentadas sobre EF afirmando que dentro desta temática, são desenvolvidos temas que problematizados e orientados por professores das diversas disciplinas escolares, de forma interdisciplinar, podem favorecer as ações e reflexões que extrapolem o mero cálculo matemático ou financeiro.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) traz mudanças importantes para o ensino de Matemática, pois incentiva o desenvolvimento de competências, proporcionando aos estudantes formação que se conecta às suas próprias vidas e escolhas éticas e saudáveis. Esta abordagem permite que os alunos desenvolvam um projeto de vida com mais autonomia, preparando-os melhor tanto para as atividades acadêmicas quanto profissionais (Castro et al, 2020).

A Matemática desempenha um papel crucial no desenvolvimento intelectual e prático dos estudantes, permeando as atividades cotidianas de maneira muitas vezes imperceptível. Historicamente, essa Ciência tem sido fundamental na resolução de desafios complexos e na interpretação dos fenômenos naturais (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000). A autora Van den

Heuvel-Panhuizen, 2000 ainda ressalta que a desconexão percebida entre os conteúdos matemáticos abordados em sala de aula e sua aplicabilidade no cotidiano contribui para uma redução no interesse e na motivação dos alunos pelo estudo desta área do conhecimento.

A inserção da EMR, com foco na RP, surge como uma abordagem promissora para reverter esse quadro. Ao integrar conceitos de Educação Financeira Escolar, a EMR não apenas facilita a compreensão dos temas matemáticos, mas também prepara os estudantes para enfrentar desafios financeiros da vida real, potencializando a relevância e a aplicabilidade do aprendizado matemático em contextos práticos.

Ferreira (2020) apresenta a EMR como uma abordagem de ensino e aprendizagem da Matemática que busca contextualizar o aprendizado dos alunos, partindo da realidade de cada um e conectando-a com problemas autênticos da vida cotidiana. Essa abordagem parte do pressuposto de que a Matemática deve ser aprendida pelos alunos a partir do desenvolvimento de conceitos e ferramentas matemáticas que fazem parte do cotidiano e da realidade, para que o conhecimento adquirido faça sentido e possa ser aplicado em outras situações do dia a dia.

Ao conectar a Matemática com situações reais e significativas para os alunos, a EMR busca tornar o aprendizado mais significativo e motivador, estimulando a curiosidade, a investigação e o pensar matematicamente (Ferreira, Bisognin, 2020). Harmuch e Mendes (2018) destacam que a partir desta teoria, os alunos são incentivados a desenvolver habilidades e competências Matemáticas que lhes permitam enfrentar desafios e resolver problemas da vida real, contribuindo para o seu desenvolvimento pessoal e profissional.

A abordagem metodológica da RP foi a base na pesquisa, para a aplicação dos conceitos da EMR. Para a resolução dos problemas propostos, seguiu-se os conceitos de Polya (1978), no qual se estrutura um processo sequencial dividido em quatro fases essenciais para uma compreensão eficaz de questões problemáticas. Inicialmente, a compreensão do problema é essencial, requerendo do indivíduo uma clareza sobre os objetivos e as demandas específicas do problema e, posteriormente, se faz uma análise sobre qual a pergunta que está sendo apresentada no problema. Segue-se a etapa de elaboração e desenvolvimento de um plano, momento em que se analisa a relação entre as variáveis desconhecidas e os dados fornecidos, configurando um esquema para a solução e aplicação das estratégias conhecidas referentes à situação prática. Por fim, o processo se encerra em uma fase de reflexão crítica, onde a solução é revisada e discutida, com o intuito de verificar a consolidação do conhecimento adquirido e a aplicabilidade da solução em contextos

similares, evidenciando a importância desta abordagem no desenvolvimento de um pensamento matemático refinado e aplicável.

Neste artigo, apresenta-se os resultados parciais de uma pesquisa com alunos do NEM sobre a temática da EF tendo como referencial teórico a EMR e como metodologia de ensino a RP, orientada pelo objetivo de potencializar a aprendizagem matemática e o desenvolvimento de uma Educação Financeira consciente. A proposta está voltada para a aplicação de conceitos da EMR por meio da RP, a partir do conteúdo de Juros Compostos no itinerário formativo EF.

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

A EMR é uma abordagem educacional que surgiu no final da década de 1960, com o matemático alemão Hans Freudenthal, com o intuito de oportunizar aos alunos o aprendizado de conteúdos matemáticos por meio de problemas do dia a dia. Essa abordagem pedagógica se originou do projeto Wiskobas, inicialmente projetado pelo governo holandês para o ensino secundário e, posteriormente, ao projeto de modernização do currículo de Matemática na Holanda, esta abordagem foi ampliada para o ensino primário (Treffers, 1987). Hoje em dia é importante ressaltar que a EMR já é utilizada por pesquisadores até no Ensino Superior.

Ao abordar o ensino da Matemática com uma abordagem contextualizada, que busca conectar a disciplina aos desafios e problemas da vida real, é fundamental compreender que o conceito de *real* nesse contexto abrange tudo aquilo que pode ser imaginado e realizado pelo estudante. Nessa perspectiva, Mendes (2014) destaca que a EMR não se refere necessariamente à realidade em si, mas sim a um sentido de *realismo* que engloba aquilo que é imaginável e realizável pelo aluno. De acordo com Van den Heuvel-Panhuizen (1996), o cenário em que uma tarefa³ é proposta pode variar desde situações realistas, fantásticas ou factuais, até mesmo ser estritamente delimitado por uma linguagem Matemática.

