REMat
Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

Aprendendo números inteiros: uma experiência baseada na Teoria dos Campos Conceituais

João Francisco Staffa da Costa[1]
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS

RESUMO

Este artigo tem como objetivo relatar uma experiência didática para a aprendizagem de números positivos e negativos, com a utilização de materiais concretos, nos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF). As atividades foram realizadas em uma escola pública, no município de Porto Alegre (RS), e contaram com a colaboração de 42 estudantes. A Introdução apresenta breve histórico com relação ao uso de números negativos, dificuldades vivenciadas pelos estudantes com tais números e o uso de materiais manipulativos para o ensino e aprendizagem de matemática, justificando as escolhas feitas. Na Fundamentação Teórica, apresenta-se a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que embasa a elaboração dos materiais e atividades relacionadas a eles. Na metodologia, detalham-se materiais, atividades e participantes. Em Resultados e Discussões, alguns pontos da prática são discutidos. Conclui-se que os materiais podem favorecer a aprendizagem de números positivos e negativos, ainda que alguns deles precisem aprimoramento, assim como o modo de aplicá-los.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Aprendizagem de Números Positivos e Negativos; Material Didático.

Learning integers: an experience based on the Theory of Conceptual Fields

ABSTRACT

This article aims to report a didactic experience to learn positive and negative integers using concrete materials in Middle School. Activities were carried out at a Brazilian public school in Porto Alegre (RS) and had 42 students as collaborators. In Introduction, a brief history of the use of negative integers is presented, followed by some difficulties students have with such numbers, and the use of manipulative materials to teach and learn mathematics, justifying the choices made in this article. In Theoretical Foundation, the Theory of Conceptual Fields (TCF) is presented, which supports the elaboration of the materials and activities related to such fields. In Methodology, materials, activities, and participants are detailed. In Results and Discussions, certain aspects of the practices are discussed. It is concluded that the materials may favor learning positive and negative integers, although some materials need to be improved, as well as the way they were implemented.

Keywords: Theory of Conceptual Fields; Learning Positive and Negative Integers; Didactic Material.

Aprendiendo números enteros: una experiencia fundamentada en la Teoría de los Campos Conceptuales

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo relatar una experiencia didáctica para el aprendizaje de números positivos y negativos con la utilización de materiales concretos en los Años Finales de la Enseñanza Fundamental (EF). Las actividades se realizaron en una escuela pública, en el municipio de Porto Alegre (RS), y participaron 42 estudiantes. En la introducción, se presenta breve histórico sobre el uso de números negativos, algunas dificultades presentadas por los estudiantes con tales números y el uso de materiales manipulativos para la enseñanza y

Submetido em: 08/01/2023 **Aceito em:** 14/07/2023 **Publicado em:** 25/08/2023

[1]Doutorando e mestre em Educação em Ciências e Matemática (PUCRS). Licenciado em Matemática (UFRGS). Professor de matemática na Secretaria Municipal de Educação de Porto Alegre. ORCID. https://orcid.org/0000-0003-1672-6562
E-mail: eng.staffa@gmail.com

aprendizaje de matemática, justificando las decisiones hechas. En la fundamentación teórica, se presenta la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC), que sostiene la elaboración de los materiales y actividades vinculadas a ellos. En la metodología, se detallan materiales, actividades y participantes. En resultados y discusiones, algunos puntos de la práctica son discutidos. Se concluye que los materiales pueden favorecer el aprendizaje de números positivos y negativos, aunque algunos de ellos necesiten ser perfeccionados, así como la manera de aplicación.
Palabras clave: Teoría de los Campos Conceptuales; Aprendizaje de Números Positivos y Negativos; Material Didáctico.

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe a organização dos conteúdos e habilidades que deverão contemplar a Educação Básica Brasileira. No sétimo ano, os educandos devem ser capazes de “comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica, e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração” (BRASIL, 2018, p. 307).

Entretanto, nota-se a dificuldade dos estudantes em operar com números negativos (MEGID, 2001), não possuindo a competência preconizada na BNCC. Tal dificuldade pode ter origem no fato desse conjunto numérico ter surgido de uma necessidade interna da Matemática – algébrica - e não como uma demanda prática, como os números naturais, cujo surgimento está associado à contagem (SÁ; ANJOS, 2011).

