



O Pensamento Algébrico presente nas provas do Nível A da OBMEP

Luana Leal Alves¹

Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Thaís Daltoé²

Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES

Crislaine de Anunciação Roveda³

Universidade Federal do Rio Grande – FURG

João Alberto da Silva⁴

Universidade Federal do Rio Grande – FURG

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo geral descrever habilidades referentes ao Pensamento Algébrico presente nas questões das provas dos anos iniciais da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, por meio de um mapeamento das situações empregadas nas questões, a fim de identificar quanto a diversidade de funções propostas. O estudo é de cunho qualitativo tendo como delineamento a pesquisa documental, sendo utilizadas as provas das edições de 2018 e 2019 da Olimpíada direcionadas ao Nível A. Através de um levantamento de todas as questões, foi possível identificar que as cinco categorias referentes às situações de Pensamento Algébrico são contempladas, das quais oito referem-se ao tema. Identificou-se, também, que as imagens utilizadas nas questões possuem, preponderantemente, uma função de suporte para a resolução. De modo geral, as questões analisadas contextualizam as situações referentes ao Pensamento Algébrico, possibilitando estimular o estudo da Álgebra e propalar esses conceitos.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico; OBMEP; Primeiros anos.

The Algebraic Thinking present in the OBMEP Level A tests

Abstract

This article has the general objective of describing skills related to Algebraic Thinking present in the questions of the tests of the initial years of the Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools - OBMEP, through a mapping of the situations used in the questions, in order to identify how much diversity proposed functions. The study is of a qualitative nature, based on documentary research, using evidence from the 2018 and 2019 editions of the Olimpíada directed at Level A. Through a survey of all the questions, it was possible to identify

Submetido em: 15/01/2023

Aceito em: 07/07/2023

Publicado em: 14/08/2023

¹ Doutoranda em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Professora de Matemática na Rede Pública Municipal de Pelotas. Endereço para correspondência: Avenida Itália, km 8, Carreiros, Rio Grande – RS, CEP: 96203-900. E-mail: luanalealalves@furg.br.

² Doutoranda em Ensino pela Universidade do Vale do Taquari. Pedagoga no Instituto Taise Agostini. Endereço para correspondência: UNIVATES - Av. Avelino Talini, 171 – Universitário, Lajeado – RS, 95914-014. E-mail: thaís.daltoa@universo.univates.br.

³ Doutoranda em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Professora na Rede Privada e Pública Municipal de Pelotas. Endereço para correspondência: Avenida Itália, km 8, Carreiros, Rio Grande – RS, CEP: 96203-900. E-mail: crislaine@furg.br.

⁴ Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professor da Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Endereço para correspondência: Avenida Itália, km 8, Carreiros, Rio Grande – RS, CEP: 96203-900. E-mail: joaosilva@furg.br.

that the five categories referring to situations of Algebraic Thinking are contemplated, of which eight refer to the theme. It was also identified that the images used in the questions have, predominantly, a support function for the resolution. In general, the analyzed questions contextualize the situations related to Algebraic Thinking, making it possible to stimulate the study of Algebra and spread these concepts.

Keywords: Algebraic Thinking; OBMEP; Early Years.

El Pensamiento Algebraico presente en las pruebas OBMEP Nivel A

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo general de describir las habilidades relacionadas con el Pensamiento Algebraico presentes en las preguntas de las pruebas de los años iniciales de la Olimpiada Brasileña de Matemática de las Escuelas Públicas - OBMEP, a través de un mapeo de las situaciones utilizadas en las preguntas, con el fin de identificar cuanta diversidad de funciones propuestas. El estudio es de carácter cualitativo, basado en una investigación documental, utilizando evidencias de las ediciones de 2018 y 2019 de la Olimpiada dirigida al Nivel A. A través de una encuesta de todas las preguntas, fue posible identificar que las cinco categorías referentes a situaciones de Se contemplan el Pensamiento Algebraico, de los cuales ocho se refieren al tema. También se identificó que las imágenes utilizadas en las preguntas tienen, predominantemente, una función de apoyo a la resolución. En general, las preguntas analizadas contextualizan las situaciones relacionadas con el Pensamiento Algebraico, lo que permite estimular el estudio del Álgebra y difundir estos conceptos.

Palabras clave: Pensamiento Algebraico; OBMEP; Primeros Años.

Introdução

Nota-se que o ensino de Matemática é alvo de constantes discussões por educadores e pesquisadores, isso se dá pelo baixo rendimento dos estudantes que se evidencia a partir de elevados índices de reprovações e desinteresse com a disciplina. O Relatório do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Alunos – Pisa (BRASIL, 2018) apontou na edição de 2018, que 68,10% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática, o mínimo para o exercício pleno da cidadania.

Para reverter esse quadro, várias ações vêm sendo desenvolvidas nas escolas visando a melhoria do ensino. Nesta perspectiva, em 2005, surge a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que é um projeto nacional direcionado às escolas públicas e privadas, promovida pelo Ministério da Educação (MEC) e o Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações (MCTI), com realização do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

Segundo os organizadores da OBMEP (2020), a realização da prova tem como objetivo:

- 1) Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil;
- 2) Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- 3) Promover a difusão da cultura Matemática;
- 4) Identificar jovens talentos;
- 5) Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- 6) Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Uma das principais finalidades da OBMEP é propiciar a motivação nos alunos, com relação à Matemática. Pesquisas sobre o assunto (ALVES, 2010; LIELL; BAYER, 2020) apontam que a OBMEP estimula os estudantes ao estudo de Matemática e permite a melhoria na qualidade de ensino da disciplina nas escolas públicas.

O público-alvo da OBMEP é composto por alunos dos anos iniciais até o último ano do Ensino Médio. As provas são realizadas anualmente em duas fases, para o Nível 1, Nível 2 e Nível 3 e em uma fase para no Nível A. Compõe o nível A os 4º e 5º anos dos anos iniciais, o Nível 1 é composto pelos 6º e 7º anos, o Nível 2 pelos 8º e 9º anos e o Nível 3 pelos três anos do Ensino Médio.