De acordo com Ferreira e Buriasco (2015), a aplicação da Matemática pode ser facilitada pelo contexto em que uma tarefa é apresentada. No entanto, a mera relação com situações do cotidiano não é suficiente para garantir o aprendizado do estudante. A avaliação da adequação dos problemas de contexto depende da relação que o solucionador estabelece com o enunciado, o que torna impossível determinar previamente quais contextos seriam

³ Stein, Grover e Henningsen (1996, p. 460) definem como tarefa "uma atividade em sala de aula cujo objetivo é focar a atenção dos alunos em um tópico particular."

considerados apropriados. As autoras baseiam-se nas ideias de Borasi (1986) para destacar que um papel fundamental do contexto é fornecer informações ao resolvidor que possam ajudar na solução do problema. Elas também argumentam que a RP da vida real pode contribuir para o desenvolvimento de diferentes estratégias, para a análise de contextos e para a elaboração de formulações Matemáticas.

Gravemeijer (1999) discute a abordagem EMR, proposta por Freudenthal, sob a perspectiva de que a Matemática abstrata é a mais flexível, porém, não tem utilidade se as pessoas que a utilizam não compreendem o contexto de sua aplicação. Em outras palavras, é insuficiente ter a habilidade de replicar fórmulas matemáticas sem compreender os princípios subjacentes e, principalmente, o significado dos resultados calculados.

Gravemeijer e Terwel (2000) destacam que Freudenthal não buscava apenas ensinar uma Matemática *útil*, pois essa abordagem poderia ser limitada devido aos diferentes contextos da sociedade. Foi então que surgiu o conceito de *matematizando*, que significa tornar a Matemática uma atividade humana a partir da organização de conceitos, fazendo com que ela não fosse mais vista como um produto pronto e acabado.

Freudenthal (1971) apresentou que a Matemática como uma atividade humana é uma atividade de resolução e uma busca de problemas e que os resultados destes problemas podem ser resolvidos e organizados de diferentes maneiras.

Matemática como uma atividade humana é uma atividade de resolução de problemas, de busca de problemas, mas também é uma atividade de organização de um assunto. Isso pode ser uma questão da realidade que deve ser organizada de acordo com padrões matemáticos se os problemas da realidade tiverem que ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, novos ou antigos resultados, seus ou de outros, que devem ser organizados de acordo com novas ideias, para serem melhor compreendidos, em um contexto mais amplo, ou por uma abordagem axiomática (Freudenthal, 1971, p.413-414, Tradução nossa).

Posto isto, Gravemeijer e Terwel (2000) afirmam que a atividade humana, por meio da busca e da RP, juntamente com a organização conceitual de tudo o que está envolvido, está interligada ao processo de matematização, que envolve tanto a *matéria da realidade* quanto a *matéria Matemática*. Os autores destacam que a abordagem proposta por Freudenthal difere de outras abordagens devido ao fato de que ele inclui tanto a Matemática pura quanto a aplicada em seu discurso, enfatizando a atividade humana relacionada à Matemática. Em contraste, outros pesquisadores assumem um discurso apenas em relação à Matemática pura aplicada.

Lopez (2010) discute sobre o processo de matematizar, apresentando exemplos de atividade que podem ser classificadas como *não humanas*:

Pensar em uma Matemática possível de ser transferida significa pensar que alunos “aprendem” ao armazenar e reproduzir informações (conceitos, objetos matemáticos), assim como, por exemplo, robôs e computadores. Quem “recebe” não participa da escolha de quais informações vai receber e, muito menos, da decisão de quais são importantes para serem “armazenadas”, de quando aplicá-las, para quê e/ou por que elas são relevantes, ou como foram obtidas. Essa poderia ser adjetivada como uma “atividade robótica”, “atividade cibernética”, mas não humana (Lopez, 2010, p. 15-16).

Dessa forma, Freudenthal se diferenciava em dois aspectos principais: em primeiro lugar, ele incluía a Matemática aplicada como uma forma de matematização da matéria da realidade, e em segundo lugar, o foco não estava na forma da atividade, mas sim na realidade em si e em seus efeitos. Assim, essa abordagem refere-se a uma prática social que está diretamente relacionada à ideia de matematização.

Segundo Gravemeijer (1999), a abordagem da EMR propõe que a experiência cotidiana e a Matemática formal não devem ser vistas como separadas e distintas. Em vez disso, busca-se estabelecer uma conexão entre esses dois domínios, de modo que a Matemática formal surja como uma extensão natural da realidade experimental do aluno.

Segundo Gravemeijer:

... os alunos devem ter a oportunidade de construir sua própria bagagem de conhecimentos matemáticos com base em tal processo de aprendizagem. Em relação a isso, pode-se notar que a teoria da Educação Matemática Realística é primariamente uma teoria sobre a construção do conhecimento; a ideia não é motivar os alunos com contextos cotidianos, mas buscar contextos que sejam de experiências reais para os alunos e que possam ser usados como pontos de partida para a matematização progressiva (Gravemeijer, 1999, p. 158, tradução nossa).

De acordo com Ferreira e Bisognin (2020), a abordagem da EMR destaca a relevância dos problemas conceituais. Nessa perspectiva, os problemas de contexto são utilizados de maneira ampla desde o início, com o intuito de provocar o conhecimento informal dos alunos e oferecer a sustentação necessária para que estes possam reinventar a Matemática de forma guiada. Dessa forma, a ênfase na RP conceituais e o uso de problemas de contexto no ensino da Matemática têm um papel fundamental na abordagem da EMR.