Historicamente, os números inteiros surgiram na Idade Antiga, por volta de 1500 a.C., em função da necessidade de solução de sistemas de equações lineares. Os escritos da época também já faziam menção às regras de sinais, ainda que estas parecessem uma ideia artificial (SANTOS, 2008; SÁ; ANJOS, 2011).

Na Idade Média, surgiu, pela primeira vez na história, uma tentativa de sistematização aritmética nos números inteiros negativos. Entretanto, ainda se encontravam situações de estranhamento como, por exemplo, as soluções negativas de uma equação de grau 2. Na época, essas soluções não eram possíveis, pois elas não correspondiam a um número quadrado perfeito (STRUIK, 1997; SÁ; ANJOS, 2011).

Na Idade Moderna, continuou o estranhamento de um grupo de matemáticos com relação a esses números. Cardano (1501-1576) e Descartes (1596-1650) consideravam tais números falsos; Fermat (1601-1665) não admitia raízes negativas como soluções de uma equação; Para Euler (1707-1783) e D´Alambert (1717-1783), não era possível conceber números menores do que zero; McLaurin (1894 – 1968), por sua vez, embora aceitasse os números negativos, não dava indícios de compreender as operações com tais números. Entretanto, foi por meio dos estudos desse matemático, que ocorreu pela primeira vez na história, a apresentação de uma formulação para as regras de sinais. Foi apenas no século XVIII que os números inteiros ganharam uma representação geométrica, por meio de segmentos em direções opostas (PONTES, 2010; SÁ; ANJOS, 2011).

Além das dificuldades, que tiveram origem no processo histórico, alguns entraves são observados no contexto escolar no que tange ao ensino e aprendizagem de números negativos. Megid (2001), ao realizar um estudo sobre tais constrangimentos, concluiu que: 1) alguns estudantes possuem dificuldade de diferenciar o número -1 da operação de subtração; 2) ao realizar a operação 25 - (-4) = 17 percebe-se que o estudante entende, de forma equivocada, os dois sinais negativos como subtrair 4 de 25 duas vezes; 3) há a assimilação deformante (CHAKUR, 2015) da regra de sinais, em que o estudante faz uso de determinada regra em outro contexto, de maneira inadequada.

Para a mesma autora, a abordagem de muitos livros didáticos não contribui para o ensino adequado desse conteúdo e, por isso, outros recursos são necessários, como por exemplo, os materiais manipulativos. Para Fagundes (1977, p. 2), "[...] a matemática deve ser vista como um conjunto de relações" e, de acordo com ela, os materiais manipulativos podem auxiliar na construção dessas relações.

Defendendo o uso de materiais concretos, Fiorentini e Miorim (1990, p. 4) explicam que "nada deve ser dado à criança, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta levando-a agir, pensar, experimentar, descobrir, e daí, mergulhar na abstração". Espera-se, entretanto, que passado o período de experimentação, os estudantes consigam realizar as operações sem o auxílio dos materiais, passando para outra fase de desenvolvimento, em que se deseja a abstração (COSTA, 2011; COSTA, 2017).

Para Fiorentini e Miorim (1990), o uso de materiais manipulativos permite criar e testar hipóteses, perceber invariantes operatórios e elaborar conclusões com base no que foi realizado. Ainda em prol do uso de materiais concretos, Fagundes (1977) explica que eles proporcionam experiências físicas e lógico matemáticas para que os estudantes façam abstrações empíricas e reflexivas, passando para estágios crescentes de abstração.

Desse modo, desenvolveu-se um conjunto de seis materiais manipulativos e atividades relacionadas, com o objetivo de abordar a comparação e a operação de adição de números positivos e negativos em diferentes contextos, para auxílio dos estudantes na superação de dificuldades. Este texto tem como objetivo relatar uma experiência didática para a aprendizagem de números positivos e negativos, com a utilização desses materiais concretos.

A elaboração dessas situações didáticas foi embasada na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) (VERGNAUD, 1986), que será abordada na seção seguinte.

Cabe salientar que Heusy, Gaulke e Rocha (2022), ao realizarem uma revisão de literatura, constataram que há escassez de trabalhos para o ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental (EF) fazendo uso da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) embasados para a prática, o que pode conferir ineditismo à sequência aqui relatada.