Quanto ao Nível A, destaca-se que este foi incluído nas edições da Olimpíada a partir do ano de 2018, com a realização da primeira edição chamada “Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – Nível A”, com alunos regularmente matriculados em escolas públicas municipais, estaduais e federais brasileiras. A prova direcionada aos anos iniciais, diferentemente da proposta aos outros níveis, é composta por somente uma fase. As questões objetivas foram elaboradas de acordo com o que estava previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) para alunos deste nível escolar, no qual discorrem principalmente uma abordagem referente ao desenvolvimento do raciocínio lógico.

A partir da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), a Álgebra é vista como uma unidade temática desde o Ensino Fundamental e com isso, estudos sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico vem se desenvolvendo e ganhando destaque, com intencionalidade e clareza.

Assim, este artigo tem por objetivo descrever habilidades referentes ao Pensamento Algébrico presente nas questões das provas dos anos iniciais da OBMEP, por meio de um mapeamento das situações empregadas nas questões, a fim de identificar quanto a diversidade de funções propostas.

A seguir, apresenta-se o referencial teórico deste estudo, o qual aborda sobre o Pensamento Algébrico na perspectiva de Blanton e Kaput (2005) e Beck e Silva (2015; 2019a) e sobre a OBMEP como uma política pública segundo Rodrigues (2010) e Delgado (2011).

Pensamento Algébrico presente nas provas dos anos iniciais da OBMEP

Estudos sobre Pensamento Algébrico, nos últimos anos, vem ganhando interesse em pesquisas sobre Educação Matemática, especificamente, nos anos iniciais (BECK, 2018; FERREIRA, RIBEIRO e RIBEIRO, 2016; REHFELDT, QUARTIERI e GIONGO, 2018), e a definição mais usual adotada por pesquisadores, segundo Beck e Silva (2015), para o Pensamento Algébrico é a de Blanton e Kaput (2005) que definem como “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413, traduzido pelos autores).

Ainda, com uma definição semelhante, Cyrino e Oliveira (2011) consideram o Pensamento Algébrico como uma maneira de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, bem como às relações existentes entre eles, além da resolução de problemas no contexto de generalização destes objetos. Dessa forma, entende-se neste estudo que o Pensamento Algébrico se relaciona à capacidade de estabelecer generalizações matemáticas de situações singulares, sendo uma maneira de estruturar o pensamento, tornando possível desenvolver desde os anos iniciais, por meio de palavras ou símbolos.

Ponte (2006) destaca que o Pensamento Algébrico pode ser definido não somente como a capacidade de compreender e realizar atividades que envolvem funções ou cálculo algébrico, mas sim as relações entre o conceito dessas ferramentas e a sua relação. Em consonância com Blanton e Kaput (2005), o autor considera o Pensamento Algébrico como “a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios” (PONTE, 2006, p. 12), articulando-as entre si.

Destaca-se que o Pensamento Algébrico possui duas grandes vertentes que são a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional (BLANTON E KAPUT, 2005) as quais são consideradas como as formas mais empregadas de raciocínio algébrico nos anos iniciais. Blanton e colaboradores (2015) expandem essa classificação e definem que a Aritmética Generalizada possui duas situações que a determinam e a compreendem, sendo elas: Equilíbrio Algébrico e Generalização Algébrica. Quanto ao Pensamento Funcional, este possui três situações: Recursividade Algébrica, Padrão Algébrico e Proporcionalidade Algébrica.

A Aritmética Generalizada se caracteriza pela generalização das operações e o raciocínio a partir da relação entre os números. Segundo Blanton *et al.* (2015), a Aritmética Generalizada permite que os alunos aprofundem sua compreensão aritmética observando e representando regularidade e estrutura em suas operações em números, bem como justificar e raciocinar com essas generalizações.

O Equilíbrio Algébrico remete à ideia de igualdade e equilíbrio entre duas partes, Beck e Silva (2015) destacam que “o que caracteriza esta noção de equilíbrio é o fato de haver um valor desconhecido que torna verdadeira uma igualdade entre duas quantidades” (BECK; SILVA, 2015, p. 1426). É conseguir entender, por exemplo, que $7 + _ = 10$, dessa forma, o sinal de igualdade representa o equilíbrio entre as partes.

Já a Generalização Algébrica expressa a ideia da propriedade comutativa da adição, ou seja, $3 + 7 = 7 + 3$, pois a ordem de apresentação das parcelas não altera o equilíbrio devido ao princípio da comutatividade. Esta compreensão, conforme estudos de Beck (2018), pode estar presente em diferentes níveis de representação em cada sujeito.

Em relação a igualdade, Ponte, Branco e Mattos (2009) ressaltam sobre a importância que esse conceito desempenha na Matemática, uma vez que se faz fundamental para compreender o conceito de equivalência. Os autores ressaltam que “a igualdade ou equivalência matemática é sempre relativa apenas a uma certa propriedade” (PONTE; BRANCO; MATTOS, 2009, p. 19). Barbosa, Ribeiro e Pazuch (2020) abordam em seu estudo os diferentes significados do sinal de igualdade e o desenvolvimento do pensamento algébrico com professoras. Os autores evidenciam que os significados deste elemento matemático não são sempre assimilados e afirmam que “as professoras passaram a compreender os diferentes significados do sinal de igualdade” após a intervenção realizada (BARBOSA; RIBEIRO; PAZUCH, 2020, p. 94), ampliando seus conhecimentos para além do significado operacional.

