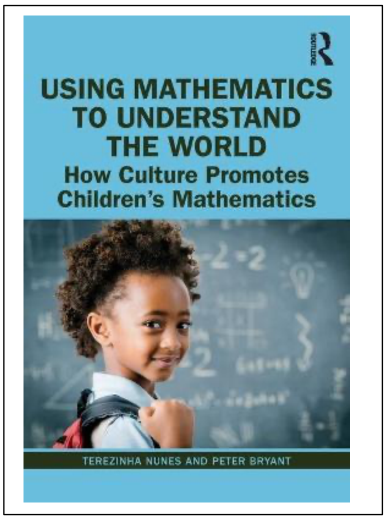
REMat
Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

RESENHA

Using Mathematics to Understand the World: how culture promotes Children's Mathematics

Flávia Sueli Fabiani Marcatto[1]
Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI



Dados catalográficos da obra
LIVRO, Terezinha Nunes, Peter Bryant.
Using Mathematics to Understand the World: how culture promotes children's mathematics.
New York, NY: Routledge, 2021.

Trazer o contexto para desempenhar um papel fundamental na resolução de problemas leva a discussões muito interessantes sobre como a cultura é intrínseca ao pensamento matemático. Aprendi muito lendo este livro.
(Ubiratan D'Ambrosio, 24 de janeiro de 2021)

O livro *Using Mathematics to Understand the World: how culture promotes children's mathematics* de Terezinha Nunes e Peter Bryant, foi publicado em 2021 pela Routledge.

Terezinha Nunes, é uma psicóloga brasileira com doutorado pela *City University of New York* e Doutora *Honoris Causa* pela *Szeged University*, Professora Emérita de Educação, na *Oxford University* e há mais de 35 anos se dedica à pesquisa em aprendizagem matemática infantil, que ocorre em ambientes formais e informais. Em um de seus primeiros estudos, *Na vida dez, na escola zero*, 1988, Terezinha documentou as habilidades

Submetido em: 30/11/2021 **Aceito em:** 03/03/2022 **Publicado em:** 12/08/2022

[1] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP/IGCE-Rio Claro). Docente da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), Itajubá, Minas Gerais, Brasil. Av. BPS, 1303, Bairro Piranguinho, Itajubá-MG, Brasil, CEP:37500-903. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9998-5705 E-mail: flaviamarcatto@unifei.edu.br

matemáticas de jovens vendedores ambulantes brasileiros que, embora quase sem instrução e incapazes de executar tarefas aritméticas com papel e lápis, mostraram-se impressionantemente proficientes em transações financeiras complexas. Os entendimentos obtidos por meio desta pesquisa têm ecoado em toda a literatura da Educação Matemática. A contribuição de Terezinha Nunes é evidenciada, pelo uso do termo matemática de rua e pelo grande número de estudos situacionais e transculturais sobre aprendizagem de matemática inspirados pelo seu trabalho. Seu parceiro nessa publicação de 2021 é Peter Bryant e sua pesquisa tem sido sobre o desenvolvimento cognitivo das crianças e seu impacto sobre como elas aprendem a ler e escrever e a fazer matemática. Ele é um FRS (Membro da Sociedade Real) e foi professor de Psicologia na Universidade de Oxford, por vários anos.

O livro propõe uma leitura interativa, prazerosa e estabelecendo um ambiente de desafio intelectual produtivo, e no prefácio escrito pelo professor Ubiratam D'Ambrósio, chama a atenção para a organização do livro "levando a discussões sobre o pensamento aritmético, a linguagem e as questões culturais" (p. xi, tradução nossa) e aqui acrescentaria a ativação cognitiva, permanecendo ao longo dos seis capítulos que compõem o livro e sem dúvida, nos faz pensar alto e contribui para o engajamento com a matemática, não só para o seu público alvo, mas para todos os interessados no tema.

No decorrer dos capítulos, Terezinha e Peter apresentam suas vastas experiências com a Educação Matemática na infância com ilustrações (como desenhos, gráficos e esquemas para melhor representar suas ideias) dos estudos realizados, convidando os leitores a pensar em voz alta.

Em respeito ao cuidado dos autores em descrever, explicar, analisar e refletir sobre o pensamento quantitativo das crianças desde a primeira infância, apresento algumas discussões importantes de cada um dos seis capítulos dessa obra.