Ao abordar a RP, é comum haver uma inclinação para pensar na resposta final do problema ou situação, a fim de identificar as lacunas de conhecimento do estudante. No entanto, Hamuch (2022) argumenta que na perspectiva da EMR, a análise da produção

escrita dos estudantes deve se concentrar no que eles demonstram saber, e não apenas no que é detectado que eles não sabem. A autora ressalta ainda que isso não significa que reconhecer o que os estudantes não sabem não seja importante, mas sim proporcionar ao professor a oportunidade de identificar em que níveis os estudantes são capazes de saber ou realizar determinada tarefa, a fim de que o professor possa realizar intervenções que estimulem a reflexão dos estudantes.

Ferreira e Bisognin (2020, p. 6) destacam dois pontos centrais para a EMR:

O primeiro é de que a Matemática deve estar conectada a problemas autênticos, ou seja, as situações devem fazer parte do cotidiano do aluno, e assim, fazer sentido a sua utilização, ser relevante e tornar-se algo real na mente dos alunos. O segundo ponto é de que a Matemática é uma atividade humana, ou seja, as situações devem ser organizadas matematicamente, nas quais os alunos, sob a orientação do professor, têm a oportunidade de organizar e esquematizar a realidade matematicamente, denominada por Freudenthal de matematização.

A Matemática é uma atividade humana que consiste em “matematizar” fenômenos do mundo real por meio de símbolos e fórmulas matemáticas (Freudenthal, 1971). Ferreira (2020) ressalta que a incorporação de questões matemáticas na atividade humana deve ser vista para além da mera RP ou busca de soluções, defende que a matematização também envolve a organização de assuntos relacionados à realidade, à vida cotidiana ou a questões matemáticas em geral, de modo que possam ser compreendidos de forma mais precisa e universal. Em consonância a isto, Ferreira (2013) traz que o foco da matematização não está associado apenas sobre a forma ou produtos da atividade, mas sim sobre a própria atividade, bem como o seu efeito.

Neste sentido, a seguir apresenta-se a Educação Matemática Realística integrada a RP, entendendo que este enfoque pode subsidiar os professores a desenvolverem o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos no Ensino Médio.

A conexão entre a Educação Matemática Realística e a metodologia Resolução de Problemas

A EMR e a RP são abordagens pedagógicas amplamente discutidas e aplicadas no ensino de Matemática. Embora ambas tenham o objetivo de promover uma aprendizagem mais significativa, elas apresentam diferenças em termos de metodologias e enfoques. Nesta seção, exploraremos essas abordagens, suas relações e diferenças.

De acordo com Freudenthal (1983), a EMR procura tornar a Matemática mais relevante e significativa para os estudantes, despertando o interesse e a motivação para

aprender. Essa abordagem enfatiza RP autênticos, nos quais os alunos precisam aplicar conceitos e habilidades matemáticas para encontrar soluções significativas. A RP desempenha um papel crucial no desenvolvimento do pensamento crítico, da resiliência e da capacidade de transferir conhecimentos matemáticos para diferentes contextos (Freudenthal, 1973).

Por outro lado, a RP é uma estratégia pedagógica que pode ser aplicada em diversas abordagens de ensino de Matemática, incluindo a EMR. Segundo Polya (1957), o processo de RP envolve quatro etapas: compreensão do problema; compreensão da pergunta do problema; criação e execução de um plano de ação; verificação da solução. Essa abordagem enfatiza o desenvolvimento do pensamento criativo e da capacidade de aplicar conceitos e procedimentos matemáticos de forma eficaz na RP.

Existem muitas semelhanças entre a EMR e a RP. Ambas as abordagens colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem e valorizam a aprendizagem ativa, exploratória e construtiva (Gravemeijer; Doorman, 1999; Lester; Kehle, 2003). Além disso, ambas enfatizam a importância da contextualização, seja através RP reais na EMR, ou da RP não rotineiros na RP.

No entanto, também existem diferenças notáveis. Na EMR, a realidade é usada como fonte para a Matemática, enquanto na RP, os problemas são principalmente usados para desenvolver e consolidar conceitos e habilidades matemáticas (Verschaffel, Greer; de Corte, 2000). Outra diferença é que a RP tende a focar mais a metacognição, enquanto a EMR concentra-se mais na modelagem matemática (Blum; Leiss, 2007).

A EMR incorpora a RP como um componente essencial de sua abordagem, selecionando problemas que conectam a Matemática com a realidade vivida pelos estudantes (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Os problemas são projetados para desafiar os alunos a pensarem criticamente, a fazerem conexões com o mundo real e a aplicarem estratégias de RP. Dessa forma, os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e sua aplicação em contextos autênticos (Freudenthal, 1983).

No entanto, é importante ressaltar que a RP também pode ser utilizada em diferentes abordagens de ensino de Matemática, nem sempre estando associada à EMR. Em suma, a EMR e RP são abordagens que buscam promover uma aprendizagem mais significativa no ensino de Matemática. Enquanto a EMR destaca a importância da conexão entre os conceitos matemáticos e a aplicação no mundo real, a RP é uma estratégia pedagógica que pode ser aplicada em diferentes abordagens de ensino de Matemática. Ambas as abordagens têm em

comum a ênfase na RP como um meio para desenvolver o pensamento crítico e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, embora diferindo em termos de enfoques e metodologias específicas.

METODOLOGIA

Este artigo é um recorte de uma tese de doutorado centrada na temática da Educação Financeira na Educação Básica. A abordagem metodológica adotada foi qualitativa, pois permite uma análise aprofundada e interpretativa dos fenômenos em questão, conforme sugerido por Creswell (2014). Segundo Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa caracteriza-se por buscar compreender detalhadamente os significados e características de situações apresentadas pelos participantes da pesquisa.

Este recorte está integrado em uma pesquisa maior que envolve os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e o NEM. Aqui será apresentado e discutido um recorte da pesquisa realizada com os estudantes do Ensino Médio.