O Pensamento Funcional apresenta a ideia de associação entre duas grandezas, em que se expressa a relação entre elas. Para Blanton *et al.* (2015) “o pensamento funcional envolve generalizar relações entre quantidades variáveis e representar e raciocinar com essas relações por meio de linguagem natural, notação algébrica (simbólica), tabelas, e gráficos” (BLANTON *et al.*, 2015, p. 43, tradução dos autores). Ainda, Canavaro (2007, p. 90) ressalta que o Pensamento Funcional se dá na descrição de regularidades, de modo a “comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão”,

ocorrendo a generalização de padrões que descrevem relações funcionais. Segundo Blanton *et al.* (2015), o Pensamento Funcional pode ser apresentado por meio de três situações: Recursividade Algébrica, Padrão Algébrico e Proporcionalidade Algébrica.

A Recursividade Algébrica implica perceber traços de previsibilidade em resultados por meio de uma regra de associação entre duas variáveis (BECK, 2018), sendo a concepção de variável empregada em situações que envolvam sequências e repetições, com o intuito de preencher o elemento faltante.

A ideia de Padrão Algébrico, de acordo com Beck e Silva (2019b, p. 199) “está ligada principalmente com a capacidade de transformar a recursividade de um processo em uma regra geral, sendo uma das habilidades mais sofisticadas de pensamento algébrico”, ou seja, quando o sujeito consegue estabelecer uma regra para uma recursividade, não sendo necessária criar uma representação.

Já a Proporcionalidade Algébrica se aproxima de situações que envolvem a noção de razão e proporção (BECK; SILVA, 2019b), ou seja, busca descobrir um valor desconhecido através de uma regra que relaciona grandezas proporcionais. Dessa forma, relacionamos duas grandezas com um valor desconhecido que precisa ser encontrado.

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

A fim de cumprir com os planos e metas para a Educação, propostos pelo Governo, se estabelecem uma série de políticas públicas, que são compreendidas como um “processo, composto por um conjunto de atividades (“etapas” ou “estágios”) que visam atender às demandas e interesses da sociedade” (RODRIGUES, 2010, p. 47). Para Delgado (2011), a partir das políticas públicas, há a proposição de provocar alterações tanto no interior da escola como no desenvolvimento do trabalho escolar, o que é previsto pela OBMEP, pois busca-se proporcionar aos estudantes a motivação para o estudo da Matemática.

Considera-se, portanto, que a OBMEP, configura-se como uma política pública educacional visto que, possui como um dos objetivos “contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade” (OBMEP, 2020). Salienta-se que a OBMEP possui seus objetivos alicerçados e definidos em conjunto com o poder público, a fim de, aprimorar o que vem sendo realizado nas salas de aula das instituições escolares. Nesse sentido, a Olimpíada é uma ação de política pública, considerando que possui, “uma

ação intencional, com objetivos a serem alcançados” (SOUZA, 2006, p. 36), uma vez que ela possui objetivos próprios em sua proposta.

Souza (2006, p. 36-37) ainda destaca que, embora a política pública possua “impactos no curto prazo, é uma política de longo prazo” além de envolver “processos subsequentes após sua decisão e proposição, ou seja, implica também implementação, execução e avaliação”. Nesse sentido, para a OBMEP (2020), com a aplicação das provas, cria-se a possibilidade de que professores e estudantes estejam envolvidos no decorrer do processo de aplicação da prova. Vinculando-se aos demais programas criados com a finalidade de proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa no âmbito da Matemática e desenvolver jovens talentos.

Dentre os programas vinculados à OBMEP, pode-se citar o Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), desenvolvido com a finalidade de proporcionar aos alunos que foram premiados nas edições anteriores o “contato com interessantes questões no ramo da Matemática, ampliando o seu conhecimento científico e preparando-o para um futuro desempenho profissional e acadêmico” (OBMEP, 2020). Observa-se também ações como o Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI), dentre outros.

Podem inscrever-se escolas públicas ou privadas de todo território brasileiro que possuam turmas nos diferentes níveis da Educação Básica. O público-alvo da OBMEP são alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio. Compreende-se que há muitas noções matemáticas a serem exploradas nos diferentes níveis de ensino, sendo essas estipuladas e prescritas por meio de diferentes documentos norteadores para a Educação Básica.

Com o intuito de descrever as situações referentes ao Pensamento Algébrico presentes nas questões das provas dos anos iniciais, inicialmente realizou-se um estudo a fim de verificar qual documento legal foi utilizado para a elaboração das provas. Observou-se (OBMEP, 2020) que as provas do Nível A, foram estruturadas com base nos conteúdos presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997). Nos PCN, não é perceptível referências sobre o ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, entretanto é mencionado à “pré-álgebra” que, segundo Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016) refere-se ao desenvolver-se nos primeiros anos, porém com foco principal nos anos finais.

Todavia, de acordo com o documento vigente, a BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de Álgebra ganha destaque, pois é compreendida como uma das Unidades Temáticas a serem desenvolvidas durante todos os anos iniciais do Ensino Fundamental. De acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 5) “a iniciação ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, portanto, pode ocorrer já desde os primeiros anos de escolarização”, como preconiza a BNCC. Apesar das provas no Nível A terem sido elaboradas com base em conteúdos referente aos PCN, entendemos que o Pensamento Algébrico pode ser percebido nas avaliações da OBMEP.

Metodologia

A pesquisa se enquadra como qualitativa (TRIVIÑOS, 1987), pois possui uma abordagem significativa, o que é o caso desta investigação na qual se descreve as questões da OBMEP, tendo como base a percepção do fenômeno dentro do seu contexto. Quanto à natureza dos objetivos, trata-se de uma abordagem descritiva pois, de acordo Triviños (1987, p. 110, aspas do autor), “o estudo descritivo pretende descrever “com exatidão” os fatos e fenômenos de determinada realidade”, enquadrando-se neste estudo que possui a intenção de descrever o Pensamento Algébrico presente nas questões por meio de um mapeamento das situações empregadas nas provas, dos anos iniciais, da OBMEP a fim de classificar quanto à diversidade de funções propostas. Tem-se, portanto, como instrumento para coleta de dados o documento das provas da OBMEP Nível A, delineando o seguinte trabalho como pesquisa documental (GERHARDT; SILVEIRA, 2009) reconhecida por ser realizada através de documentos considerados cientificamente autênticos.