REFERENCIAL TEÓRICO

O conjunto de atividades desenvolvidas com os materiais manipulativos teve como suporte a TCC, desenvolvida pelo psicólogo suíço Gérard Vergnaud, que se dedicou à didática da matemática. Para ele, o conhecimento matemático serve, prioritariamente, para resolver problemas, ou seja, "[...] o saber forma-se a partir de problemas a resolver, situações a dominar [...]" (VERGNAUD, 1986, p.76). Espera-se que os estudantes dominem as situações apresentadas, que estão relacionadas com o campo aditivo, já que para Vergnaud (1991, p. 165) "[...] a operacionalidade de um conceito deve ser experimentada através de situações variadas".

Vergnaud (1991, p. 156) explica que "um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino". O autor evidencia que é necessário oferecer uma série de situações que contenham o mesmo conceito para que os estudantes reconheçam os invariantes operatórios, ou seja, os conhecimentos contidos nos esquemas de raciocínio para resolver uma classe de problemas. Esquema é o nome dado para a "[...] organização invariante da conduta para uma dada classe de situações [...]" (VERGNAUD, 1991, p. 157). Assim, as seis atividades que fazem parte dessa prática possuem, em comum, o fato de terem operações com números positivos e negativos envolvidos (invariantes operatórios).

Cabe salientar, também, o que se entende por problema matemático. Para Onuchic e Alevatto (2004), configura-se como problema matemático aquela situação a ser resolvida, sem que se tenha conhecimento prévio dos passos de solução a partir da leitura do enunciado. Há necessidade de raciocínio além da aplicação automática de um algoritmo.

Um campo conceitual C (S, I, R) (VERGNAUD, 1996) é um conjunto de situações que possui três elementos, quais sejam: 1) situações – (S); 2) invariantes – (I); 3) representações – (R). Dessa forma, S é o conjunto de situações que dão sentido a um determinado conceito. No caso da sequência aqui relatada, seis situações distintas foram elaboradas para constituir este

Campo Conceitual, quais sejam: 1) Nível do Mar; 2) Quadrado Mágico; 3) Saldo de Gols; 4) Elevador; 5) Plano Cartesiano; 6) Temperaturas. Elas serão detalhadas na seção seguinte.

I é o conjunto de invariantes que constitui as diferentes propriedades de um conceito. Todas as situações citadas possuem como invariante as propriedades das operações com números positivos e negativos. O reconhecimento de invariantes operatórios pelos estudantes é a chave de generalização de um novo esquema de ação. Espera-se que, independentemente da situação, os estudantes percebam que utilizando esses invariantes operatórios, as situações que envolvem operações do campo aditivo serão resolvidas.

Por fim, R é o conjunto de representações simbólicas, que serão utilizadas para expressar diferentes situações. Os materiais foram elaborados, intencionalmente, a fim de oferecer diferentes representações para auxiliar na compreensão das propriedades operatórias de adição. Nas atividades do Nível do Mar, do Elevador e do Plano Cartesiano, por exemplo, diferentes representações para reta numérica foram utilizadas e, assim, o campo conceitual apresentado neste estudo é composto por seis situações distintas, possuindo como invariante as propriedades da adição de números positivos e negativos, por meio de diferentes representações.

Apresentam-se, na seção seguinte, os procedimentos metodológicos do estudo, detalhando as atividades, seu modo operacional, o perfil dos colaboradores e o local de aplicação.

METODOLOGIA

A experiência ocorreu em duas turmas do 7º ano do EF, de uma escola pública, no município de Porto Alegre (RS), perfazendo o total de 42 colaboradores. Os estudantes de cada turma foram divididos em grupos e realizaram a atividade em dois encontros, divididos em uma hora cada um, em forma de rodízio, de modo que cada grupo permaneceu 15 minutos em cada atividade, com a possibilidade de experimentar todos os materiais disponíveis. Ressalta-se que alguns estudantes haviam cursado o sexto ano no ano anterior, enquanto outros estavam repetindo o sétimo ano. Desta forma, alguns participantes já tinham tido contato formal com os números negativos e outros, não. Tal configuração pode ter provocado algum grau de heterogeneidade no grupo e influenciado os resultados de alguma forma, na medida em que os alunos repetentes já tinham algum conhecimento prévio do conteúdo.