O estudo foi conduzido com a participação de 12 estudantes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Canoas, do estado do Rio Grande do Sul. Estes estudantes optaram por cursar o Itinerário Formativo de Educação Financeira Escolar. Cabe ressaltar que este foi o primeiro ano deste Itinerário Formativo na escola e que a professora que conduziu a disciplina ao longo do ano letivo, era licenciada em Física mas ministrava aulas de Matemática e Educação Financeira Escolar.

Em um momento inicial, o projeto foi apresentado aos estudantes como uma forma de revisitar alguns dos conceitos já abordados ao longo do ano, envolvendo situações ligadas ao conteúdo de juros compostos, que segundo a professora e os estudantes, já tinham desenvolvidos noções básicas sobre o tema. O projeto iniciou com uma discussão sobre juros, juros compostos e sobre a RP, além de situações em que os juros podem beneficiar uma pessoa (investimentos) assim como os juros podem causar um endividamento de longo prazo.

Como todos os alunos eram menores de idade, neste dia foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para os estudantes e seus responsáveis autorizassem a participação deles, autorizando a publicação do material produzido em aula, assim como a autorização para fotografar os grupos trabalhando. Posteriormente, outros 2 encontros foram marcados para o desenvolvimento do projeto da pesquisa, que era a abordagem da EMR a partir da metodologia da RP.

Este projeto foi realizado a partir de pesquisas sobre a BNCC, as temáticas relacionadas à EF e os objetos do conhecimento necessários para desenvolver também as habilidades matemáticas necessárias para melhor compreensão dos estudantes em relação ao TCT Educação Financeira. Ao todo foram 8 problemas que envolveram a temática EF a partir da RP e assim compuseram a atividade⁴ planejada para o EM.

Ao trazer tarefas matemáticas associadas ao objeto do conhecimento juros compostos, objetivou-se desenvolver habilidades matemáticas que estão discriminadas na BNCC. Como exemplo, cita-se a habilidade EM13MAT203: Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

Também é possível destacar as habilidades que estão associadas à competência específica 3 do NEM, que discute sobre utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos. As habilidades associadas à esta competência específica são: EM13MAT303: Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial; EM13MAT304. Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros; EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

ANÁLISE E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Ao propor uma tarefa baseada na RP houve certa resistência por parte dos alunos, pois eles alegaram ter dificuldades para interpretar problemas. Quando o pesquisador conversou com a professora responsável pela turma, antes das aplicações, ela ressaltou que havia enfrentado dificuldade ao trabalhar com problemas matemáticos e com *déficit* de conteúdos por parte dos estudantes. Outro ponto a ser destacado é que a professora tem licenciatura em Física e este Itinerário estava na área da Matemática. Quando questionada sobre o que e como havia trabalhado este IF, ela informou que trabalhou conteúdos básicos que iniciaram em frações, números decimais, equações, juros simples e juros compostos,

⁴ Entende-se por atividade um conjunto de tarefas relativas a um tema específico.

além de dialogar com os estudantes sobre dívidas, investimentos, *score Serasa*⁵ e outras temáticas que foram consideradas importantes pela professora.

A seguir serão apresentados quatro exemplos de tarefas que foram desenvolvidas e discutidas com os estudantes participantes desta etapa da pesquisa. Cabe ressaltar que anterior a atividade, foi realizada uma retomada sobre os conceitos que seriam abordados e, em especial, sobre os conceitos relativo à temática Juros Compostos, destaque nesta aplicação.

A primeira tarefa realizada foi de nível fácil e exigia dos alunos uma análise básica do problema apresentado (

Figura 1) e visava verificar como os estudantes organizariam as etapas da RP e como discutiriam com seus colegas sobre a situação proposta.

Figura 1 – Exemplo de tarefa relacionando investimento e lucros

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

Em relação a esta tarefa, apenas 1 estudante não acertou a resposta final deste problema. Porém, ao analisar o que se esperava da construção de resposta, foi possível observar que apenas cinco estudantes utilizaram as etapas da RP para responder de forma completa esta atividade. Os demais estudantes, apresentaram resistência inicial acerta de realizar todas as etapas solicitadas.

Os demais estudantes, não organizaram de forma completa de acordo com as etapas da RP, conforme a Figura 2, porém é possível de perceber que identificaram as informações do problema antes de pensarem na resolução, o que era algo diferente para estes estudantes,

⁵ O Serasa Score é uma pontuação que vai de 0 a 1000 e indica as chances de o consumidor pagar as contas em dia nos próximos seis meses

conforme relatado pela professora da turma.

Figura 2 - Antecipação da resposta esperada na tarefa relacionando investimento e lucros

Vamos fazer este cálculo:

1) Dados do problema:
 $C = 3\,250,00$
 $i = 1\% a.m = 0,01$
 $t = 1,5 \text{ anos} = 18 \text{ meses}$
 $J = x$

2) A pergunta do problema é:
 Qual valor do lucro (juros) que Otávio ganhou com seu investimento?

3) Plano de ação:
 $M = C + J$
 $J = M - C$
 como são se sabe o montando é preciso determiná-lo
 $M = C \cdot (1 + i)^t$
 $M = 3\,250,00 \cdot (1 + 0,01)^{18}$
 $M = 3\,250 \cdot (1,01)^{18}$
 $M = 3\,250 \cdot 1,19614748 \dots$
 $M = 3\,887,48$
 Para determinar o juros
 $J = 3\,887,48 - 3\,250,00$
 $J = 637,48$

Otávio está fazendo um investimento neste exato momento. Após uma análise de mercado ele optou por um investimento que tem uma taxa de juros compostos de 1% ao mês com um tempo fixo de um ano e meio. O seu investimento será de R\$ 3 250,00. Quanto Otávio irá ganhar de lucro com este investimento?