O método de coleta de dados utilizado é a análise documental (LÜDKE; ANDRÉ, 2017), visto que, utiliza-se as provas dos anos de 2018 e 2019 da OBMEP direcionadas ao Nível A, totalizando 35 questões. Desde sua criação, a Olimpíada destinada para o Nível A foi realizada apenas nestes anos, pois por conta da Pandemia que acometeu o mundo inteiro, em 2020 não houve a edição da OBMEP. Desse modo, realizou-se um mapeamento de todas as questões referentes ao Pensamento Algébrico presentes nas provas da OBMEP analisadas, das quais oito relacionavam-se com o tema proposto. A seguir será apresentado, de forma descritiva, as situações encontradas que estão delineadas em categorias *a priori*, sendo elas: Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional.

Para proceder à análise dos dados, descreve-se, a seguir, as atividades referentes às classificações dos cinco tipos possíveis de situações relativas ao Pensamento

Algébrico, para cada tipo de situação se apresentará imagens, identificadas nas questões das provas da OBMEP, destaca-se que todas as questões analisadas são objetivas, possuindo cinco alternativas para a resolução da mesma.

Análise dos dados

Em relação à primeira categoria, encontrou-se três questões relacionadas à Aritmética Generalizada, dentre as quais duas questões referem-se ao Equilíbrio Algébrico e uma à Generalização Algébrica. Partindo da afirmação de Beck e Silva, o que caracteriza a noção de equilíbrio é “o fato de haver um valor desconhecido que torna verdadeira uma igualdade entre duas quantidades” (2019a, p. 1426). Dessa forma, identificou-se duas questões que procuram o valor desconhecido por meio da resolução de um problema que aborda igualdade entre duas quantidades, que podemos verificar a seguir:

Figura 1 - Questão com situação de Equilíbrio Algébrico

12. Os 10 bombons da balança têm o mesmo peso.
Quantos gramas pesa cada um?



- A) 40
- B) 50
- C) 60
- D) 80
- E) 100

Fonte: OBMEP, 2018.

A questão 12 traz uma imagem colorida de uma balança de equilíbrio que possui um braço em cada lateral. No caso da figura correspondente à questão, esses braços estão estáveis, pois possuem o mesmo peso, proporcionando assim, que fiquem em equilíbrio. Observa-se que um dos lados há oito bombons, e o outro, um peso que equivale a 300 gramas e mais dois bombons. A pergunta refere-se ao peso de cada um dos bombons.

Para a resolução da questão, é necessário quantificar os bombons em cada um dos lados da balança e compreender que seis bombons equivalem a 300 gramas, dividindo esse valor por seis, o que resultaria em 50 gramas. Porém, apesar da pergunta referir-se ao peso de cada um dos bombons, a criança precisa reconhecer, apoiado pelo desenho que a representa, que se trata de uma igualdade entre os dois lados da balança.

Nota-se que se trata de uma situação bastante complexa, pois inicialmente, ela mobiliza a ideia de equilíbrio algébrico, entretanto, a imagem evidencia um equilíbrio entre dois conjuntos enquanto a demanda é pelo valor de apenas um dos elementos. Além disso, em um dos conjuntos há elementos de diferentes naturezas, os bombons e o peso. De fato, é preciso identificar que 8 bombons são iguais a 2 bombons + 300 gramas. A partir daí é necessário evoluir para o raciocínio de que então 6 bombons equivalem a 300 gramas, o que permite calcular que cada um pesa 50 gramas, levando a alternativa B como gabarito.

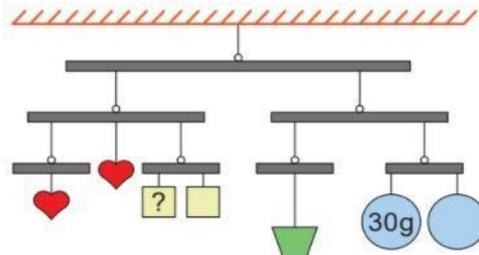
Percebe-se que há aí a caracterização do sistema de equações a partir da ideia de Equilíbrio de Algébrico, o que torna o grau de dificuldade bastante elevado em função da necessidade de construção de um pensamento que exige diversas etapas de raciocínio, porém compreende-se que essa habilidade de fato não é desenvolvida nos anos iniciais, mas sim nos anos posteriores, como, 8º ano o Ensino Fundamental, mas introdutoriamente é apresentada a partir de questões relativas ao Pensamento Algébrico.

Neste caso, ressalta-se que a imagem utilizada para ilustrar a questão, possui um papel de suporte na resolução da situação visto que o aluno precisa apoiar-se nela, para realizar a contagem de bombons, bem como realizar a leitura do valor que o peso representa. Marques *et al.* (2020), diferenciam as ilustrações em provas de avaliação externa, evidenciando que há imagens de decoração, ilustração e de suporte. Segundo os autores, as imagens de suporte são utilizadas como complemento nos enunciados a fim de ajudar a solucionar as atividades. Além disso, salienta-se que o texto referente ao enunciado pode ser considerado simples e de fácil acesso aos estudantes, esclarecendo que os dez bombons presentes na imagem possuem o mesmo peso. Assim como na questão 12, observa-se que a questão 15, apresentada a seguir, também aborda uma situação que se refere ao Equilíbrio Algébrico utilizando-se de um móbile que está em equilíbrio, por possuir massas iguais.

Figura 2 - Questão com situação de Equilíbrio Algébrico

15. O móbile abaixo, pendurado no teto, está em equilíbrio, isto é, as barras cinzas estão na posição horizontal. Objetos iguais têm pesos (massas) iguais. Quanto pesa o objeto indicado pelo ponto de interrogação?

- A) 15g
- B) 20g
- C) 30g
- D) 45g
- E) 50g



Fonte: OBMEP, 2019.