Os autores iniciam o capítulo 1 - *Mathematical models and thinking* com um exemplo convidativo e aparentemente simples, de modelo matemático utilizado pelos seres humanos em todos os cantos do mundo: a forma como medimos o tempo por meio dos relógios. Mesmo não estando ciente que usamos modelos matemáticos, eles estão devidamente integrados à forma como pensamos.

O modelo em questão demorou muito para ser aceito, pois as pessoas escolhiam suas próprias percepções de tempo ao invés da matemática. Hoje, esse sistema complicado "de

24 horas funciona bem na vida cotidiana e as pessoas não estão dispostas a desistir” dele, afinal, esse modelo matemático faz “parte de como pensamos sobre o tempo”. (NUNES e BRYANT, 2021, p.4, tradução nossa). Os modelos matemáticos

> ...nos fornecem maneiras de pensar e falar sobre o mundo. Eles são ferramentas culturais para pensar. Os modelos matemáticos usados por uma sociedade se tornam uma parte tão importante e arraigada de como as pessoas pensam que há uma forte resistência em mudá-los, mesmo quando a lógica afirma que a mudança é para melhor. (p.4, tradução nossa)

Estudos apresentados pelos autores revelam a influência da cultura e da escolaridade no pensamento, no que concerne ao uso de unidades de medidas formais e não formais e que podem explicar e corroborar com pesquisas realizadas no Brasil (MARCATTO e ANDRADE, 2018). “Isso significa que os sistemas de medição são modelos matemáticos que criaram uma realidade psicológica própria para seus usuários, na medida em que os usamos para pensar e comunicar sobre quantidades.” (NUNES e BRYANT, 2021, p. 6, tradução nossa)

Dando continuidade, os autores passam a apresentar suas perspectivas teóricas sobre o que significa usar números para pensar o mundo, discutindo primeiro o que são *ferramentas da mente*, nos encantando com duas delas: sistemas de linguagem e de números. Dessa forma, a linguagem é uma ferramenta cultural que possibilita não só a comunicação entre as pessoas, mas também cria realidades.

São meticulosos ao explicar como os significados das palavras dão às crianças a capacidade de usar a linguagem como uma ferramenta para o pensamento. Ao compreenderem o significado analítico das palavras, entenderão o significado referencial. As crianças usam os mesmos recursos cognitivos tanto para aprender o significado de palavras numéricas quanto para outras palavras da língua. Quando aprenderem a contar, ao longo dos anos, poderão conectar palavras numéricas (significado analítico) com quantidades no mundo externo (significado referencial).

Os autores nos permitem concluir que a linguagem serve para pensar e ir além, pois podemos quantificar as relações (como, por exemplo, a comparação: relações aditivas baseadas no raciocínio parte-todo e relações multiplicativas) entre as quantidades e raciocinar numericamente sobre essas relações sem conhecer as quantidades. As relações aditivas e multiplicativas serão discutidas várias vezes no livro, para compreender a forma como as crianças aprendem sobre modelos matemáticos.

Como observado pelo professor Ubiratan D'Ambrósio no prefácio, o livro recorre aos mais recentes avanços nas ciências da cognição e à surpreendente lista de cerca de 500 referências distribuídas pelos capítulos. Assim, os autores pretendem, além de repensar o ensino, esperam que os leitores consigam identificar seus próprios pensamentos nos exemplos e conectem esses pensamentos a algumas ferramentas matemáticas.

O capítulo 2-*Counting, adding and natural numbers* é um convite aos adultos a redescobrir seu próprio conhecimento matemático invisível nas palavras dos autores. Eles afirmam que podemos ser capazes de usar a matemática para compreender o mundo, coordenando o raciocínio com os números. Dessa forma, é possível usar os números como ferramentas para pensar, respeitando os princípios necessários para o uso adequado dos números.

Nesse capítulo, os autores exploram os princípios da contagem no contexto de números inteiros: (1) apontar para os itens a serem contados uma vez e apenas uma vez; (2) emparelhar cada item com um nome de número exclusivo; (3) usar os nomes dos números, constantemente, na mesma ordem; e (4) reconhecer que o nome do último número usado representa o número total de itens na matriz. E exemplificam: "Pense no que significa contar 99 objetos: você precisa ser capaz de dizer 99 palavras diferentes sempre na mesma ordem" (NUNES e BRYANT, 2021, p.20, tradução nossa).