Foram elaborados seis materiais: 1) Nível do Mar; 2) Quadrado Mágico; 3) Saldo de Gols; 4) Elevador; 5) Plano Cartesiano; 6) Temperaturas. Em cada atividade o estudante responderia um conjunto de questões, fazendo algum tipo de registro para expressar seu raciocínio.

O material para a atividade do nível do mar consistia em uma haste de madeira graduada apoiada em uma mesa, cujo nível de referência era o zero (nível da mesa que representava o nível do mar). Acima desse ponto, estavam os valores positivos e, abaixo, os valores negativos. A atividade consistia na história fictícia de uma carga perdida no mar que seria resgatada por um guindaste. Para resolver a situação, os estudantes operariam com números positivos e negativos, auxiliados pelo material manipulativo.

A situação apresentada aos estudantes e as questões relacionadas ao primeiro material foram as seguintes: Um navio perdeu um container na costa brasileira, com a carga avaliada em R$ 5.000.000,00. Para recuperar esses objetos, utilizaram um guindaste localizado no convés do navio e um submarino que levou os cabos de aço do guindaste até o container. Com base na situação apresentada, responda às seguintes perguntas: 1) A que distância está o container com relação ao nível do mar? 2) Que distância falta para que o submarino chegue até o container? 3) Qual a distância da torre de controle do navio com relação ao convés? 4) Qual a altura do convés do navio com relação ao nível do mar? 5) Supondo que o guindaste esteja no convés do navio e que contenha três saídas de cabo de aço, posso dizer que 1650 metros de cabo das três saídas seria o suficiente para chegar até o container? Caso contrário, qual seria a quantidade mínima de cabo? (importante: as três saídas têm cabos de aço do mesmo tamanho) 6) A que distância o submarino está da torre de controle do navio? 7) Qual a distância do submarino com relação ao guindaste?

A segunda atividade consistia em um tabuleiro com 3 linhas e 3 colunas que seria preenchido com 9 fichas, dentre as 18 disponíveis (números inteiros positivos de 1 até 9, números inteiros negativos de -1 até -9), de maneira que a soma das linhas e das colunas fosse zero. Não era permitido repetir fichas na mesma solução e havia diferentes possibilidades de resposta.

A terceira atividade estava associada a uma tabela de pontos de um campeonato, em que os estudantes responderiam seis questões, considerando os dados apresentados. Para tanto, deveriam realizar soma entre números, considerando diferentes dados da tabela. As perguntas realizadas aos estudantes foram as seguintes: 1) Qual a diferença de gols marcados entre o primeiro e o décimo quarto colocado na tabela? 2) Quem sofreu mais gols? Fluminense ou Internacional? 3) Quem tem o melhor saldo de gols? Figueirense ou Náutico? 4) Quantos gols marcaram os quatro primeiros colocados juntos? 5) Qual o saldo de gols dos quatro últimos colocados no campeonato? 6) Se o Grêmio tivesse sua situação mudada para 22 vitórias, 10 empates, 6 derrotas, o time tricolor passaria para a primeira colocação?

A quarta atividade consistia em um elevador confeccionado com canos de PVC presos a uma base de madeira, uma roldana e um cubo de madeira preso a um barbante, representando a caixa do elevador. Os estudantes deveriam responder cinco questões relacionadas a história de um trabalhador (Carlinhos) que se deslocava, pelo elevador, para realizar entregas de correspondências no prédio. Os estudantes precisavam fazer duas ou mais transformações com números inteiros.