Observa-se que o Equilíbrio Algébrico é apresentado de modo ainda mais complexo, que na questão anterior, pois o enunciado afirma que o móbile está em equilíbrio e que os objetos nele têm massas iguais, além disso tem-se mais informações textuais no enunciado. Dessa forma, busca-se o valor desconhecido do objeto indicado pelo ponto de interrogação. A partir disso, a criança precisa encontrar o valor, em gramas, do objeto indicado pelo ponto de interrogação.

A imagem é colorida e utiliza-se de figuras variadas, como coração (figura vermelha), círculo (figura azul), quadrado (figura amarela) e trapézio (figura verde), indicando que cada figura igual corresponde ao mesmo peso. Percebe-se que uma das figuras azuis tem 30 gramas e o móbile que a segura está em equilíbrio, logo a outra figura azul também terá 30 gramas, sendo assim pode-se afirmar que a figura verde pesa 60 gramas, pois este lado do móbile está em equilíbrio com o lado das figuras azuis. Assim, o móbile maior do lado direito pesa ao total 120 gramas.

Como o móbile do lado esquerdo está em equilíbrio com o do lado direito, pode-se afirmar que ele também possui 120 gramas. Para descobrir o valor do ponto de interrogação é preciso analisar que um coração equivale ao mesmo peso dos dois quadradinhos, logo substituindo cada coração por dois quadradinhos tem-se um total de seis quadrados, desta forma o valor do ponto de interrogação é 20 gramas.

Note-se, nesta atividade, que para a resolução da situação é necessária uma compreensão inicial da ideia de equilíbrio, mas que se complexifica na medida em que demanda um número significativo de inferências. Segundo Piaget (1974), inferência é a capacidade de deduzir, a partir de dados iniciais, um resultado ou consequência. Nesta questão da OBMEP, é necessário inúmeras inferências intermediárias para se chegar ao

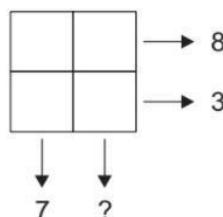
resultado final. Cada inferência necessária torna o raciocínio mais sofisticado e eleva o grau de dificuldade da questão.

Já as situações que envolvem a Generalização Algébrica, segundo Blanton e Kaput (2005) tem-se referência das propriedades gerais da Aritmética, como por exemplo a comutatividade. A atividade que envolve essa situação é vista, apenas, na prova de 2018 que pode ser vista a seguir:

Figura 3 - Questão com situação de Generalização Algébrica

13. Carlos escreveu um número em cada uma das quatro casas do tabuleiro ao lado. A soma dos números escritos na primeira linha é 8, na segunda linha é 3 e na primeira coluna é 7. Qual é a soma dos números que Carlos escreveu na segunda coluna?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 11



Fonte: OBMEP, 2018.

Nessa questão apresenta-se um tabuleiro com quatro casas, sendo que a soma da primeira linha resulta em oito, da segunda linha em três, já na primeira coluna obtém-se, ao fazer a adição, sete e busca-se encontrar o resultado da segunda coluna. Observa-se que o enunciado da questão é longo, de modo a fornecer ao estudante informações iniciais sobre a atividade, para se trabalhar com o raciocínio aritmético e depois desenvolver a generalização. A imagem presente nesta questão corrobora com o que é descrito no enunciado, e proporciona apoio para resolução da atividade, sendo exibida no formato preto e branco.

Percebe-se que é explorado a noção de comutatividade, visto que se o aluno colocar $6 + 2$ ou $2 + 6$ ele obtém na primeira linha 8 e isso acontece para as outras situações presentes nessa atividade, porém destaca-se que há outras maneiras que o estudante chegue ao resultado 8 e mantenha as condições presentes no quadrado.

O enunciado traz que a soma dos números escritos na primeira linha é oito, porém não sabe-se que números são esses, assim pode-se realizar este processo de raciocínio através de uma equação de primeiro grau com duas variáveis, ou seja, $a + b = 8$. Já na segunda linha tem-se que a soma dos números é igual a três, então $c + d = 3$. Para as colunas, precisa-se compreender que a adição entre os algarismos resulta em sete, logo teremos que $a + c = 7$ e

na segunda coluna não se sabe o valor de sua soma e é o que se busca encontrar, assim tem-se que $b + d = ?$. Desse modo, chega-se a quatro equações que para resolvê-las demanda um complexo sistema de equações.

Observa-se, que as questões que abordam o Equilíbrio Algébrico faz referência a ideia de um sistema de equações, não como objetivo de resolver esse sistema, mas utilizado como forma de compreender a situação. Nestas atividades não usadas questões simples ou introdutórias, pois dependem de múltiplas interferências e relações, o qual envolve o Pensamento Algébrico em níveis bastante sofisticados.

Em relação à segunda categoria do Pensamento Algébrico, pôde-se encontrar nas provas analisadas, cinco questões que envolvem o Pensamento Funcional, dentre as quais duas abordam a situação de Recursividade Algébrica, duas de Proporcionalidade Algébrica e uma de Padrão Algébrico.

Observa-se na questão 8, presente na prova de 2018, a situação que abrange a Recursividade Algébrica:

Figura 4 - Questão com situação de Recursividade Algébrica

- 8.** Beatriz faz aniversário 17 dias depois de seu colega Antônio. Neste ano o aniversário de Antônio será domingo. Em que dia da semana será o aniversário de Beatriz?
- A) Sábado
 - B) Domingo
 - C) Segunda-feira
 - D) Terça-feira
 - E) Quarta-feira

Fonte: OBMEP, 2018.

A questão traz uma situação que envolve dias da semana e para resolver essa atividade o estudante consegue aplicar a ideia de recursividade, pois, sendo o aniversário de Antônio no domingo e o de Beatriz 17 dias após, pode-se pensar que a regra presente nessa atividade é domingo + 17, porém ao pensar mais sete dias tem-se novamente domingo, então os 14 dias após o aniversário de Antônio também equivale a domingo, sendo assim precisa-se somar domingo mais três, de modo a identificar quando será o aniversário de Beatriz.