4) Analisando e respondendo ao problema:
 O lucro obtido por Otávio foi de R\$ 637,48

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

Ao analisar o material entregue pelo único aluno que errou esta questão, foi possível observar que ele anotou os dados do problema e, posteriormente, tentou resolver toda a questão de forma direta. Cabe ressaltar que este estudante se equivocou ao fazer um arredondamento de forma antecipada (Figura 3), mesmo tendo sido destacado que os arredondamentos deveriam ser realizados somente na resposta final.

Figura 3 - Resposta apresentada pelo único estudante que errou a questão 01

Fonte: dados da pesquisa.

Ao discutir esta atividade com os estudantes, foi possível observar que eles acharam de nível fácil de resolver mas, ao serem questionados sobre qual a opinião deles sobre a porcentagem de juros ser de 1% ao mês, não souberam opinar sobre esta situação. Também, foi questionado aos estudantes se esta mesma situação fosse de empréstimo ao invés de um

investimento, a taxa de juros seria a mesma? Todos responderam que não, a taxa de juros seria maior porque o banco nunca vai pagar uma porcentagem maior ou igual a que eles receberiam.

Este tipo de problema, chamado de problema de contexto, segundo Ferreira e Bisognin (2020) e Gravemeijer (1999), deve ser utilizado desde o início das atividades, pois tem o papel de provocar o conhecimento informal dos alunos, oferecendo assim uma base necessária para reinventarem a Matemática. Esta reinvenção tem um papel fundamental na abordagem da EMR, que objetiva utilizar os conceitos do dia a dia em problemas matemáticos (FREUDENTHAL, 1983).

A tarefa seguinte foi elaborada com o objetivo de utilizar um conceito no qual a professora da turma informou que os estudantes já conheciam e que tinham realizado atividades em sala de aula, que era de comparar qual o melhor investimento a ser feito, como se observa na Figura 4.

Figura 4 – Tarefa envolvendo uma comparação de aplicação de dinheiro

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

Esta tarefa gerou discussões em sala de aula, e também gerou respostas diferenciadas por parte dos estudantes, cinco estudantes responderam que a primeira aplicação era mais vantajosa, quatro estudantes responderam que a segunda aplicação era a mais vantajosa, um estudante realizou o cálculo das duas aplicações mas não respondeu qual era a mais vantajosa e dois estudantes não conseguiram compreender a questão e optaram por não a realizar.

Antes de apresentação à antecipação da resposta, houve uma discussão sobre as razões e o raciocínio implícitos na resposta sugerida. Quanto à escolha do primeiro investimento como o mais vantajoso, alguns estudantes justificaram sua decisão com base no valor acumulado final ser maior, sem levar em consideração outras variáveis, focando

exclusivamente no resultado. Por outro lado, os que optaram pelo segundo investimento destacaram o maior retorno (juros) oferecido, considerando que o período adicional de aplicação de seis meses ainda seria benéfico para optar pelo segundo investimento.

Um ponto notável foi a observação de um estudante sobre a taxa de juros mais elevada no segundo investimento, o que provocou um debate. Foi desenvolvido um trabalho de como converter taxas de juros mensal para anual e vice-versa, demonstrando um processo desconhecido pelos estudantes, que revelaram nunca ter abordado tais conversões em suas lições sobre cálculos de juros durante o ano, o que foi confirmado pela professora responsável.

Um estudante, após fazer cálculos para ambos os investimentos e não chegar a uma conclusão, expressou sua indecisão diante de montantes finais diferentes para períodos de investimento distintos, um para 18 meses e outro para 2 anos, evidenciando a complexidade da decisão sem uma resposta clara sobre qual caminho seguir, como é possível observar na Figura 5.

Figura 5 - Antecipação da resposta esperada na tarefa sobre escolha de aplicação mais vantajosa

A professora Denise tem duas aplicações no banco. A aplicação 1 ela depositou R\$ 1380,00 e o rendimento é determinado pelo juros compostos de 0,9 %a.m. no período de 18 meses. Na aplicação 2 ela depositou R\$ 1250,00 e o rendimento é calculado pelo juros compostos de 13,5% a.a no período de 2 anos. Qual aplicação é mais vantajosa?

2) A pergunta do problema é:
Qual aplicação é mais vantajosa?

3) Plano de ação:

Análise da aplicação 1
1) Dados do problema
 $C = 1\,380,00$
 $i = 0,9\% \text{ a.m.} = 0,009$
 $t = 18 \text{ meses}$
 $L = x$

$M = C + J$
 $M = 1\,380,00 \cdot (1 + 0,009)^{18}$
 $M = 1\,380,00 \cdot (1,009)^{18}$
 $M = 1\,380,00 \cdot 1,17500845\dots$
 $M = 1\,621,51$
Para determinar o lucro
 $J = 1\,621,51 - 1\,380,00$
 $J = 241,51$

Análise da aplicação 1
1) Dados do problema
 $C = 1\,250,00$
 $i = 13,5\% \text{ a.a} = 0,135$
 $t = 2 \text{ anos}$
 $L = x$

$M = C + J$
 $M = 1\,250,00 \cdot (1 + 0,135)^2$
 $M = 1\,250,00 \cdot (1,135)^2$
 $M = 1\,250,00 \cdot 1,288225$
 $M = 1\,610,28$
Para determinar o lucro
 $J = 1\,610,28 - 1\,250,00$
 $J = 360,28$

4) Analisando e respondendo a pergunta de pesquisa:
A aplicação 2 é mais vantajosa para a professora Denise, pois o juros obtido pela aplicação é maior, assim como a taxa de juros.