As questões referentes a essa atividade estão a seguir relacionadas: 1) Carlinhos chega ao pi-tower no andar térreo, no seu trabalho e sobe até o quinto andar para conversar com o seu chefe, pegar alguns documentos e depois segue para o sexto andar no subsolo onde toma café. Quantos andares ele percorreu desde o momento que chegou até a hora do café? 2) Depois de tomar café, sobe até o oitavo andar para entregar os documentos que pegou com o seu chefe. Quantos andares Carlinhos percorreu neste trajeto? 3) Em seguida, recebeu uma ligação para comparecer ao segundo andar na secretaria da empresa para buscar mais alguns documentos e entregá-los nos seguintes andares: os documentos verdes devem ser entregues no sétimo andar do subsolo; os documentos azuis devem ser entregues no quinto andar do subsolo; os documentos amarelos devem ser entregues no sexto andar. Quantos andares Carlinhos percorreu neste trajeto? 4) Após esse serviço, Carlinhos foi até o terceiro andar. Partindo daí, recebeu um envelope que deveria ser entregue com urgência ao presidente da empresa, que trabalha no oitavo andar. Quantos andares ele percorreu? 5) Para ir embora, Carlinhos vai de carona com Marcelo. Carlinhos tem que encontrar Marcelo no primeiro andar do subsolo e depois seguir para o penúltimo andar do subsolo, onde fica o estacionamento. Quantos andares Marcelo e Carlinhos andaram para sair do pi-tower?

A quinta atividade associava-se à história fictícia de Maria. O material de apoio para a atividade foi um plano cartesiano representando diversos locais do bairro onde ela reside. Os estudantes responderiam dez questões, relacionadas aos deslocamentos realizados pela personagem (quantidade de passos dados no deslocamento). Para cumprir o objetivo da atividade, os estudantes realizariam diferentes operações solicitadas. As questões foram as seguintes: a) Da sua casa até o centro da praça: x passos; b) Do centro da praça até a escola: x passos; c) Da sua casa até a escola: x passos; d) Então, podemos dizer que a distância da casa de Maria até a escola é o triplo da distância do centro da praça até a escola? Sim ou não? e) Do centro da praça ao museu: x passos; f) Do clube ao shopping: x passos; g) A quantos passos o Shopping está da sorveteria? x passos; h) Da sorveteria até o centro da praça: x passos; i) Para Maria ir do clube até a sua casa, essa distância é de x passos; j) Quantos passos Maria faz no seguinte trajeto: Do shopping até a sorveteria, da sorveteria até a praça e da praça até o museu? x passos.

A última atividade consistia em preencher uma tabela com as médias das temperaturas (tabela 1), considerando valores mínimos e máximos, em diferentes cidades. Para auxiliar, disponibilizou-se um globo para que os estudantes pudessem localizar estes lugares. A tabela disponibilizada na atividade segue abaixo:

Tabela 1 – Material referente à atividade 6.

Temperaturas			
Cidade - país	Mínima (°C)	Máxima (°C)	Média (°C)
Porto Alegre – Brasil	13	22	
Berlim – Alemanha	9	19	
Montreal – Canadá	-8	1,5	
Pequim – China	13	26	
Toliara – Madagascar	17	29	
Tóquio – Japão	15	23	
Auckland – Nova Zelândia	10	17	
Deserto do Saara – Africa/Ásia	-5	50	
Antártida – Polo Sul	-65	-30	
Lua	-233	123	
Marte	-140	20	

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a realização das atividades, apresentam-se os principais resultados desta prática pedagógica. A atividade 1, Nível do Mar, consistia na lista de sete perguntas sobre uma situação com um submarino, devendo ser respondida auxiliada por uma régua vertical, apoiada numa mesa (nível do mar), com valores positivos (acima do nível da mesa) e negativos (abaixo do nível da mesa). As perguntas tinham níveis de dificuldades distintos, porém somente uma precisava de mais de uma transformação, com a mobilização de diferentes esquemas.

Embora os estudantes externassem que o material auxiliou nas operações, entende-se que ele necessita de melhorias (como a indicação das cotas da torre de controle e convés do navio), bem como o desenho na folha de questões, sendo esses os fatores que atrapalharam a resolução. Diversos autores explicam que a maneira como as perguntas são elaboradas pelos professores, bem como os tipos de perguntas que são empregados, podem influenciar de maneira positiva ou negativa desempenho dos estudantes (NININ, 2008; GALLE, PAULETTI, RAMOS, 2016; GOULART; DECACHE-MAIA, 2007).

Na solução dessas questões houve, em média, 50% de acertos e muitas ficaram em branco, possivelmente, em função do tempo oferecido, ponto que deverá ser revisto. Salienta-se que, embora em valores absolutos as respostas estivessem corretas, algumas apresentavam sinal negativo atribuído à distância, o que não é possível porque uma distância deve ter valor maior ou igual a zero, demonstrando dificuldade no significado físico dos valores encontrados.