A luta dos pesquisadores é para descobrir o esforço das crianças em compreender algumas coisas simples, bem como descobrir seu próprio conhecimento invisível, elemento vital para promover a capacidade delas em usar a matemática para compreender o mundo. De acordo com os autores, temos um conhecimento em ação, ou seja, sabemos como fazer algo, mas não podemos explicá-lo (conhecimento implícito). Esse conhecimento, não somente é invisível como também muitas vezes não é reconhecido como conhecimento.

Uma inspiração para esse esforço é a compreensão sobre número e medição, pois o procedimento de enumeração simples leva ao número ordinal (um número que representa uma posição em uma sequência) e que não tem conexão com o número de itens em uma coleção (número cardinal). Portanto, para esses investigadores, compreender os sistemas numéricos é fundamental não só para as crianças usarem, mas também como impulso para compreender o número. "As crianças tentam entender palavras numéricas da mesma forma que tentam entender outras palavras usadas em seus ambientes" (NUNES e BRYANT, 2021, p. 20, tradução nossa).

Na busca pela compreensão de como as palavras numéricas se tornam significativas para as crianças, os autores enfatizam que as crianças usam os mesmos recursos cognitivos para aprender outras palavras da linguagem natural, com um recurso extra, elas aprendem que se contarem as coisas podem conectar as palavras numéricas com as quantidades no mundo exterior. Assim, contar itens para saber o que significam as palavras numéricas representa avanços na compreensão do significado referencial dos números, porém é apenas o início do entendimento do significado analítico das palavras numéricas. Ainda é necessário perceber que, se os conjuntos estão em correspondência um a um, eles são representados pelo mesmo número e ao conectar a correspondência um a um com a adição, no processo de contagem, faz com que essas se relacionem com a compreensão das crianças sobre o significado analítico do número. "A ideia de que um número é a soma de dois ou mais outros números, que é chamada de composição aditiva, fornece a base para a compreensão das crianças das relações entre os números em um sistema numérico" (NUNES e BRYANT, 2021, p.45, tradução nossa).

Ao longo do capítulo 3-*Sharing, diving and rational numbers*, os autores buscam reforçar as ideias apresentadas nos capítulos anteriores, descrevendo com muita maestria suas pesquisas e de seus colegas pesquisadores, seja na importância de compreender as relações entre as quantidades em matemática e como essas podem ser difíceis para as crianças, seja nos desafios de aprender dois sistemas numéricos diferentes, e refletir sobre como colocar as coisas em correspondência entre si pode ajudar as crianças sobre os dois sistemas, naturais e racionais.

Com os números racionais, o significado das relações torna-se ainda mais notável, pois esses entes numéricos representam a relação entre duas quantidades. Os dois tipos diferentes de significado referencial para os números racionais são explorados nesse capítulo a fim de reforçar o argumento apresentado nos capítulos anteriores de que os números são modelos do mundo.

As ideias exploradas e os exemplos que as ilustram tornam a leitura desse capítulo imprescindível para os professores que ensinam matemática. O trabalho de tentar resenhá-lo é difícil, mas também prazeroso, pois gostaria que meus colegas professores se sentissem desafiados em realizar a leitura completa, bem como refletissem sobre as tarefas dos problemas propostos pelos autores em sua prática de sala de aula. Resumidamente, duas ideias básicas são essenciais para a compreensão dos números: a equivalência e a ordem dos números. Essas ideias precisam ser repensadas quando se passa do domínio dos números naturais para o domínio dos números racionais.

Exemplificam que se pensarmos no significado referencial para os números naturais, o número cinco (5) representa todos os conjuntos que possuem cinco objetos e todos esses conjuntos são equivalentes, e qualquer outro número que pensarmos não representará conjuntos com essa magnitude. Os números naturais, ao contrário dos números racionais, são baseados em contagem e adição e não na divisão, e compreender essa diferença, entre naturais e racionais, é importante para o significado referencial e analítico dos números. O significado analítico dos números racionais é diferente do significado analítico dos números naturais: qualquer número natural tem um sucessor único, mas os números racionais não.