Neste sentido, a ideia de recursividade se dá através da relação da estrutura inicial para compreender quem é o elemento procurado. Além disso, percebe-se que essa atividade

requer um conhecimento adicional das grandezas e suas medidas, tanto de contagem como de tempo, considerando que a semana possui sete dias, ou seja, cada vez que somar sete dias obtém-se o mesmo dia da semana em que essa contagem se iniciou.

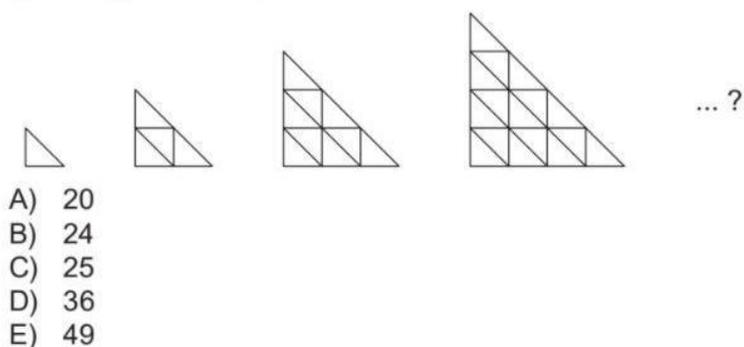
Observa-se que esta é a única questão analisada que não possui imagem, seja com função estética para ilustrar o que está sendo enunciado ou então para dar suporte ao aluno no momento da resolução. O enunciado apresentado fornece todas as informações para que o aluno prossiga na resolução.

Na questão apresentada, observa-se que o estudante necessita perceber qual o resultado a partir de casos que envolvam uma regra de associação entre duas variáveis, indo ao encontro do que é proposto por Beck (2018), no que se refere a Recursividade Algébrica. De certo modo, essa situação apresenta-se sequências repetitivas ou recursivas com o intuito de identificar o elemento faltante ou proporcionar o seguimento à sequência.

A situação referente a Figura 5 é um extrato da prova realizada no ano de 2018, demonstra uma sequência formada por triângulos pequenos, no qual quatro figuras de apoio são utilizadas.

Figura 5 - Questão com situação de Recursividade Algébrica

10. As figuras da sequência abaixo são formadas por triângulos pequenos. A quarta figura tem 16 triângulos. Mantendo esse padrão, quantos triângulos pequenos tem a quinta figura da sequência?



Fonte: OBMEP, 2018.

Na imagem, observa-se que a sequência de triângulos é composta por: um triângulo pequeno, a segunda por quatro, a terceira com nove triângulos e a quarta com 16. Busca-se com essa atividade manter o padrão utilizado entre as figuras a fim de descobrir qual seria a quantidade de triângulos pequenos utilizados na quinta figura que viria a seguir. Essa

atividade trata-se de uma situação de Recursividade Algébrica, pois para continuar a sequência, apresentada na figura, é necessário recorrer às imagens anteriores.

Para aproximar-se da solução desta situação é preciso atentar ao tamanho dos lados dos triângulos pequenos e daqueles maiores que surgem da composição dos menores. Note-se que é importante identificar que se tratam especificamente de triângulos retângulos isósceles, isto é, os catetos ou lados que formam o ângulo de 90° são do mesmo tamanho. Na primeira figura tem-se apenas um triângulo, na segunda imagem, o triângulo maior tem seus catetos formados pelo equivalente a duas vezes o cateto dos triângulos menores. Na terceira figura é possível notar que os lados que fazem o ângulo reto do triângulo maior medem 3 vezes o tamanho do cateto do triângulo menor. Há uma relação parte/todo nesta composição em forma de caleidoscópio que caracteriza uma homotetia.

A percepção dessa relação de construção permitirá inferir qual a regra de construção da sequência, entretanto, a demanda não se restringe a identificar o padrão de construção. É preciso prever como será a próxima composição. Note que isso ainda não é o bastante. Ainda que a regra de progressão da sequência seja linear, em iteração +1, para chegar-se a totalidade de triângulos menores que compõem a quinta figura da sequência. Entretanto, a regra não é de uma progressão aritmética, mas geométrica, isto é, após a figura composta de 16 pequenos triângulos, a próxima terá 25.

Observa-se na Figura 6, extraída da prova realizada no ano de 2019, a proposta na qual o sujeito poderá estabelecer uma regra para que encontre a resolução do problema. Na figura analisa-se uma mesa quadrangular disposta com 4 cadeiras, no decorrer do processo mais uma mesa é inserida a fim de aproximar as pessoas e aumentar o número de vagas dispostas à mesa.

Figura 6 - Questão com situação de Padrão Algébrico

8. As mesas da cantina da escola são quadradas, e ao redor de cada uma delas cabem quatro cadeiras, como mostra a figura da esquerda. Quando duas mesas estão juntas, há lugar para 6 cadeiras, como na figura à direita.



Para a festa do dia das crianças, as professoras juntaram as 10 mesas que havia na cantina, formando uma única mesa comprida. Quantas cadeiras puderam ser colocadas ao redor dessa mesa comprida?

- A) 20
- B) 22
- C) 30
- D) 32
- E) 40

Fonte: OBMEP, 2019.

Observa-se que em estudos propostos por Blanton e Kaput (2005) e Beck e Silva (2020), ocorreu a realização de atividade semelhante a essa com alunos, no qual os mesmos puderam realizar esta atividade contando com materiais de suporte a fim de viabilizar a atividade proposta. Na atividade proposta pela OBMEP, observa-se a presença de uma imagem ilustrativa, relacionada com o que está proposto na atividade. A partir dessa imagem expressa das cadeiras e mesas, o aluno poderá observar o padrão estabelecido. Porém é comum que a criança ao realizar este tipo de atividade precise desenhar o que foi solicitado, ou seja, ela precisa do desenho das 10 mesas para visualizar a situação.