A atividade 2, Quadrado Mágico, consistia em um tabuleiro 3 x 3 devendo ser preenchido com 9 fichas, sem repeti-las, dentre as 18 disponíveis (-1 até -9 e +1 até +9), de forma que a soma em cada linha e coluna fosse zero. A maioria conseguiu apresentar pelo menos uma solução. Notou-se a empolgação dos estudantes diante dos desafios e do encontro de mais de uma solução.

Notou-se que, mesmo aqueles que ainda não haviam tido contato formal com números negativos, apresentaram de forma intuitiva o raciocínio correto para somar tais números, considerando a ideia de “sobrar” (valor positivo) ou “faltar” (número negativo). Para eles, a “conta fechava”, ou seja, dava soma zero, quando não sobrava nem faltava. Uma ideia para aprimoramento do material é incluir a ficha com o número zero e sugerir aos alunos utilizá-la em diferentes posições, como no centro do tabuleiro. Esta é uma maneira de oferecer um nível mais fácil para aqueles que apresentarem dificuldade.

Nesta atividade, mesmo que de forma intuitiva, eles perceberam a propriedade comutativa na adição quando apresentam as respostas (-1)+(-6)+(+7)=0 e (-1)+(+7)+(-6)=0 como sendo distintas – e de fato são, já que para esta atividade a posição das fichas se configurava em uma solução diferente. O fato de os participantes terem à sua disposição mais de um tabuleiro e fichas, facilitou a apresentação de soluções desse tipo, evidenciando positivamente na utilização do material (FAGUNDES, 1977).

Na atividade 3, Saldo de Gols, os estudantes foram convidados a responderem cinco perguntas, relacionadas à uma tabela de um campeonato, sendo que três delas requeriam apenas uma operação e as outras, tratavam de comparação entre números inteiros. Cerca de 60% dos estudantes apresentaram respostas corretas, sendo que o maior percentual de acertos apareceu quando foi demandada a comparação de números, sem necessidade de operá-los.

Com relação às dificuldades nesta atividade, pode-se citar: 1) falta de legenda das siglas na tabela (P: pontos ganhos; J: jogos; V: vitórias; E: empates; D: derrotas; GP: gols a favor; GC: gols contra e SG: saldo de gols); 2) possível falta de compreensão das perguntas, por causa das siglas; 3) possível falha na linguagem, em função da maneira como a pergunta foi realizada (Qual o saldo de gols dos quatro último colocados?). Alguns apresentaram os valores, sem, contudo, somá-los. Diversos autores explicam a influência na aprendizagem do modo como as perguntas são realizadas pelos professores (NININ, 2008; GALLE, PAULETTI, RAMOS, 2016; GOULART; DECACHE-MAIA, 2007); 4) uma das questões requeria a mobilização de outros conhecimentos, como por exemplo, regras de futebol.

Uma sugestão de melhoria inclui a representação de uma reta numérica, visto que, duas perguntas tratavam da comparação de números inteiros negativos. Seria viável os participantes perceberem que, quanto mais à esquerda na reta numérica, menor é o número. Notou-se algumas confusões dos estudantes quando eles foram perguntados sobre o time que tinha maior saldo de gols entre Figueirense (saldo de -24) e o Náutico (saldo de -10), que seria o mesmo que perguntar qual o maior número entre os dois. Muitos estudantes consideraram -24 > -10, o que é um equívoco.

A atividade 4, referente ao elevador, narra a rotina de um funcionário de um prédio. As perguntas estavam relacionadas aos deslocamentos de elevador do personagem da história. Assim, solicitou-se que respondessem cinco perguntas, sendo duas com uma transformação, duas contendo duas transformações e uma com quatro operações. Notou-se que muitos fizeram o uso do recurso para responder às questões e realizaram desenhos para justificar respostas, enquanto outros apresentaram a resposta correta, sem justificativa, sendo um indício de esquemas já consolidado (VERGNAUD, 1986).

Com relação às dificuldades, notou-se que muitos equívocos se deram em função de não considerarem o térreo em suas contagens. Percebe-se que, ao utilizarem a reta numérica para contagem, os estudantes não contabilizam o zero, que corresponderia ao térreo na representação. Além disso, muitos participantes, ao realizarem a contagem, acabaram considerando o ponto inicial, e não somente os deslocamentos efetivos, gerando erros. Por fim, notou-se que muitos não fizeram a distinção entre andares acima do térreo (valores positivos) e andares abaixo do solo (valores negativos), gerando inconsistências nas respostas.

