REMat
Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

Os por quês matemáticos da educação básica: compreensões de um grupo de licenciandos da UFPE

Mikaelly Silva Andrade[1]
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Simone Moura Queiroz[2]
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

RESUMO
Os por quês matemáticos são questionamentos relacionados a algum procedimento matemático ou a seu resultado. Este artigo, recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso, traz resultados de um estudo de caráter exploratório, com abordagem qualitativa. O objetivo do presente estudo foi analisar a postura de um grupo de licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE frente a alguns por quês matemáticos que surgem na educação básica. Para a obtenção dos dados, que nortearam as análises e resultados deste trabalho e contribuíram para o alcance do nosso objetivo, utilizamos um questionário *online* composto de quatro perguntas subjetivas. Sendo este, respondido por vinte e um licenciandos do curso de Matemática da UFPE. De modo geral, constatou-se que grande parte dos participantes se sentem inseguros diante dos por quês matemáticos, e poucos conseguem argumentar sobre esses questionamentos de uma maneira que possa proporcionar que o aluno construa o seu conhecimento com significado.
Palavras-chave: Por quês matemáticos; Perguntas; Ensino de matemática; Educação básica.

The mathematical whys of basic education: the understandings of a group of undergraduate students from UFPE

ABSTRACT
The mathematical whys are questions related to some mathematical procedure or its result. This article, a part of an Final Course Assifnment, brings the results of an exploratory study, with a qualitative approach. The objective of the present study was to analyze the attitude of a group of undergraduate students from the Mathematics course at Universidade Federal de Pernambuco - UFPE in face of some mathematical whys that appear during the basic education. To obtain the data, which guided the analysis and results of this work and contributed to the achievement of our goal, we used an online questionnaire composed of four subjective questions. Twenty-one undergraduate students from the Mathematics course at UFPE answered it. In general, it was found that most of the participants feel insecure about the mathematical whys, and few are able to argue about these questions in a way that can provide the student to build his knowledge with meaning.
Keywords: Mathematical Whys; Questions; Mathematics Teaching; Basic Education

Submetido em: 16/02/2023 **Aceito em:** 25/07/2023 **Publicado em:** 30/08/2023

[1] Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Campus Agreste. Mestranda no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)Endereço para correspondência: Av. Marielle Franco, s/n - Km 59 - Nova, Caruaru, Pernambuco, Brasil, CEP: 55014-900. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6234-371X. E-mail: mikaellyandrad@hotmail.com.
[2] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Professora adjunta da Universidade Federal de Pernambuco do Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Marielle Franco, s/n - Km 59 - Nova, Caruaru, Pernambuco, Brasil, CEP: 55014-900. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3878-4619. E-mail: simone.mqueiroz@ufpe.br.

**Los porques matemáticos en la educación básica:
comprensiones de un grupo de graduandos de la UFPE**

RESUMEN

Los porqués matemáticos son cuestionamientos relacionados con algún procedimiento matemático o los resultados de estos. Este artículo, fragmento de una Tesis de Grado, trae resultados de un estudio de carácter exploratorio, con carácter cualitativo. El objetivo del presente estúdio fue analizar la postura de un grupo de graduandos de la licenciatura de Matemática de la Universidad Federal de Pernambuco - UFPE, sobre algunos porqués matemáticos que surgen en la educación básica. Para la obtención de datos, que guiaran los análisis y resultados de este trabajo y contribuyeran al alcance de nuestros objetivos, utilizamos un cuestionario online compuesto por cuatro preguntas subjetivas. Siendo este, respondido por 21 graduandos de la carrera de Matemática de la UFPE. De modo general, se comprobó que gran parte de los participantes se sienten inseguros con respecto a los porqués matemáticos, y pocos consiguen argumentar sobre estos cuestionamientos de forma que pueda proporcionar que el alumno construya su conocimiento con significado.

Palabras clave: Porques matemáticos; Preguntas; Enseñanza de matemática; Educación básica.

INTRODUÇÃO

Na sala de aula, fazer perguntas é uma das maneiras pela qual o aluno demonstra interesse e curiosidade sobre o que está sendo abordado. Particularmente no que se refere a matemática, muitas das perguntas são manifestas através de questionamentos sobre o porquê de determinado procedimento, conceito, fórmula e/ou resultado matemático, por exemplo: por que o produto entre dois números negativos tem como resultado um número positivo? Etc.

Questionamentos como este mostram a não aceitação de algo sem que uma justificativa significativa seja dada. Eles são chamados de por quês[3] matemáticos (LORENZATO, 1993), e surgem quando algo que é explicitado não apresenta significado/sentido para o aluno e ele sente a necessidade de entender o motivo daquilo. Dessa forma, a presença destes elementos na prática pedagógica mostra que o processo de compreensão está em movimento e a aprendizagem está ganhando sentido (LORENZATO, 2010).

Entretanto, apesar das diversas potencialidades que os por quês matemáticos podem oferecer para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, estes elementos têm sido fortemente negligenciados. Os resultados de pesquisas (LORENZATO, 1993; SILVA; COSTA, 2016; SOARES; OLIVEIRA, 2019) evidenciam que as respostas dadas pelos docentes aos por quês matemáticos dos alunos, não são satisfatórias. Lins, Nascimento e Silva (2019) apontam que os professores não têm se preparado para responder aos por quês dos alunos. De forma que quando surge um por quê na sala de aula, vagas respostas como: trata-se de uma propriedade, é uma regra da matemática, foi um consenso entre os matemáticos (SOUZA; PUPIM, 2019), são utilizadas como justificativa.

[3] Utilizamos separado e com acento, algumas vezes até mesmo após um artigo, para manter o padrão utilizado em trabalhos anteriores.

Diante dessas considerações, entendemos que refletir sobre os por quês matemáticos, sobre o ensino da matemática e sobre a forma que os questionamentos dos alunos têm sido respondidos pode ser um fator importante e primordial para ressignificar o ensino da matemática. Assim sendo, no presente artigo, recorte de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), analisamos a postura de um grupo de licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE frente a alguns por quês matemáticos que surgem na educação básica.

UM OLHAR SOBRE OS POR QUÊS MATEMÁTICOS

Os questionamentos que ocorrem nas aulas de matemática na forma de por quês retratam uma das maneiras pela qual o aluno expressa o interesse pela aula e por aquilo que está sendo abordado ou explicitado pelo professor, buscando entender o que resultou em determinada situação. Sendo assim, "Admitiremos o entendimento de por quê, como uma pergunta ou questionamento relacionado a algum procedimento matemático ou sobre seu significado [...]" (BARBOSA, 2011, p. 5).