É possível, através de um padrão, descobrir quantas cadeiras estariam disponíveis ao juntar 10 mesas, pois há uma regra que poderá ser empregada. Segundo Beck (2018), situações como esta proporcionam que a criança formule uma explicação a partir de uma regra funcional. Afinal, a cada mesa colocada junto ao acréscimo de duas cadeiras, considerando que um dos lados da mesa ficará ocupado ao encostar os lados da mesa, ou seja, ao multiplicar o número de mesas por dois e acrescentar mais duas cadeiras chega-se em uma regra para este problema. Logo, para esta atividade pode-se escrever um Padrão Algébrico apresentado a partir de $2n + 2$, onde n é o número de mesas.

No que se refere à situação da Proporcionalidade Algébrica, encontrou-se duas questões presentes nas provas da OBMEP. A primeira atividade apresentada a seguir refere-se ao ano de 2018.

Figura 7 - Questão com situação de Proporcionalidade Algébrica

4. Quando a irmã de Geraldo nasceu ele tinha 5 anos. Hoje sua irmã faz 9 anos. Quantos anos tem Geraldo?

- A) 5
- B) 9
- C) 10
- D) 14
- E) 16



Fonte: OBMEP, 2018.

Observa-se na Figura 7, que a situação principal é descobrir quantos anos possui Geraldo. Para isso, há dois valores disponíveis referindo-se à idade que sua irmã possui nos dias atuais e um valor referente à idade que Geraldo possuía quando sua irmã nasceu. A partir desses valores busca-se descobrir um valor desconhecido. Nesse sentido observa-se que a situação envolve uma noção de razão e proporção buscando descobrir o valor desconhecido com base em lidar com regras de associação entre grandezas proporcionais.

Buscando encontrar a idade de Geraldo, tem-se que quando sua irmã nasceu, ele tinha cinco anos, logo consegue-se obter uma equação que expressa esta afirmação: $G = I + 5$. O enunciado traz, também, que atualmente sua irmã tem nove anos, assim temos que $I = 9$, substituindo I na equação inicial tem-se que $G = 9 + 5$, resolvendo esta adição obtém-se $G = 14$. Logo, Geraldo tem 14 anos e, essa afirmação é compreendida a partir da busca de um valor desconhecido e ao utilizar associação entre grandezas, neste caso as idades entre Geraldo e sua irmã.

Nesta questão observa-se que a imagem utilizada apresenta um bolo, balões e vela referente a idade que a irmã de Geraldo está fazendo. Percebe-se que a vela utilizada representa o algarismo nove e é uma das alternativas presentes como resultado, o que pode influenciar ao erro. Trata-se de uma imagem decorativa, que segundo Marques et al. (2020), é entendida como um elemento distrator, já que não estabelece nenhuma relação com a questão. Além disso, caso essa ilustração seja suprimida em nada influencia na solução.

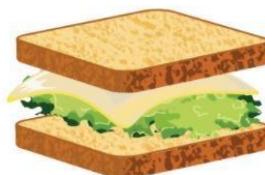
A Figura 8, referente à situação presente na prova do ano de 2019, corresponde também à Proporcionalidade Algébrica. Nesta atividade observa-se que a razão e a

proporção são utilizadas para a resolução da questão que se refere a quantos sanduíches são possíveis de preparar com dois pacotes e meio de pão, já que é apresentado no enunciado que um pacote de pão de forma tem 24 fatias e, pela imagem compreende-se que para cada sanduíche são necessários dois pães, busca-se descobrir quantos sanduíches podem ser preparados usando dois pacotes e meio de pão.

Figura 8 - Questão com situação de Proporcionalidade Algébrica

6. A mãe de Vera está preparando sanduíches para um passeio, iguais ao da figura. Um pacote de pão de forma tem 24 fatias. Quantos sanduíches ela pode preparar com dois pacotes e meio de pão?

- A) 24
- B) 26
- C) 30
- D) 34
- E) 48



Fonte: OBMEP, 2019.

Essa questão faz inferência a um valor desconhecido e para isso pode-se pensar a razão e proporção para resolvê-la, pois se cada pacote possui 24 fatias e para preparar um sanduíche são necessárias duas fatias, tem-se que cada pacote resulta em 12 sanduíches. Com dois pacotes e meio de pães, teremos ao total 60, já que cada pacote apresenta 24, então dois pacotes são iguais a 48 e mais a metade de um pacote é 12. Desta forma pode-se analisar, através da regra de razão e proporção, que:

$$\begin{array}{l} 24 \text{ pães} \text{ -----} 12 \text{ sanduíches} \\ 60 \text{ pães} \text{ -----} \quad \quad \quad x \end{array}$$

Nota-se que os pães e os sanduíches são grandezas proporcionais, pois à medida que aumentamos a quantidade de pães consequentemente teremos um aumento nos sanduíches. Aplicando a regra de razão e proporção e utilizando as operações necessárias, tais como multiplicação e divisão, obtém-se que para 60 pães é possível preparar 30 sanduíches.

Assim, percebe-se que a imagem utilizada na questão é usada como suporte para a resolução, ao ilustrar que o sanduíche deverá conter duas fatias de pães, característica essa que não está expressa na descrição da questão. Além disso, observa-se que há na descrição que cada pacote de pão utilizado possui 24 fatias, considerando que foram utilizados dois pacotes e meio, a criança ao resolver a questão precisa buscar compreender qual era o valor correspondente a meio pacote. Consequentemente, ao realizar essas operações busca-se

encontrar um valor desconhecido indo ao encontro do que é proposto por Beck (2019b), em seus estudos, sobre Proporcionalidade Algébrica.

Considerações finais

Ao propor descrever os dados do estudo, foi possível identificar que as cinco categorias referentes às situações de Pensamento Algébrico são contempladas nas provas de Nível A da OBMEP, embora utilizando como referência para elaboração os PCN.