Os autores chamam a atenção para estudos realizados em diferentes países sugerindo que adolescentes ainda não aceitam a existência de infinitos números entre quaisquer dois números racionais (densidade dos números racionais). A quantidade de uma barra de chocolate que duas crianças dividem de maneira justa pode ser representada como dois quartos, três sextos, quatro oitavos e assim por diante, realizando divisões. O que significa ter um número infinito de maneiras de representar a magnitude de uma quantidade com números racionais.

A ideia mais relevante, no meu ponto de vista, do terceiro capítulo, é a compreensão que os autores nos oferecem sobre o fato de crianças pequenas perceberem as proporções por meio do compartilhamento e da correspondência usadas como base para o ensino de números racionais. O objetivo do compartilhamento é que, por exemplo, cada pessoa receba a mesma quantidade de itens que as outras pessoas. Em termos matemáticos, a proporção de *itens para pessoas* é a mesma, sendo assim uma relação e não uma quantidade. Acrescentam e enriquecem a discussão sobre esse conceito quando afirmam que compartilhar é uma atividade social que requer raciocínio sobre quantidades e no contexto da matemática tem que ser justo, isto é, as partes têm que ser iguais. Porém, compartilhar não é assim. Como uma atividade social, não é idêntica à ideia matemática, não exige justiça total o tempo todo, mas o compartilhamento social e matemático faz uso do mesmo esquema de ação, e as crianças, de acordo com os pesquisadores, são muito boas em controlar se o compartilhamento foi ou não justo.

De uma maneira bem suscinta, os autores concluem o capítulo 3 refletindo que, quando alguém usa modelos matemáticos para entender o mundo, logo se depara com a necessidade de números racionais e de reconhecimento de quantidades intensivas (por exemplo, a concentração de suco de limão na limonada é a mesma em um jarro e em qualquer copo de limonada, desde que mexamos bem e tornemos a limonada homogênea antes de servir) ou extensivas (a quantidade de chocolate em uma barra pode ser considerada a soma dos pedaços de chocolate em que a barra é cortada, por exemplo). Essas reflexões orientam os autores a se questionarem sobre o que as pessoas precisam saber para usar a matemática como uma ferramenta para entender o mundo.

No decorrer do quarto capítulo, *Word problems, implicit agreements quantitative reasoning and arithmetic*, a reflexão é sobre porque o uso da resolução de problemas na escola ainda não é uma abordagem bem-sucedida para "tornar os conceitos e modelos básicos visíveis para os alunos e ajudá-los a conectar esses conceitos a ferramentas matemáticas" (NUNES e BRYANT, 2021, p. 83, tradução nossa). O foco está na relação entre os aspectos sociais e cognitivos da resolução de problemas na escola. Começam com uma descrição do *problema da idade do capitão* e a disposição, detectada nas crianças em idade escolar, em dar respostas numéricas a problemas insolúveis. Assim, aspectos são explicitados do acordo que crianças e professores mantêm nas aulas de matemática e como esse acordo pode ser alterado para que os problemas de palavras venham a desempenhar um papel muito mais significativo no ensino da matemática do que atualmente.

Esses aspectos, no meu entendimento, não aparecem como questões que devam ser investigadas por pesquisadores brasileiros em resolução de problemas. No entanto, os autores alertam para o fato da suspensão de sentido nas descrições linguísticas dos problemas de palavra quando esses requerem o uso de informações não fornecidas em seu texto e não são vistas como *matemáticas*, levando mais a concentração para a busca em encontrar uma operação aritmética, esperada pelo professor, e menos para a criação de sentido.

Os autores sintetizam a importância dos problemas de palavras para a promoção do raciocínio quantitativo dos alunos, o reconhecimento das relações entre as quantidades na situação em vez de operações aritméticas e a explicação do raciocínio dos alunos como parte da resolução do problema. Propõem reconceitualizar os problemas de palavras, não como uma aplicação da aritmética, mas proporcionando às crianças experiências no uso da matemática para pensar sobre o mundo.