Um ponto a ser melhorado na atividade, diz respeito à reformulação das questões, estas que foram elaboradas de maneira encadeada, ou seja, a resposta de uma questão dependia da anterior, de modo que, caso o estudante errasse, certamente, erraria as demais. Esta falha fora percebida quando a análise da prática foi realizada. Assim, a elaboração de questões independentes, sem que a resposta de uma interfira na outra, seria uma sugestão de melhoria da atividade.

A atividade 5, Plano Cartesiano, apresentava um conjunto de dez perguntas que deveriam ser respondidas com suporte do plano, com quatro quadrantes, sendo que em cada um deles havia locais distintos tais como escola, hospital, sorveteria, entre outros. O objetivo era determinar a distância de um ponto a outro. Das perguntas, oito requeriam a coordenação simples de esquemas, pois tratavam de uma operação. Uma era considerada mais difícil, pois necessitava de três transformações e outra que apresentava troca de quadrante, o que dificultava a contagem.

Os alunos não tiveram dificuldades de encontrar as respostas, apoiando-se no material. Entretanto, da mesma forma que na atividade 3, houve dificuldade da compreensão do significado físico do número, uma vez que foram apresentados valores negativos para a quantidade de passos, o que não é possível. Além disso, houve equívocos na contagem quando o ponto de partida e chegada exigia a troca de quadrante. Considerou-se dez perguntas, então a atividade ficou muito extensa, ponto que deverá ser melhorado. Algumas perguntas dependiam da resposta apresentada em itens anteriores, o que pode ter dificultado. Desse modo, diminuir a quantidade de perguntas e elaborar questões independentes uma das outras são pontos que podem ser melhorados em um outra aplicação.

Na última atividade, temperaturas, os estudantes deveriam calcular a temperatura média em diferentes países, considerando as temperaturas mínima e máxima apresentadas. Nessa atividade, os estudantes apresentaram dificuldades por dois fatores: 1) realizaram a soma de números desconsiderando os sinais deles; 2) ao fazer o cálculo da média, não aceitavam como resposta valores que não fossem inteiros. A presença do globo terrestre suscitou discussões que extrapolaram a área da matemática, como por exemplo a geografia, sendo um ponto positivo para uma atuação interdisciplinar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi relatar uma prática para o ensino de números positivos e negativos no EF, baseada na TCC de Gerárd Verganud (1986). Para tanto, foi elaborada uma sequência de seis materiais com as seguintes características: 1) situações: os materiais são diferentes contextos de uso desses números; 2) invariantes: os materiais possuíam o invariante de abordar problemas do campo aditivo; 3) representações: os materiais oferecem diferentes representações para os números positivos e negativos e para elementos que auxiliam na sua compreensão, como a reta numérica, por exemplo.

Pelas respostas apresentadas, notou-se que a utilização dos materiais contribuiu para a aprendizagem, colaborando com a coordenação de esquemas de contagem e visualização de situações em diferentes contextos (FAGUNDES, 1977; FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Conforme apontado por Heusy, Gaulke e Rocha (2022), há escassez de trabalhos para o EF que fazem o uso da TCC para conceber práticas pedagógicas. Desta forma, este texto pode ser uma contribuição para a área da educação matemática. Além disso, essa produção pode servir para inspirar práticas de outros professores que tenham interesse em explorar o conteúdo exposto, embasados na TCC. Ainda que os docentes não reproduzam a prática tal qual como foi exposta, é possível utilizar alguns materiais ou elementos, de acordo com a realidade de cada um. Lincoln e Guba (1985) denominam transferibilidade como a possibilidade de os leitores avaliarem a utilização dos resultados de um estudo em um ambiente diferente daquele no qual a investigação original ocorreu.

O tempo de 15 minutos para a realização de cada atividade pode ter sido limitante. Além disso, o modo de elaboração do questionamento nas atividades pode ser aprimorado e a quantidade de questões, diminuída.