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

A partir desta tarefa, foi possível observar que os estudantes se sentiram mais motivados a participar da atividade e foi possível observar que 7 estudantes utilizaram as etapas da RP para resolver a questão o que se pode considerar um número alto de pessoas que utilizaram as etapas visto que apenas 9 alunos responderam a questão.

O curioso é que destes 7, apenas 3 deles acertaram a resposta final, dos que erraram foi possível identificar que realizaram os cálculos de forma correta mas ficaram com dúvida na hora de analisar a resposta. Observa-se, na Figura 6, que 2 dos estudantes que utilizaram as etapas da RP e que erraram a resposta final, até pensaram em encontrar o lucro obtido em cada investimento, mas um deles não sabia o que realizar com o número encontrado e o outro estudante errou o valor de uma das aplicações.

Figura 6 - Resposta dos estudantes que erraram a etapa final da RP

Fonte: dados da pesquisa.

Ao discutir com os estudantes sobre o motivo de terem utilizado as etapas da RP, foi uma resposta unânime de que este problema era mais complexo e exigia que se anotassem todas as informações e que se analisasse cada cálculo a ser realizado. A professora disse que não trazia situações problemas neste contexto, as situações que desenvolvidas eram mais simples, em que as taxas estavam sempre na mesma unidade de tempo, sempre com a mesma quantidade de meses ou anos, mudando o valor da taxa de juros e o capital para cada situação apresentada e discutida. Observa-se que os estudantes, embora já tivessem desenvolvido a temática, possuíam compreensão superficial sobre o assunto.

Segundo Gravemeijer (1999), os alunos devem ter a oportunidade de construir sua própria bagagem de conhecimentos matemáticos a partir desse processo de aprendizagem. Nesse contexto, a EMR destaca-se como uma abordagem centrada na construção do conhecimento, não apenas para motivar os alunos com contextos cotidianos, mas sim buscar contextos baseados em experiências reais dos alunos, que possam ser utilizados como pontos de partida para a matematização progressiva.

Na próxima tarefa, aconteceu um fato curioso pois como já foi mencionado os estudantes já haviam estudado o conteúdo de juros compostos e foi desenvolvida apenas uma retomada dos conceitos que já haviam sido abordados. Porém, na terceira tarefa proposta (Figura 7), os estudantes já com conhecimento das etapas da RP, os estudantes não conseguiam terminar a tarefa e os que conseguiram foram fazendo o que chamaram de “estimativas” ou “tentativa e erro”.

Figura 7 - Tarefa envolvendo o tempo de aplicação

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

Nesta tarefa, os estudantes identificaram que não sabiam o que significado de $\log$ e que não haviam estudado isto. Os estudantes alegaram que quando estudaram sobre funções, na primeira série do Ensino Médio, este conteúdo não foi abordado. A professora alegou que por ser licenciada em Física, não se sente confortável para explicar alguns conceitos matemáticos.

Neste sentido, foi necessário abordar o conceito de logaritmo e exponencial para que fosse possível então dar continuidade no desenvolvimento do projeto. Posteriormente, apresentou aos estudantes a antecipação da resposta, como se trabalhava com o logaritmo e as suas propriedades. Na Figura 8 observa-se a previsão de resolução dos estudantes.

Figura 8 - Antecipação da resposta esperada na questão de logaritmos

Vamos fazer este cálculo:

1) Dados do problema:
 $C = 200,00$
 $i = 5\%a. m = 0,05$
 $t = x$
 $M = 2 \cdot C = 2 \cdot 200 = 400,00$
 $\log 2 = 0,30$ e $\log 1,05 = 0,02$

(Enem 2019 PPL) Uma pessoa fez um depósito inicial de R\$ 200,00 em um fundo de investimentos que possui rendimento constante sob juros compostos de 5% ao mês. Esse fundo possui cinco planos de carência (tempo mínimo necessário de rendimento do fundo sem movimentação do cliente). Os planos são:

- Plan
- Plan
- Plan
- Plan
- Plan

1) A pergunta do problema é:
Qual deve ser o tempo de carência para que o montante seja o dobro do capital?

3) Plano de ação:
 $M = C \cdot (1 + i)^t$
 $400 = 200 \cdot (1 + 0,05)^t$
 $\frac{400}{200} = (1,05)^t$
 $2 = (1,05)^t$
Para resolver esta igualdade, utiliza-se os log
 $\log 2 = \log (1,05)^t$
Utilizando propriedade dos logaritmos
 $\log 2 = t \cdot \log 1,05$
Substituindo os dados do problema
 $0,30 = t \cdot 0,02$
 $\frac{0,30}{0,02} = t$
 $t = 15$

4) Analisando e respondendo ao problema:
O plano a ser escolhido deverá ser o Plano B com o tempo de 15 meses.

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

Após o *feedback* desta questão, os alunos apresentaram dúvidas acerca das substituições e das propriedades dos logaritmos.

Freudenthal (1971) aborda que a Matemática como uma atividade humana envolve a resolução e a busca de problemas, além da organização de temas. Para o autor pode ser uma questão da realidade que precisa ser organizada conforme padrões matemáticos para que os problemas reais sejam solucionados, mas também pode ser um assunto matemático, novo ou antigo, que devem ser organizados de acordo com novas ideias para serem melhor compreendidos, em um contexto mais amplo, ou por meio de uma abordagem axiomática.

Na continuidade foram realizadas outras tarefas com os estudantes. Na

Figura 9 é possível de observar o exemplo de uma tarefa que envolve encontrar o tempo e utilizar conceitos de logaritmos.