Os por quês matemáticos têm o objetivo de proporcionar que os alunos tirem suas dúvidas, fazendo com que construam seus conhecimentos com relação ao conteúdo (LINS; NASCIMENTO; SILVA, 2019). Com isso, a existência de por quês na prática pedagógica, apontam que o processo de compreensão está em andamento e as situações de aprendizagem estão ganhando sentido (LORENZATO, 2010). Pois, a presença destes em sala de aula pode vir a cumprir funções como:

> Favorecer a compreensão do conteúdo; indicar ao professor o que deve ser revisto em sala de aula; facilitar ao professor o acompanhamento do desenvolvimento cognitivo dos alunos; oferecer ao professor oportunidade de aumentar junto aos alunos admiração e confiança sobre ele; mostrar em que o aluno está interessado (LORENZATO, 2010, p. 97).

Geralmente, os por quês são questionamentos expressos pelos alunos em forma de indagação: por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é de 180°? Por que 1 não é primo? Por que na soma dizemos "vai um"? Etc. No entanto, vale ficar atento a outras formas subjacentes que esses por quês podem ser manifestados pelos alunos. De maneira que podem vir a surgir:

> Na forma de erro, como, por exemplo, em 2(a+b) = 2a + b; na forma de dificuldade: por exemplo, não sei como descobrir se o teorema de Pitágoras é válido para outras formas que não a quadrada; ou, também, na forma de dúvida, por exemplo: a fórmula para calcular a área de um trapézio é $\frac{B+b}{2} \cdot h$ ou $\frac{B+b}{2} + h$? (LORENZATO, 2010, p. 94).

Ainda segundo o autor, essas e tantas outras formas que os alunos se expressam é uma maneira por busca de compreensão em que se consegue perceber os por quês matemáticos nas entrelinhas. Assim sendo, o autor supracitado mostra que os três exemplos citados revelam os seguintes por quês: “por que 2(a+b) dá 2a + 2b, se o 2 já foi usado com o ‘a’? Por que o teorema de pitágoras só é apresentado com as formas quadradas? Por que a área do trapézio é dada por $\frac{B+b}{2} \cdot h$?” (LORENZATO, 2010, p. 94).

Logo, tendo em vista a problemática do ensino da matemática, que tem sido permeada por discursos de aversão, essa curiosidade e desejo por significado expressa pelo aluno na forma de por quê, seja ele um questionamento direto ou implícito, é uma oportunidade que não pode ser desperdiçada. Sobretudo, quando há a intenção de transpor um ensino meramente técnico e mecânico para um ensino e aprendizagem que seja imbuído de significado, contribuindo para desconstruir concepções equivocadas sobre a matemática.

Em vista disso, o professor precisa estar atento ao surgimento dessas situações e capacitado para responder de maneira correta a esses questionamentos, a fim de que o aluno consiga compreender e atribuir significado. Uma vez que, conhecer os porquês dos procedimentos matemáticos e de seus resultados é um elemento básico e de extrema importância para o ensino da matemática (LORENZATO, 2010), e ter respostas adequadas a tais questionamentos, possibilita que o aluno consiga dar significado ao aprendido e não que apenas decore fórmulas e realize cálculos sem nenhum entendimento sobre o que aquilo quer dizer.

Em meio a tudo isso, é notório o quão significativo os por quês matemáticos se apresentam para o processo de ensino e aprendizagem, mostrando-se como uma forma de tornar a matemática mais acessível, compreensível e significativa para o aluno. Porém, quando falamos a respeito do conhecimento dos docentes sobre tais questionamentos e sobre a maneira que estes por quês têm sido respondidos, conforme mostram os resultados de pesquisas, esse cenário é preocupante.

De acordo Moriel Junior e Wielewski (2013) a produção científica na literatura internacional sobre os por quês matemáticos da educação básica já tem algumas décadas, mas não é possível afirmar com exatidão quando começou. Porém, quando restringimos aos pesquisadores brasileiros, possivelmente Lorenzato (1993) é o pioneiro dessa temática.

Ele realizou uma ampla pesquisa acerca de quase 100 por quês matemáticos no período de 1978 – 1991, com 1700 professores de nove países latino-americanos, que possuíam, em média, dez anos de experiência de magistério. Com isso, a partir da análise de cerca de 20.000 respostas dadas pelos professores acerca dos questionamentos que haviam sido propostos por alunos, foi constatado que apenas 5% destes foram respondidos corretamente. Ele diz que:

> [...] os por quês estão ausentes do ensino da Matemática e, portanto, também da aprendizagem, o que seguramente torna esta muito pobre, superficial e inútil; as consequências dessa ausência são, no mínimo, maléficas para os alunos, tanto no que se refere à aquisição de conhecimento como a comportamentos para com a Matemática (LORENZATO, 1993, p. 76).

Mais de duas décadas depois, Silva e Costa (2016), Lins, Nascimento e Silva (2019) ainda trazem que a maioria dos docentes têm dificuldades para responder aos questionamentos matemáticos levantados por alunos em sala de aula de maneira correta.

Em Silva e Costa (2016) é apontado que, geralmente, o ensino de matemática tem sido apresentado de maneira pronta e acabada, pautado na exposição do conteúdo pelo professor, seguido de exemplos e listas de exercícios, em que acontece "[...] um verdadeiro treinamento de habilidades, especialmente de cálculos, que é considerado por muitos, o que de fato os alunos precisam saber" (SILVA; COSTA, 2016, p. 2). O aluno observa o passo a passo que foi utilizado na resolução dos exemplos, e segue tal qual para responder aos exercícios e chegar na resposta "correta", sem que haja uma preocupação com o sentido/significado sobre aquilo.

Isso implica que os professores não têm se preparado para responder a esses questionamentos, a preparação acontece apenas para responder os cálculos (LINS; NASCIMENTO; SILVA, 2019). Ainda segundo os autores (p. 2): "O professor não deveria se preocupar tanto com habilidades em cálculos na Matemática. Sua preocupação deveria ser em desenvolver uma base de conhecimento matemático para responder dúvidas (por quês) e instigar a curiosidade (porquês) nos alunos".

Pacheco e Andreis (2018) em um estudo sobre a causa das dificuldades em matemática, trazem que uma das principais dificuldades está relacionada a falta de compreensão do significado das operações, dos métodos e processos pelos alunos. Falta essa, que percebemos configurar a ausência dos por quês matemáticos. E que pode ser um dos fatores que leva o aluno a acreditar e reproduzir discursos negativos acerca da matemática, por exemplo: a matemática é difícil e para poucos. Pois, esse "[...] desconhecimento de métodos e processos faz com que os alunos desenvolvam um bloqueio que, consequentemente, causa medo e frustração a eles" (PACHECO; ANDREIS, 2018, p. 108).