Perspectivas futuras serão apontadas. A prática pode ser refeita, aplicando-se os mesmos materiais e perguntas, mas adaptada em diferentes aspectos, como, por exemplo, aumentar o tempo de permanência em cada material; promover mais encontros com uma quantidade menor de materiais a serem explorados em cada aula; e realizar a melhoria de alguns materiais que podem ter provocado dúvidas. Além disso, novos materiais podem ser incorporados ao campo conceitual. Espera-se que o relato apresentado contribua para a prática pedagógica de outros professores que procuram recursos e estratégias para o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ Acesso em 06 abr. 2023.

CHAKUR, C. R. S. L. **A desconstrução do construtivismo na educação: crenças e equívocos de professores, autores e críticos**. São Paulo: Editora UNESP Digital, 2015.

COSTA, J.F.S. Oficina de números positivos e negativos: possibilidades para aprender matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. **Anais [...].** Canoas: Ulbra, 2017. p. 1-13. Disponível em: http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/view/6673

COSTA, J.F.S. **Oficinas de números positivos e negativos: possibilidades para aprender matemática**. 102 f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/37109

FAGUNDES, L. C. **Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos – período das operações concretas**. Palestra proferida no Seminário Nacional sobre recursos audiovisuais no ensino de 1º grau. Departamento de Ensino Fundamental – MEC, Brasília, 1977.

FIORENTINI, D; MIORIIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática**. Boletim da SBEM-SP, n. 7, p. 1-7, jul./ago., 1990.

GALLE, L. A. V.; PAULETTI, F.; RAMOS, M. G. Pesquisa em sala de aula: os interesses dos estudantes manifestados por meio de perguntas sobre a queima da vela. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 18, n. 2, p. 498-516, mai./ago. 2016. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/12088/2/Pesquisa_em_Sala_de_Aula_os_interesses_dos_estudantes_manifestados_por_meio_de_perguntas_sobre_a_queima_da_vela.pdf Acesso em 06 abr. 2023.

GOULART, A. O. F.; DECCACHE-MAIA, E. Reflexões sobre a pesquisa na sala de aula: contribuições para o ensino de ciências. **Revista Ciências e Ideias**. Porto Alegre, v. 8, n. 2, p. 121-138, mai./ago. 2017. Disponível em: https://revistascientificas.ifrj.edu.br/revista/index.php/reci/article/view/634 Acesso em 06 abr. 2023.

HEUSY, F; GAULKE, A. M.; ROCHA, C. R. Uma visão geral dos recentes trabalhos realizados sobre a Teoria dos Campos Conceituais. **Ciências e Ideias**. Nilópolis, v. 13, n. 1, p. 155-180. Jan./mar. 2022. Disponível em: https://revistascientificas.ifrj.edu.br/revista/index.php/reci/article/view/1919 Acesso em 06 abr. 2023.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic inquiry**. Newbury Park: Sage, 1985.

MEGIID, M. A. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com números relativos. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela (org.) Por trás da porta que matemática acontece? Campinas, SP; FE\UNICAMP, 2001.

NININ, M. O. G. Pesquisa na escola: Que espaço é esse? O do conteúdo ou do pensamento crítico? **Educação em Revista**. Belo Horizonte, v. 1, n. 48, p. 17-35, 2008. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edur/a/WDPY8vpBS4WhGyLK9n5cX3L/abstract/?lang=pt Acesso em 06 abr. 2023.

ONUCHIC, L; ALLEVATO, N. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A; BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. P. 213-231.

PONTES, M. O. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros**. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/14378

SÁ, P. F; ANJOS, L. J. S. **Números negativos: uma trajetória histórica**. Trabalho apresentado no IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracajú, 2011.

SANTOS, M. F. **A difícil aceitação dos números negativos: um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862)**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2008. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/16045

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Tradução: João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v.1, p. 75-90, 1986. Disponível em: https://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986_1_75.pdf Acesso em 06 abr. 2023.

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais**. In: Recherches em didactique des mathématiques. V. 10/23, 133-170. Grenoble, La Pensée Sauvage Editions, 1991.

VERGNAUD, G. **A trama dos Campos Conceituais na construção dos conhecimentos**. Palestra proferida no Seminário Campos conceituais na construção do conhecimento. Transcrita por Magda Dagorde, Porto Alegre, 1996.