Figura 9 - Questão 04 envolvendo a utilização de logaritmos

Fonte: arquivo pessoal do pesquisador.

A fim de evitar que fosse apenas uma repetição de procedimentos, se apresentou para os estudantes uma questão que exigisse não apenas a resolução procedimental igual a que haviam feito no dia anterior de aplicação. É possível perceber que nesta questão, não é dado um valor fixo para o capital e para o montante e isto fez com que os estudantes demorassem mais tempo para resolver esta tarefa. Depois de alguns minutos de discussão, foi necessária a intervenção do pesquisador “*quando vocês não sabem o valor de alguma variável, o que vocês utilizam?*” e então os estudantes foram tentando compreender o problema e aplicar os conceitos desenvolvidos.

Foi possível perceber que os estudantes que estavam mais dispostos a participar, se juntaram em um grupo único para resolver a tarefa e que apenas 1 estudante não manifestou interesse em tentar resolver a mesma.

Nesta tarefa, ficou evidenciado que os estudantes já estavam adeptos à utilização das etapas da RP, porém, ainda apresentam resistências em anotar a pergunta do problema e em um número menor de casos, responder a pergunta do problema. Mas no que diz respeito de anotar todos os dados e depois de montar um plano de ação, pode-se perceber que os estudantes se articularam para fazer estas etapas, o que os levou a organizarem o pensamento e traçarem um plano de ação.

Dos 11 estudantes que tentaram realizar a tarefa 8 deles obtiveram sucesso na resolução do problema e todos utilizaram as etapas da RP de forma completa ou quase completa. Dos 3 que erraram a tarefa, todos eles tentaram resolver o problema de forma direta e 2 deles não conseguiram sequer terminar a tarefa.

Na

Figura 10, é apresentado um exemplo de resposta completa, cabe ressaltar que este estudante utilizou todas as etapas da RP em todas as atividades e não errou nenhuma das tarefas da atividade realizada. De acordo com este estudante, a partir desta organização ficava mais fácil de entender qual era o objetivo de cada questão, assim bastava colocar em prática os cálculos.

Figura 10 - Exemplo de tarefa resolvida utilizando todas as etapas da Resolução de Problemas

Atividade 4

1. $P = X$
 $M = 3X$
 $J = 30\% \text{ a.a}$
 $t = ?$

Qual o tempo?

3. $M = P \cdot (1 + i)^t$

$3 = X \cdot (1,3)^t$

$3 = 1,3^t$

$\log 3 = \log 1,3^t$

$\log 3 = t \cdot \log 1,3$

$\frac{\log 3}{\log 1,3} = t$

$\frac{0,4771}{0,0433} \rightarrow$

$t = 11 \text{ a.a}$

4. 11 anos.

Fonte: dados da pesquisa.

Estas tarefas foram planejadas com base na abordagem da EMR utilizando as etapas da RP e foram aplicadas com estudantes que não tem o costume de trabalhar com situações que problemas.

Foi possível identificar que após discussões e reflexões acerca das tarefas, os estudantes começaram a prestar atenção sobre o que estavam lendo e começaram a perguntar sobre as situações serem possíveis de acontecerem ou não. Além disto, a professora responsável pela turma assinalou como positiva a aplicação com esta turma de estudantes pois os fez pensar sobre como resolver as situações que lhe são apresentadas, tornando-os mais críticos sobre as situações problemas.

Sobre as etapas da RP, foi possível identificar que houve um avanço no desenvolvimento das habilidades dos estudantes, pois inicialmente mostram-se resistentes a organização mas, com o desenvolvimento e discussões das tarefas foram aderindo ao método, após uma organização dos dados do problema é possível identificar de forma mais clara sobre o que é para realizar no problema proposto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A integração da EMR e da RP no ensino de Matemática, especialmente quando associada à EF, demonstrou ser uma estratégia pedagógica poderosa e interessante para ser estudada e aplicada no NEM. Os estudantes não apenas avançaram em suas habilidades matemáticas, mas também adquiriram uma compreensão prática de conceitos financeiros essenciais. Esse enfoque prático facilitou a conexão entre teoria e prática, permitindo que os alunos vissem a Matemática como uma ferramenta útil em suas vidas, além de promover uma aprendizagem mais significativa e motivadora.

O estudo destacou como a metodologia adotada promoveu o desenvolvimento de competências essenciais, como o pensamento crítico, a RP, a capacidade de análise e a tomada de decisões baseada em informações concretas. Cabe ressaltar que o processo das etapas da RP causou uma certa dificuldade aos estudantes, pois eles queriam resolver a questão de forma direta sem analisar todos os dados.

O trabalho apresentado oferece *insights* valiosos para educadores e pesquisadores interessados em métodos de ensino que alinham o currículo escolar com as demandas e desafios do mundo real e de acordo com a proposta de currículo do NEM. Além disso, abre caminhos para futuras investigações sobre a eficácia da EMR e da RP em outras áreas do conhecimento e em diferentes níveis de ensino, sugerindo uma abordagem mais holística e integrada à Educação Matemática e ao tema Educação Financeira.

Referências

BLUM, Werner Hans-Joacquin; LEISS, Dominik. “Filling Up” - the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. *In: BOSH, Marianna (Orgs.). Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guixols: ERME. p.1623-1633.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORASI, Rafaella. On the nature of problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 17, n. 2, p. 125- 141, 1986. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3482532>. Acesso em: 13, jun. 2023.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em 20, nov. 2021.

CASTRO, George Anderson Macedo; SANTOS, Cláudia Fernandes Andrade do Espírito; BARATA, Rouziclayde Castelo; ALMOULOU, Saddo Ag. Desafios para o professor de ciências e matemática revelados pelo estudo da BNCC do ensino médio. **REVEMAT**, v. 15, n. 2, p. 1-32, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e73147>. Acesso em: 15, mar. 2022.