Serra (2018) em sua dissertação aborda que os por quês matemáticos apresentam grande contribuição para o ensino da matemática e para dar significado aos conteúdos. Ele aponta que um ensino que despreza esses questionamentos vai ter como produto uma suposta situação de aprendizado. Em que o ensino é automático e não envolve nenhuma reflexão. São fórmulas e fórmulas que são apresentadas aos alunos, seguidas de exercícios de aplicação, em que não há nenhum entendimento sobre o significado delas, sobre o raciocínio que está por trás da construção delas e ainda sobre o que aquele resultado obtido após a aplicação das fórmulas e algoritmos vem a representar.

Por isso, “Ensinar como se chega a um resultado dito certo não é o mesmo que ensinar a perceber por quais razões o resultado a que se chega pode ser considerado adequado, certo ou correto” (LORENZATO, 2010, p. 95). Dessa forma, o ensino que negligencia o trabalho de percepção, questionamento, compreensão de conceitos, procedimentos e resultados, valorizando as técnicas, é um ensino no qual os alunos recorrerão no mínimo a memorização. Sendo esse, um fator que pode acarretar em situações graves e indesejadas para a aprendizagem do aluno, como, por exemplo:

> Os alunos tornam-se desatenciosos em sala de aula; passam a ver a matemática como cansativa e desagradável, ou mesmo como fonte de angústia e temor; passam a detestar a matemática; não utilizarão a matemática para resolver seus futuros problemas comocidadãos que serão; perdem o estímulo para a aprendizagem; supõem estar neles a causa da dificuldade de compreensão (LORENZATO, 2010, p. 94).

Portanto, “Ensinar matemática valorizando os ‘por quês’ propostos pelos alunos ou propondo ‘por quês’ a eles é escolher um tipo de ensino que opta por processo e não por resultado, opta por aprendizagem com significado e não por simples memorização” (LORENZATO, 2010, p. 97-98). A valorização dos por quês colocados pelos discentes e/ou a colocação destes pelo docente, é uma maneira do professor seduzir e despertar a curiosidade no aluno, de maneira a contribuir para uma ruptura de percepções equivocadas deles sobre a disciplina. Pois, “Respostas adequadas [aos por quês] também podem contribuir para uma mudança na visão dos alunos sobre a matéria, ao perceberem que ela não se restringe a fórmulas ou regras prontas que precisam ser decoradas” (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2013, p. 976).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste artigo, temos o objetivo de analisar a postura de um grupo de licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE frente a alguns por quês matemáticos que surgem na educação básica. Tais posturas precisam ser interpretadas para que consigamos discutir e atribuir significados com vista a alcançarmos o objetivo da pesquisa. Desse modo, nesta investigação, seguimos uma abordagem qualitativa (GODOY, 1995).

Além disso, esta pesquisa tem objetivo metodológico de caráter exploratório, pois buscamos “[...] proporcionar visão geral, de tipo aproximativo” (GIL, 2008, p. 27) e levantar opiniões acerca do nosso objeto de pesquisa.

Dessa forma, investigamos considerações de 21 licenciandos voluntários por meio de um questionário (GIL, 2008) com perguntas subjetivas. Pois, esse tipo de pergunta permite que o respondente fale livremente a sua opinião sobre o assunto questionado (MORESI, 2003). As perguntas respondidas que forneceram dados para essa discussão, juntamente com suas respectivas justificativas, estão apresentadas no quadro 1.

Quadro 1 – Perguntas e justificativas do questionário

PERGUNTA	JUSTIFICATIVA/OBJETIVO
- Questionamento 1: Por que ao dividir uma fração por outra, deve-se conservar a primeira (numerador), inverter a segunda (denominador) e multiplicar? - Questionamento 2: Por que para encontrar a fração geratriz de uma dízima periódica simples colocamos no denominador um algarismo 9 para cada algarismo do período? - Questionamento 3: Por que o produto entre dois números negativos tem como resultado um número positivo?	Estes por quês foram inseridos no início do questionário, sem solicitar resposta, com intuito de familiarizar o participante com o objeto de pesquisa e com isso direcioná-lo para as perguntas.
1. Você acha que a postura do professor diante de questionamentos como os mostrados influencia na aprendizagem do aluno? De que forma?	O objetivo dessa pergunta, é perceber qual a concepção do licenciando sobre a influência do modo como o professor age diante desses questionamentos para a aprendizagem do aluno.
2. Qual seria a sua postura diante do questionamento 1? Justifique. 3. Qual seria a sua postura diante do questionamento 2? Justifique. 4. Qual seria a sua postura diante do questionamento 3? Justifique.	Objetivou-se analisar qual seria a postura do licenciando em sala de aula ao ser questionado, esperando com isso, que estes questionamentos fossem respondidos com uma possibilidade de explicação para cada pergunta em sala de aula.

Fonte: Autores (2022)

Após a formulação das perguntas, assim como de suas justificativas, optamos pela inserção das justificativas em um formulário eletrônico criado no *Google Forms*. Pois, essa é uma ferramenta que facilita a coleta de dados e o gerenciamento de pesquisas, tendo em vista que por meio de *links* compartilháveis, possibilita uma rápida divulgação e permite que o participante tenha acesso de qualquer lugar e responda no horário que achar mais conveniente.

Participaram da pesquisa 21 (vinte e um) licenciandos voluntários. Com isso, salientamos que a fim de respeitar o que é estabelecido nos códigos de ética e preservar a identidade destes participantes, em nenhum momento no decorrer da escrita deste trabalho eles foram identificados por seus nomes reais. Nos momentos que se fizeram pertinentes citá-los, foram utilizados nomes fictícios. Por fim, a análise dos dados foi feita por meio da discussão das respostas obtidas.

ANÁLISES E RESULTADOS

Neste capítulo, os dados produzidos através do questionário foram apresentados como análise contextual dos elementos expostos teoricamente, visando uma melhor compreensão a respeito da postura de um grupo de licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, frente a alguns por quês matemáticos que surgem na educação básica.

Na pergunta inicial – Você acha que a postura do professor diante de questionamentos como os mostrados influencia na aprendizagem do aluno? De que forma? –, ao analisarmos as influências da postura do professor diante dos por quês matemáticos na aprendizagem do aluno, percebemos que a forma como o professor age ao responder esses questionamentos pode ser determinante na aprendizagem e na forma como o aluno vê a matemática.