Foram identificadas oito questões que envolvem situações de Pensamento Algébrico, sendo cinco presentes na prova de 2018 e três em 2019 e percebeu-se um predomínio de atividades recorrentes ao Pensamento Funcional. Muitas atividades necessitam de múltiplas operações para resolver o que demanda um conhecimento prévio do estudante e atenção ao resolver as questões.

Salienta-se que, no que se refere às imagens utilizadas, estas possuem na sua grande maioria uma função de suporte para a resolução das situações, sendo que somente uma possui característica distratora. Considera-se portanto, que o objetivo estipulado anteriormente pode ser atingido ao identificar a diversidade de funções propostas no que se refere ao Pensamento Algébrico, sendo elas: Recursividade Algébrica, Proporcionalidade Algébrica, Padrão Algébrico, Equilíbrio Algébrico e Generalização Algébrica, a partir de um mapeamento das situações empregadas nas provas, dos anos iniciais, da OBMEP.

Observou-se que, o Pensamento Algébrico é complexificado nas questões da OBMEP, já que, por vezes, apresentam sistemas de equações que demandam múltiplas interferências em cada item. Além disso, identificou-se em uma questão a demanda pela regra de razão e proporção, o que torna as questões complexas para esse nível de ensino.

Salienta-se que, de modo geral, as questões utilizadas nas provas do Nível A da OBMEP contextualizam as situações referentes ao Pensamento Algébrico, possibilitando estimular o estudo da Álgebra e propalar esses conceitos.

Referências

ALVES, Washington José Santos. **O impacto da Olimpíada de Matemática em alunos da Escola Pública**. 2010. 92 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP. São Paulo, 2010.

BARBOSA, Lilian Cristina de Souza; RIBEIRO, Alessandro Jacques; PAZUCH, Vinícius. **Aprendizagem Profissional de Professores dos Anos Iniciais: Explorando os Diferentes**

Significados do Sinal de Igualdade. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 22, n. 4, p. 71-120, Jul./Ago. 2020.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. O Estado da Arte das Pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com Crianças. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 10, n. 2, p. 197-208, 2015.

BECK, Vinicius Carvalho. **Invariantes Operatórias do Campo Conceitual Algébrico Mobilizados por Crianças do Terceiro Ano do Ensino Fundamental**. 2018. 133 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Rio Grande/RS, 2018.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. Invariantes Operatórias de Equilíbrio Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3º Ano do Ensino Fundamental. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1424-1443, dez. 2019a.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. A Relação entre Conceitos Algébricos Formais e o Ensino da Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Educar Mais**. Pelotas (RS), v. 3, n. 2, p. 192-201, jul. 2019b.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. Invariantes Operatórias de Padrão Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3º Ano do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, v. 22, n. 3, p. 48-64. Maio/Jun. 2020

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BLANTON, Maria; STEPHENS, Ana; KNUTH, Eric; GARDINER, Angela Murphy; ISLER, Isil; KIM, Jee-Seon. The development of children's algebraic thinking: the impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.46, n.1, p. 39-87, 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1997. 126p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC/SEB, 2018. 600p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório Brasil no PISA 2018: Versão Preliminar**. Brasília-DF: MEC, 2018. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acesso em 22 de out. 2020.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Vol. XVI, Nº 2, 2007.

CYRINO, Márcia Cristina da Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro-SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

DELGADO, Adriana Patricio. O impacto das políticas públicas nas práticas escolares sob a ótica da avaliação de aprendizagem. **Espaço do Currículo**, v. 4, n. 2, p.162-171, Setembro de 2011 a Março de 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/index.php/rec/article/view/12333>. Acesso em: out.2020.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques.; RIBEIRO, Carlos Miguel. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Primeiras Reflexões à Luz de uma Revisão de Literatura. **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados - MS, v.6, n.17, mai./ago., p.34-47, 2016.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTÓVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Seminário Luso-Brasileiro: Investigações matemáticas no currículo e na formação de professores**. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005, p. 1-22.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

LIELL, Cláudio Cristiano; BAYER, Arno. Primeira Olimpíada Brasileira de Matemática dos Anos Iniciais – OBMEP: uma análise dos resultados obtidos pelos alunos e das percepções dos professores sobre o instrumento aplicado. **REVEMAT**. Santa Catarina, v. 15, n. 2, p. 01-17, jan/dez. 2020.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. 2ed. Rio de Janeiro: EPU, 2017.

MARQUES, Paola Reyer; FARIAS, Mônica Saraiva; ROVEDA, Crislaine de Anunciação Roveda; DALTOÉ, Thaís; SILVA, João Alberto da. Análise de provas de Matemática elaboradas por professoras do 3º ano do Ciclo de Alfabetização. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**. v.16, n. 36, 2020. p. 99-113. ISSN: 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/7128/6336>. Acesso em nov. 2020.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS - OBMEP. 2020. Disponível em: <http://www.Obmep.org.br/>. Acesso em: 22 Ago.2020.

PIAGET, Jean. **A epistemologia genética e a pesquisa psicológica**. Rio de Janeiro: Freitas Bastos, 1974.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS Ana. **A álgebra no ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In I. VALE, T. PIMENTEL, A. BARBOSA, L. FONSECA, L. SANTOS, & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores** (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE, 2006.

REHFELDT Márcia Jussara Hepp; QUARTIERI, Marli Teresinha; GIONGO, Ieda Maria. O Desenvolvimento Do Pensamento Pré-Algébrico: Uma Atividade Planejada Para Alunos Dos Anos Iniciais. **REVEMAT**, Florianópolis, SC, v.13, n.2, p.310-327, 2018.

RODRIGUES, Marta Maria Assumpção. **Políticas Públicas**. São Paulo: Publifolha, 2010.

SOUZA, Celina. Políticas públicas: uma revisão da literatura. **Sociologias**. Porto Alegre, UFRGS, IFCH, ano 8, n. 16, jul./dez. 2006, p. 20-45.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.