CRESWELL, Jhon Ward. **A concise introduction to mixed methods research**. Los Angeles, Sage. 2014.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Enunciados de Tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 452-472, ago. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/5b5gYdsDBdVyqWjKv7wGzmm/>. Acesso em: 12, ago. 2023.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. **Enunciados de tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. 121f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas/UEL, Londrina-PR. 2013. Disponível em: http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Teses/2013_Ferreira_tese.pdf. Acesso em: 24, jun. 2023.

FERREIRA, Susana Machado; BISOGNIN, Vanilde. Resolução de Problemas e a Educação Matemática Realística: contribuições para a Educação Financeira Escolar com professores em Formação Inicial. **REMat**, v. 17, n. 1, p. 1-21, 2020. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/195>. Acesso em: 15, jun. 2023.

FERREIRA, Susana Machado. **Construção de conceitos de Educação Financeira Escolar na Formação Inicial de professores dos Anos Iniciais na perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2020. 210f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana. UFN, Santa Maria-RS. 2020. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFN-1_be74b6d2b4a692726629eb840164d476. Acesso em: 25, abr. 2023.

FREUDENTAL, Hans. Geometry between the Devil and the Deep Sea. In: Educational Studies in Mathematics, Lectures of the Comprehensive School Mathematics Project (CSMP). Conference on the Teaching of Geometry. **Springer Stable**, Vol. 3, n. 4, p. 413-435, 1971. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3482035>. Acesso em: 17 jun. 2023.

FREUDENTHAL, Hans. **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company. 1973.

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company. 1983.

GIORDANO, Cassio Cristiano; ASSIS, Marco Rodrigo da Silva; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. A Educação Financeira e a Base Nacional Comum Curricular. **EM TEIA**, v. 10, n. 3, p. 1-20, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/241442>. Acesso em: 10, fev. 2024.

GRAVEMEIJER, Koen; TERWEL, Jan. Hans Freudenthal a mathematician on didactics and curriculum theory. **Journal of Curriculum Studies**, v. 32, n. 6, p. 777-796, 2000. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/46606480_Gravemeijer_Terwel_2000_Hans_Freudenthal_a_mathematician_on_didactics_and_curriculum_theory_Journal_of_Curriculum_Studies_32_no_6_777-796. Acesso em: 13, ago. 2023.

GRAVEMEIJER, Koen. How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 1, n. 2, p. 155-177, 1999. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15327833mtl0102_4. Acesso em: 13, ago. 2023.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; PANOSSIAN, Maria Lucia. Reflexões sobre o Novo Ensino Médio: possibilidades e desafios. **RIPEM**, v. 11, n. 1, p.5-23, jan./abr. 2021. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/2686> . Acesso em: 2, mar. 2022.

HARMUCH, Daniela; MENDES, Marcele Tavares. Tarefa Matemática para Educação Financeira: uma discussão à luz da Educação Matemática Realística. **PRÁXIS Educacional**, v. 14, n. 29, p. 366-383, jul./set. 2018. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/4117>. Acesso em: 13, jun. 2023.

HARMUCH, Daniela. **Uma proposta de ações didáticas frente ao erro na perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2022. 137f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas/UEL, Londrina-PR. 2022. Disponível em: http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Teses/2022_Harmuch_tese.pdf. Acesso em: 14, jun. 2023.

JÚNIOR, Marco Aurélio Kistemann; GIORDANO, Cassio Cristiano; DAMASCENO, Alexandre Vinícius Campos. Cenários para entender o Novo Ensino Médio no contexto da matemática e da educação financeira escolar. **EM TEIA**, v. 13, n. 3, p. 1-29, 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/254698>. Acesso em: 10, fev. 2024.

KISTEMANN JR, Marco Aurélio; COUTINHO, Cileda Queiroz e Silva; FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. Cenários e desafios da educação financeira com a Base Curricular Comum Nacional (BNCC): professor, livro didático e formação. **EM TEIA**, v. 11, n. 1, p.

1-26, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/243981>. Acesso em: 2, mar. 2022.

LESTER, Frank; KEHLE, Paul. From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. *In*: LESH, Richard; DOERR, Helen. (Orgs.). **Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. p.501-518.

LOPEZ, Juliana Maira Soares. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática**. 2010. 128f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas/UEL, Londrina-PR. 2010. Disponível em: <https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2021/08/LOPEZ-Juliana-Maira-Soares.pdf>. Acesso em: 25, out. 2023.

MENDES, Marcele Tavares. **Utilização da prova em fases como recurso para regularização da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 274f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas/UEL, Londrina-PR. 2014. Disponível em: http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Teses/2014_Mendes_tese.pdf. Acesso em: 25, ago. 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, George. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. Princeton, NJ: Princeton University press. 1957.

RAVEMEIJER, Koeno; DOORMAN, Michiel. Context problems in realistic mathematics education: a calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n. 1, p. 111-129, jun. 1999. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1003749919816>. Acessado em: 18 set. 2023.

STEIN, Mary Kay; BARBARA W. GROVER; HENNINGSSEN, Marjorie. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *America Educational Research Journal*, v. 33, n. 2, p. 455–488, 1996.

TREFFERS, Adrian. **Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, The Netherlands, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. **Assessment and realistic mathematics education**. Utrecht: CD-β Press/Center for Science and Mathematics Education. Utrecht University, 1996.

VERSCHAFFEL, Leiven; GREER, Brian; DE CORTE, Eric. **Making sense of word problems**. Tokyo, Swets&Zeitlinger Publishers, 2000.