> **Ingrid[4]:** *Acredito que dependendo da postura que o professor adota diante dos questionamentos dos alunos, estes podem vir a aprender ou não. Porque quando o professor faz pouco caso desses questionamentos pode gerar bloqueios no aluno, que pode não se sentir mais à vontade para perguntar, guardando suas dúvidas para si.*
> **Renan:** *Quando o professor coloca o aluno no papel de investigador frente aos seus questionamentos e organiza com ele todo o conhecimento de forma a responder as perguntas, a aprendizagem se torna mais significativa. Do contrário, respostas curtas e impositivas quanto aos porquês (ex.: "É uma convenção matemática, por isso se resolve assim") desestimulam a aprendizagem e o entusiasmo do estudante.*
> **Tavylla:** *Sem dúvidas o professor entender e saber responder a "por quês" da Matemática pode colaborar no momento de compreender os procedimentos matemáticos, na medida em que a disciplina em si, quiçá, perderia um pouco do caráter abstrato perante os discentes e não derivaria em uma Matemática sem sentido, ancorada na "memorização" de métodos.*
> **Raldney:** *Não dar o direito aos alunos fazerem esses questionamentos ou não responder essas dúvidas dos alunos, fora estar acabando a criatividade deles, você termina fazendo com que eles passem a enxergar a matemática como aquela matéria cheia de regras sem sentido que não serve para nada.*

[4] Todos os nomes utilizados são fictícios.

Diante do exposto, percebe-se que é necessário atentar-se para a forma como os questionamentos dos alunos têm sido respondidos, pois a postura do professor, por um lado, pode despertar o interesse do aluno em aprender, facilitar o entendimento do conteúdo e trazer significado para os procedimentos, conceitos, fórmulas e resultados matemáticos. Por outro lado, pode vir a desestimular o aluno para a aprendizagem, inibir a sua curiosidade e contribuir para o fortalecimento de concepções negativas a respeito da matemática.

E o que define essas implicações são as respostas adequadas ou não, que o aluno recebe sobre os por quês matemáticos. As "Respostas adequadas [...] podem contribuir para uma mudança na visão dos alunos sobre a matéria, ao perceberem que ela não se restringe a fórmulas ou regras prontas que precisam ser decoradas" (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2013, p. 976). Já as respostas inadequadas ou vagas respostas, podem contribuir com o fortalecimento da visão e dos discursos negativos que permeiam a matemática escolar.

A esse respeito, o licenciando **Vitor** diz:

> *Quando dizemos que é uma regra e que não possui explicação, o aluno simplesmente aceita e passa a pensar que sempre terá que aceitar tudo só porque o professor falou que é daquele jeito. Dessa forma, como o estudante é apresentado para algumas definições matemáticas pode mudar completamente seu processo de aprendizagem.*

Responder a um por quê significa argumentar sobre as causas e as razões daquela situação, "respostas vagas, como 'porque sim', 'porque é regra da matemática, 'porque é uma definição', não são respostas plausíveis" (SOUZA; PUPIM, 2019, p. 23, grifo do autor). O professor ao assumir essa postura, pode gerar insegurança no aluno. Fazendo com que ele guarde suas dúvidas para si. Visto que, se ao perguntar o aluno sempre obtém a mesma resposta vazia, de que aquilo é uma regra e não tem um porquê, ele não mais perguntará, pois já sabe da resposta. Isso faz com que o aluno se acostume com essas ideias e guarde uma concepção equivocada em relação à matemática.

Por isso, o professor precisa ter domínio sobre o conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. De forma que possa oferecer respostas significativas aos por quês matemáticos, e oportunizar que os alunos aprendam e atribuam significado aos conteúdos. Mas assim como destaca **Bianca**:

> *Se o professor não souber a resposta, é importante buscar e pesquisar para levar essas respostas a eles* [alunos]. *Ou ainda, propor desafios para os mesmos pesquisarem e buscarem, por outros meios, respostas para tais problemas e trazer para debater em sala de aula.*

O professor quando diante de um por quê ao qual não sabe responder, não deve dar qualquer resposta, é mais interessante sugerir uma pesquisa para o aluno, ou pesquisar e trazer posteriormente a resposta correta para aquele questionamento (SOUZA; PUPIM, 2019). Sendo essa uma maneira, onde “[...] o professor, além de exercer responsabilidade, valoriza a curiosidade do estudante” (p. 3).

Nas perguntas 2, 3 e 4, o intuito foi levar os licenciandos a refletirem um pouco mais sobre os três por quês apresentados. Para isso, eles foram instruídos a se imaginarem em uma sala de aula da educação básica, onde estariam sendo questionados por alunos sobre cada um dos questionamentos e precisariam responder às perguntas com a postura que teriam diante de cada situação.

Vale ressaltar também que ao inserirmos essas perguntas (2, 3 e 4) no questionário esperávamos que estas fossem respondidas com uma possibilidade de explicação para cada pergunta em sala de aula. Mas ao questionar sobre a postura, o licenciando ficaria livre para justificar da maneira que mais achasse conveniente, apresentando uma possível resposta ao por quê ou apenas descrevendo qual seria a sua ação ao estar diante desses questionamentos em sala de aula.

Na pergunta 2, que se referia à postura do licenciando diante do questionamento 1 – Por que ao dividir uma fração por outra deve-se conservar a primeira (numerador), inverter a segunda (denominador) e multiplicar? –, identificamos respostas como possibilidade de justificativa por 8 licenciandos.

Dentre as considerações apresentadas, percebemos três possibilidades de respostas diferentes. A primeira, demonstrada na postura descrita por Tavylla e Fernanda, está de acordo com a justificativa apresentada em Barbosa (2011), por meio da qual utiliza-se o conceito de equivalência de frações para justificar o por quê em questão.

Tavylla: *Tentaria mostrar da seguinte forma. Adotemos o exemplo logo abaixo:*

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{12}} = 3$$

Sabemos que:

$\frac{3}{1} = 3;$

$\frac{8}{1} = 8;$

$\frac{15}{1} = 15.$

Assim, vamos transformar o $\frac{1}{12}$*, inserido no exemplo dado acima, no número um. Desse modo, obterei como resultado da divisão* $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{12}}$ *o numerador* $\frac{1}{4}$*. Para realizar tal transformação, o* $\frac{1}{12}$ *deve ser multiplicado pelo seu inverso, sendo este* $\frac{12}{1}$*, logo:* $\frac{1}{12}\cdot\frac{12}{1}=1$*. Contudo, como multipliquei o denominador por* $\frac{12}{1}$*, consequentemente, o numerador também deve ser multiplicado (regra básica da Matemática), portanto:*

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{12}{1}}{\frac{1}{12}\cdot\frac{12}{1}}=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{12}{1}}{\frac{12}{12}}=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{12}{1}}{1}=\frac{1}{4}\cdot\frac{12}{1}=3$$

Fernanda: *Eu diria que, se tenho a seguinte divisão:* $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ *para facilitar o processo, eu transformaria o denominador da divisão em 1, no caso o* $\frac{c}{d}$*, para isso, o denominador e o numerador, teriam que ser multiplicados pelo inverso do denominador e isso me daria uma fração equivalente, ficaríamos com:* $\frac{\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}}{\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}}$*. Pela definição de inversa, o nosso denominador daria 1 e ficaríamos apenas com* $\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$*, ou seja, repetimos a primeira fração e multiplicamos pela inversa da segunda.*

Tavylla demonstra sua postura por meio de um exemplo particular. Fernanda utiliza a mesma ideia, porém de maneira genérica. Do ponto de vista da Matemática, para concluir que uma proposição é sempre verdadeira, constatar que ela é válida para alguns casos particulares não é suficiente. Mas estamos falando sobre respostas que seriam dadas em explicações na sala de aula para alunos da educação básica, o importante, nesse caso, é utilizar uma demonstração sem erros matemáticos, mesmo que por meio de um caso particular, que contribua para o entendimento do por quê em pauta.

Utilizar demonstrações genéricas com rigor matemático, em alguns casos como, por exemplo, nos anos iniciais ou nas primeiras séries dos anos finais do ensino fundamental pode mais atrapalhar do que ajudar. Então, assim como aponta Barbosa (2011) a justificativa que adota um caso particular e parte de conhecimentos já vistos e entendidos pelos alunos, pode sim ser considerada adequada para comunicação dos porquês.

Os licenciandos Erick, Emily, Milena e Alisson descreveram de maneira mais breve qual seria a ação ao estar diante desse questionamento, e por mais que eles não tragam exemplos explícitos, como nos casos anteriores, podemos perceber que eles conseguiriam argumentar sobre esse porquê utilizando as mesmas ideias.

Quadro 2 – Primeira possibilidade de justificativa para a pergunta 5

NOME	**JUSTIFICATIVA**

Erick	Eu explicaria pelo sentido de que eu posso multiplicar a "parte de cima" por qualquer valor real, desde que eu faça o mesmo com a "parte de baixo", compreendido isso eu multiplicaria ambas as partes (numerador e denominador) pelo inverso da parte de baixo, com isso eu poderia reduzir o denominador a 1.
Emily	Utilizaremos o inverso da fração de baixo para multiplicar o numerador como o denominador, pois se multiplicarmos tanto em cima como embaixo não muda o valor. Dessa forma, conseguimos simplificar o denominador, e sobraria a multiplicação do numerador que é a multiplicação pelo inverso do denominador.
Milena	Nosso intuito com isso é tornar nosso denominador (no caso a fração do denominador) igual a um, por isso a única forma de fazer isso é multiplicando-o pelo seu inverso, ao fazer isso, também devemos realizar a mesma operação com o numerador. Logo, nossa fração do denominador se torna $\frac{1}{1}$= 1, o que faz com que consigamos observar apenas o numerador.
Alisson	Eu diria que isso serve para transformar o denominador em 1. Mas que fazemos a multiplicação apenas com a primeira pois intuitivamente está transformando a segunda em 1. Tentaria estudar mais pra explicar da melhor maneira.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

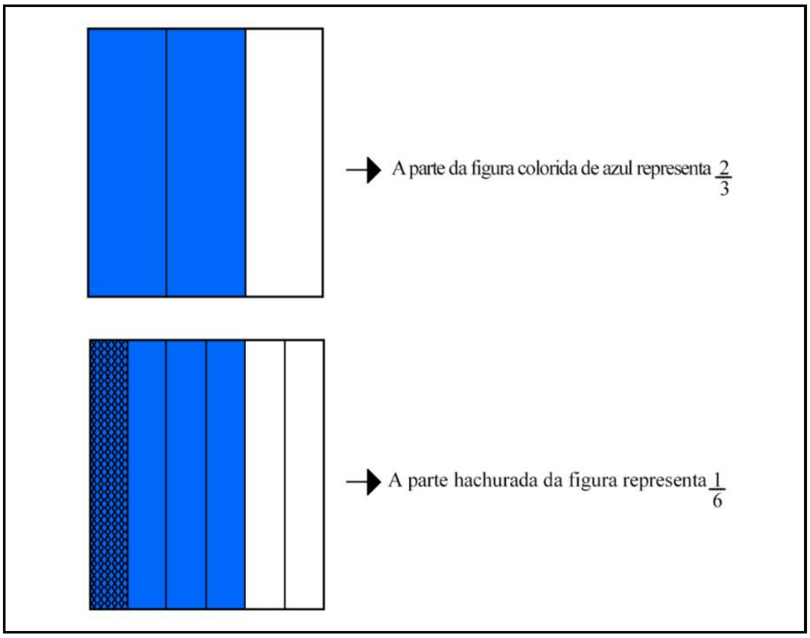
Uma outra possibilidade de justificativa emergiu da fala de Renan. Ele aponta:

A princípio, utilizaria um exemplo ilustrativo, com uma outra interpretação para a divisão. Por exemplo, na divisão $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ *perguntaria: quantas vezes* $\frac{1}{2}$ *"cabe" no número 1?*

A esse respeito, conseguimos relacionar a ideia de Renan a uma demonstração utilizando geometria, como mostrado em Aquino (2013). Nessa situação, o autor toma como verdadeira a proposição: “para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, multiplicamos o primeiro pelo inverso do segundo" (p. 29). E a aplica, para chegar ao resultado de $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}}$ da seguinte forma: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 1} = \frac{12}{3} = 4$.

Em seguida, ele demonstra geometricamente:

Figura 1 – Representação geométrica da divisão de frações



Fonte: Aquino (2013)

Analisando a figura 1, “observamos que $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, logo $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = 4$” (p. 29). Dessa forma, como se chega a um mesmo resultado, estaria “provado” a validade da proposição.

A terceira forma de justificar foi apontada por Vitor. Ele diz:

> *Bem, a fração por si só já representa uma divisão. Eu tentaria mostrar que se dividíssemos as frações separadamente e depois dividíssemos os resultados chegaríamos em um resultado em comum, ao fazer pelo método sugerido, no entanto, o segundo caminho possivelmente seria mais rápido.*

Tomando $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$ como um caso particular para ilustrar. Vitor faria a divisão com a fração do numerador ($\frac{1}{2}$), chegando ao resultado 0,5. Depois faria o mesmo processo com a fração do denominador ($\frac{1}{4}$), obtendo 0,25 como resultado. Então, ele ficaria com $\frac{0{,}5}{0{,}25}$ que ao dividir resultaria em 2.

Por fim, ele mostraria que utilizando o “método” chegaria no mesmo resultado de maneira mais rápida: $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2.$

Nas duas últimas possibilidades de respostas apresentadas, observamos que apesar de estarem matematicamente corretas e serem válidas para o entendimento da divisão entre frações, as justificativas não seriam suficientes para dar significado ao porquê. Pois, perceba que eles utilizam métodos de resolução diferentes para mostrar a equivalência dos resultados e tomam a proposição verdadeira apenas por esse motivo. Mas em nenhum momento é apresentado como e de onde surge que ao dividir uma fração por outra deve-se conservar a primeira (numerador), inverter a segunda (denominador) e multiplicar.

Na pergunta 3, que se referia à postura do licenciando diante do questionamento 2 – Por que para encontrar a fração geratriz de uma dízima periódica simples colocamos no denominador um algarismo 9 para cada algarismo do período? – tivemos respostas como possibilidade de justificativa por dois participantes.

> **Raldney:** *Demonstraria como se faz a construção da equação para descobrir a fração geratriz, e explicaria (na hora de subtrair uma das equações que é onde resulta nos 9) o por que podemos subtrair uma equação da outra e após isso mostrar que montando esta equação é possível descobrir toda fração geratriz.*
> **Renan:** *Utilizaria o método de resolução usando um sistema de equação. Por essa escolha, obteríamos o denominador 9 que, na minha visão, seria suficiente para explicar "de onde vem" esse 9 quando vamos montar diretamente a fração geratriz a partir da dízima periódica.*

Percebemos que Raldney e Renan fazem menção a uma mesma maneira de explicar esse porquê. Ou seja, resolvendo um sistema de equações de uma incógnita. De acordo com Martini, Roehrs e Merli (2015) esse é o método que usualmente se encontra nos livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental.

Para ilustrar as ideias apontadas pelos participantes podemos encontrar a fração geratriz da dízima periódica simples 0,3333…, por exemplo. Para isso, é necessário relacionar a dízima a uma incógnita, da seguinte forma: 0,3333... = x ou x = 0,3333... (equação 1). "Em seguida, multiplica-se os dois lados da igualdade por um múltiplo de 10, de acordo com a quantidade de algarismos do período" (MARTINI; ROEHRS; MERLI, 2015 p. 41).

No nosso exemplo, ficaríamos com: 10x = 3,3333... (equação 2). Subtraindo a equação 1 da equação 2, teríamos:

Figura 2 – Subtração de equações

$$\begin{array}{r} 10x = 3{,}3333... \\ -\quad x = 0{,}3333... \\ \hline 9x = 3 \end{array}$$

Fonte: Autores (2022)

Por fim, multiplicando ambos os membros da equação $9x = 3$ por $\frac{1}{9}$, chegamos em $x = \frac{3}{9}$. Portanto, a fração geratriz da dízima periódica 0,3333… é $\frac{3}{9}$. Desse modo, utilizando um caso particular como o mostrado e um outro com uma dízima periódica que tenha mais de um algarismo no período, seria possível mostrar para o aluno o porquê de no denominador colocar-se um algarismo 9 para cada algarismo do período.

Na última pergunta, que se referia à postura do licenciando diante do questionamento 3 – Por que o produto entre dois números negativos tem como resultado um número positivo? –, tivemos três justificativas e duas possibilidades de respostas.

> **Sidney:** *Toda multiplicação de um número por 0 resulta em 0. Então, temos, por exemplo:*
> *-5·(0)=0*
> *-5·(1-1)=0*
> *Multiplicando: -5·1=-5*
> *-5+((-5)·(-1))=0*
> *Para o resultado ser igual a 0, o produto (-5)·(-1) precisa ser +5.*

Ao chegar na discussão sobre o porquê de $(-a) \cdot (-b) = +ab$ provavelmente o aluno já tem conhecimento e consegue entender que $(-a) \cdot (+b) = -ab$. Além disso, para que essa justificativa apontada por Sidney seja significativa é necessário garantir que os alunos tenham conhecimento sobre a propriedade distributiva da multiplicação: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Dessa forma, seguindo as ideias apontadas por Sidney e tendo em vista que $b - b = 0$, podemos garantir que $-a \cdot (b - b) = 0$. Por meio da propriedade distributiva da multiplicação: $-a \cdot b + (-a) \cdot (-b) = 0$. Nesse caso, já sabemos que $-a \cdot b = -ab$. Então: $-ab + (-a) \cdot (-b) = 0$. Logo, para que essa igualdade seja verdadeira $(-a) \cdot (-b)$ só pode ser $+ab$.

A outra possibilidade de resposta foi apontada por Kawã. E na fala de Vitor, por mais que ele não tenha propriedade da justificativa e afirme que seria difícil responder a esse porquê, notamos que ele tem uma breve noção do ponto de partida.

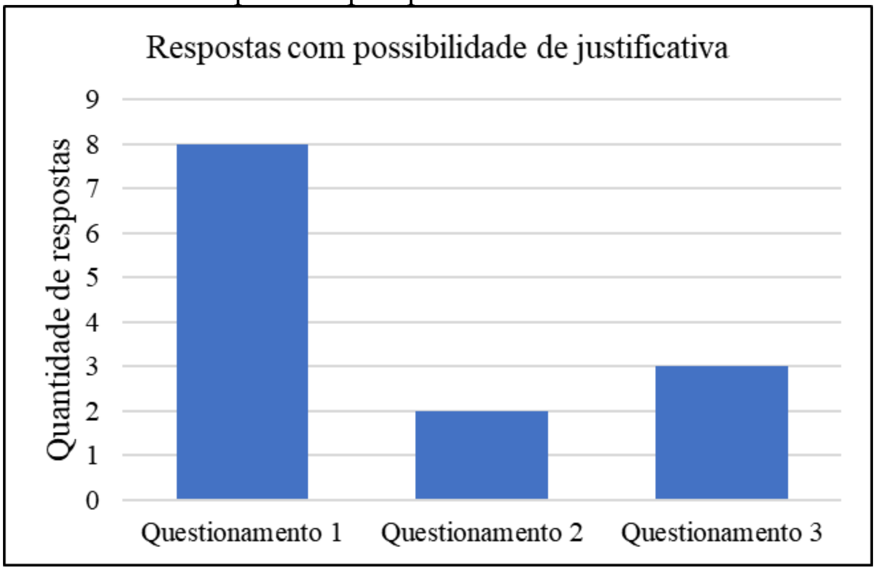
> **Kawa:** *O sinal de menos pode ser chamado de oposto. Ou seja, o oposto do positivo é o negativo. Se nós temos dois números negativos e estamos multiplicando o oposto de 2 pelo oposto de 3, por exemplo, então teremos o oposto do oposto, resultando em um número de sinal positivo, que é o oposto do negativo.*
> **Vitor:** *Esse questionamento é muito complexo, e por vezes em sala dizemos que é pelo fato de ser regra, talvez eu partisse da ideia de simétrico, mas possivelmente seria muito difícil de responder.*

Ilustrando de maneira mais clara por meio do caso particular que Kawã aponta, teríamos que mostrar o porquê de o produto entre dois números negativos ter como resultado um número positivo por meio da resolução de $(-2) \cdot (-3)$. Para essa forma de demonstração também é necessário que o aluno já consiga entender que a multiplicação entre um número negativo e um número positivo tem como resultado um número negativo.

Ademais, também se faz necessário o entendimento sobre o conceito de número oposto ou simétrico. Sabendo disso, é fácil mostrar que (-2) é o oposto de $+2$. Então, pode-se escrever $(-2) \cdot (-3) = -(+2) \cdot (-3)$. Logo, $(+2) \cdot (-3) = -6$. Portanto, $-(+2) \cdot (-3) = -(-6)$, ou seja, $(-2) \cdot (-3)$ resulta no oposto do oposto de 6. O oposto de 6 é (-6) e o oposto de (-6) é $+6$. E ambas as justificativas poderiam ser utilizadas em sala de aula para justificar esse porquê.

De maneira geral, o gráfico 1 mostra a quantidade de licenciandos que apresentaram uma possível justificativa para os por quês, ou mostraram pelo menos ter uma noção da ideia a ser utilizada.

Gráfico 1 – Quantidade de respostas que apresentaram possibilidade de justificativa para os "por quês" matemáticos



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

No total tivemos 63 respostas para as perguntas 2, 3 e 4 – 21 para cada pergunta. Analisando o gráfico 1, notamos que em apenas 13 delas foram apresentadas alguma possibilidade de resposta ou demonstração de noção sobre como justificar esses por quês. As outras 50 respostas, se dividiram em: respostas sem sentido/desconexas; respostas vagas do tipo "é uma regra" e respostas com "não sei responder".

Chamamos de respostas sem sentido/desconexas 24 respostas que não expressaram uma ideia clara ou não poderiam ser uma possibilidade de justificativa para a questão. Por exemplo, a resposta dada por **Ayslan** na pergunta 3: *Da mesma forma, recorreria a demonstração de uma forma mais básica.* E a de **Andrey** na pergunta 4: *Pois, torna-se par. Negativo+negativo: positivo.*

Em relação às respostas vagas, identificamos 4:

> Pergunta 2 – **Bruna:** *Refletindo sobre a pergunta, eu acredito que tenha uma explicação, mas como não sei, eu diria que é uma regra.*
> Pergunta 2 – **Raiane:** *Isso sempre foi passado pra mim como uma regra e não lembro de nenhuma explicação sobre. Sempre me passavam "repete a primeira e multiplica pelo inverso da segunda", isso acaba ficando enraizado e sendo reproduzido pela maioria dos docentes, inclusive por mim.*
> Pergunta 3 – **Tavylla:** *Não saberia responder, então diria que é uma regra da matemática.*
> Pergunta 4 – **Tavylla:** *Não tenho entendimento desse por quê. Diria que é uma regra, pois aprendi como sendo uma regra, e só diante deste questionamento percebo que não sei o motivo.*

Por mais que essa categoria tenha tido a menor quantidade de respostas, ainda assim, é importante comentar sobre essa postura de responder aos por quês matemáticos com respostas vagas do tipo "é uma regra da matemática". Os resultados obtidos na pergunta 1 indicam que a postura do professor frente aos por quês matemáticos pode influenciar positivamente ou negativamente na aprendizagem e na forma que o aluno vê a matemática.

Responder a um por quê matemático com "é uma regra da matemática" em nada contribui para a aprendizagem do aluno. Pelo contrário, se o aluno que recebe esse tipo de resposta é um aluno que já apresenta algum tipo de aversão ou distanciamento da matemática, isso pode colaborar para o fortalecimento dessa relação e das crenças negativas que permeiam a disciplina, tal como: a matemática é um acúmulo de regras e fórmulas que não fazem sentido etc.

Os por quês matemáticos são uma oportunidade do professor esclarecer dúvidas e proporcionar que o aluno construa o seu conhecimento com significado. Por isso, é necessário argumentar sobre esses por quês mostrando para o aluno que a regra ou a fórmula que ele aplica para resolver problemas não surgiu do nada. Por trás de cada regra ou fórmula matemática existe um raciocínio muito bem organizado. A regra e a fórmula são a formalização desse raciocínio. Por isso, dizer simplesmente que é uma regra da matemática e não tem explicação, não é uma resposta aceitável.

O professor precisa fazer uso dos por quês matemáticos com vista a aproximar os alunos da matemática, mostrando o sentido naquilo que eles dizem não fazer e desconstruindo essa barreira que existe entre o aluno e a matemática. Os por quês precisam ser utilizados como forma de aproximação e não de afastamento.

Isso não significa dizer que o professor precisa ter respostas para todas as perguntas. Ninguém tem. Ninguém sabe de tudo. Mas estamos em situação de constante aprendizagem (CORTELLA, 2014). Dessa maneira, faz-se necessário que o professor tenha responsabilidade com a aprendizagem do aluno, não ter a resposta adequada no momento do questionamento não justifica o fato de oferecer qualquer resposta. É mais interessante responder à pergunta em um outro momento com uma justificativa plausível do que oferecer respostas vagas que influenciarão negativamente na aprendizagem e no desenvolvimento matemático do aluno.

Percebemos essa responsabilidade em algumas das 22 falas referentes às respostas que os participantes disseram não saber responder. Nessas, alguns licenciados além de afirmar não saber responder, apontaram que não dariam qualquer resposta ou responderiam com respostas vagas, mas se comprometeriam de pesquisar e trazer em outro momento.

> Pergunta 2 – **Raldney:** *Confesso que nesse questionamento nem mesmo eu entendo ao certo o porquê disso. Não saberia responder, mas provavelmente eu diria que traria a explicação na próxima aula sem falta.*
> Pergunta 3 – **Fernanda:** *Não saberia responder. Diria que em um próximo encontro responderia à pergunta.*
> Pergunta 4 – **Renan:** *Confesso que esse é um questionamento meu também. Como professor, não saberia de imediato responder a essa pergunta. Afirmaria que no momento não me recordava com clareza, mas iria buscar a informação e num momento próximo da aula iríamos discutir esse questionamento de forma clara.*

Dessa forma, entre justificar um por quê com resposta vaga do tipo "é uma regra da matemática" ou reconhecer que não sabe e trazer a resposta em outra oportunidade, a segunda opção é a mais adequada. Pois, "o professor não tem obrigação de a tudo saber responder corretamente, no momento da indagação, mas deve ter a humildade de dizer 'não sei', mostrar disposição para procurar uma resposta adequada à questão e de informá-la aos alunos" (LORENZATO, 2010, p. 5).

Porém, apesar dessa consideração, os resultados obtidos nessas perguntas (2, 3 e 4) são preocupantes. Os três por quês matemáticos apresentados são questões ligadas a conteúdos do ensino fundamental. Os participantes da pesquisa são licenciandos, professores em formação, que não sabem responder a questionamentos como os propostos e que dizem que eles próprios também não sabem o significado de tal. Percebemos então, que não é apenas na educação básica que conceitos, regras, fórmulas e procedimentos matemáticos são apresentados sem nenhuma explicação e os por quês matemáticos são negligenciados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, analisamos a postura de um grupo de licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE frente a alguns por quês matemáticos que surgem na educação básica. Para isso, utilizamos um questionário com quatro perguntas subjetivas, que foi respondido por vinte e um licenciandos do curso de Matemática da UFPE.

Com isso, percebemos que os participantes apontam que o modo como o professor age ao responder os por quês matemáticos interfere na aprendizagem e na forma como o aluno vê a matemática. Captamos também, que a maioria dos licenciandos participantes desta pesquisa, professores em formação, não se sentem seguros diante dos por quês matemáticos, e poucos conseguem argumentar sobre esses questionamentos de uma maneira adequada, que possa proporcionar que o aluno construa o seu conhecimento com significado.

Assim sendo, após os estudos realizados, os dados obtidos e a escrita deste trabalho, concluímos que é indispensável que o licenciando, enquanto professor em formação que atuará na educação básica, questione e questione-se sobre os por quês matemáticos durante a formação inicial. Pois, enquanto os por quês matemáticos estiverem ausentes do ensino superior e a formação do futuro professor não incluir questionamentos e reflexões, as justificativas adequadas, necessárias para o entendimento dos por quês, pouco estarão presentes na educação básica. Visto que, para que esses questionamentos, quando desencadeados em sala de aula, tenham respostas plausíveis é preciso que os docentes estejam devidamente capacitados para fornecê-las.

Nesse sentido, se faz necessário que a formação de professores esteja mais voltada a fazer conexões com a prática profissional do futuro docente, para que assim, o ensino de matemática possa acontecer de maneira mais compreensível, significativa e menos superficial, focada apenas em habilidades de decorar fórmulas e repetir cálculos.

Ademais, apesar das limitações que esse estudo possa apresentar, essas não excluem a contribuição que ele traz. Sobretudo, porque uma pesquisa não se esgota em si mesma, mas impulsiona outras pesquisas, a nossa nos mostra a necessidade de investigar de maneira mais específica sobre as dificuldades dos licenciandos em responder aos por quês matemáticos, assim como, verificar como os por quês matemáticos têm sido considerados na educação superior.

REFERÊNCIAS

AQUINO, J. P. G. de. **Frações**: uma abordagem pedagógica. 2013. 63 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013. Disponível em: https://ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Jo%C3%A3o-Paulo.pdf. Acesso em: 14 nov. 2021.

BARBOSA, E. P. Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores. In:

XII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Anais do XIII CIAEM, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/611/0. Acesso em: 24 set. 2021.

CORTELLA, M. S. **Educação, escola e docência**: novos tempos, novas atitudes. São Paulo: Editora Cortez, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODOY, A. S. Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 2, 1995.

LINS, A. F.; NASCIMENTO, F. dos S.; SILVA, E. N. da. A importância de por quês e porquês matemáticos. In: **IV Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Ciências**. Anais IV CONAPESC, 2019. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/56379. Acesso em: 14 out. 2021.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Editora Autores Associados, 2010.

LORENZATO, S. Os "por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 73-77, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644383. Acesso em: 5 out. 2021.

MARTINI, G. de; ROEHRS, S. A.; MERLI, R. F. A importância das atividades práticas como componente curricular discutida a partir de métodos para obtenção de frações geratrizes. In: **III Semana da Matemática da UTFPR.** Anais III SEMAT, 2015. p. 38-45. Disponível em: http://www.td.utfpr.edu.br/semat/III_semat/Anais.pdf. Acesso em: 02 fev. 2022.

MORESI, E. (org.). **Metodologia da pesquisa**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

MORIEL JUNIOR, J. G.; WIELEWSKI, G. D. Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. **Revista de Educação Pública**, v. 22, n. 51, p. 975-998, 2013. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/1266. Acesso em: 25 nov. 2021.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. da S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do ensino médio. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, v. 1, n. 38, p. 105-119, 2018. Disponível em: https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612. Acesso em: 10 out. 2021.

SERRA, R. D. **O conhecimento matemático para o ensino e os “por quês” dos alunos**. 2018. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/9988. Acesso em: 15 fev. 2022.

SILVA, K. T. da; COSTA, N. L. Os por quês matemáticos e a formação do licenciando em matemática: uma análise em uma Universidade Estadual de Petrolina-PE. In: **IX Encontro Paraibano De Educação Matemática**. Anais IX EPBEM, 2016. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/26505. Acesso em: 08 out. 2021.

SOARES, L. H.; OLIVEIRA, W. S. de. Os porquês matemáticos na prática docente: importância, concepção e conhecimento do professor. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, v. 1, n. 44, p. 100-112, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1936. Acesso em: 21 dez. 2021.

SOUZA, J. A. de; PUPIM, C. E. Produção de argumentos para alguns "por quês" de licenciandos em Matemática. **Olhar de Professor**, v. 22, p. 1-17, 2019. Disponível em: https://www.revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor/article/view/14573. Acesso em: 05 jan. 2022.