No capítulo 5-*Promoting quantitative reasoning in elmentary school,* os autores relatam como foram persuadidos com a necessidade de realizar mais pesquisas, observando como as crianças mudaram quando perceberam que para resolver o mesmo problema não precisavam chegar a uma operação aritmética e poderiam apenas pensar sobre o problema e explicar seu pensamento. Problemas que não são facilmente associados a uma operação aritmética por crianças podem ser resolvidos por esquemas de ação. Segundo os pesquisadores é preciso fechar a lacuna entre os esquemas de ação e os conceitos matemáticos, desenvolvendo uma consciência dos esquemas de ação, que envolve aprender a usar outros meios de representar o conhecimento contido neles, como palavras, gráficos e símbolos matemáticos.

Ainda de acordo com os pesquisadores, ao resolver problemas em ação (obter uma solução mesmo não sendo capaz de explicar em palavras a resolução) e aprender a conectar os esquemas de ação com as representações matemáticas, o raciocínio quantitativo se desenvolve e pode haver compreensão da matemática com mais sucesso na sala de aula. O caminho dos esquemas de ação aos modelos matemáticos tem dois desafios principais: (1) a passagem da ação para o papel e o lápis, a linguagem e os símbolos matemáticos e (2) a compreensão da relação inversa entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão.

Os seus estudos observacionais e experimentais permitiram compreender que desenhos fornecem uma primeira conexão entre o pensamento em ação e os registros escritos. Os diagramas fornecem a próxima etapa: das representações visuais ao qual professores e alunos podem se referir enquanto falam sobre relações entre quantidades. As crianças podem aprender a passar do pensamento em ação para o uso de desenhos e diagramas, que podem ser usados para apoiar a reflexão de seu próprio raciocínio. O uso de representações visuais para promover a reflexão das crianças e a consciência de seu próprio pensamento é apenas um dos dois grandes passos que elas devem dar para entender os modelos matemáticos; a outra mudança exigida em seu raciocínio envolve a obtenção do conceito de operações aritméticas.

Ao concluir o capítulo, os autores ponderam que é fundamental refletir sobre os diferentes tipos de relações: referenciais, analíticas (envolvidas no raciocínio quantitativo) e intencionais (envolvidas na comparação de quantidades). Relações referenciais referem-se a quantidades no mundo (de certa forma hipotéticas, e idealmente, alguém as testaria). Relações analíticas são relações entre números (dados por definição dentro do sistema numérico e são necessários). Por fim, as relações intencionais: a natureza depende do propósito da comparação, e quando as pessoas fazem comparações, é melhor pensar primeiro o porquê estão fazendo as comparações.

O sexto capítulo, *When what we know is not what we see,* nos desafia a compreender quando o que sabemos não é o que vemos. O argumento mais importante, segundo os autores, é que os modelos matemáticos nos ajudam a saber mais sobre o mundo, do que podemos aprender com nossas experiências sensoriais e como o uso desses modelos resulta mover-se do conhecimento do mundo para a matemática e de volta para o mundo. A síntese apresentada está apoiada em uma reflexão profunda sobre como as crianças aprendem e podem ser ensinadas sobre os modelos matemáticos.

Durante esse último capítulo, Terezinha e Peter refletem sobre todas as ideias apresentadas nos capítulos anteriores com o intuito de articulá-las em defesa da tese de que compreendendo os modelos matemáticos, aumentará nosso conhecimento do mundo, influenciando nossas vidas na compreensão do que pode acontecer no futuro, com implicações para a educação de cidadãos críticos que precisam verificar a justiça das políticas e reconhecer a natureza social e cultural dos modelos matemáticos. Educadores matemáticos argumentam que o ensino da matemática deve promover a compreensão da modelagem matemática e para essa compreensão dois significados de número (referencial e analítico), deverão ser apoiados na distinção entre duas habilidades matemáticas: o raciocínio quantitativo e a aritmética. Para os autores, a aritmética é ensinada nas escolas, mas o lugar do raciocínio quantitativo, nos currículos de matemática, ainda não está garantido.

Em conclusão, um dos principais obstáculos para a inserção do raciocínio quantitativo, como um objetivo central do ensino de matemática na escola, é que a distinção entre o raciocínio quantitativo e a aritmética foi um tanto confusa na Educação Matemática. Os problemas de palavras, que poderiam criar oportunidades para promover o raciocínio quantitativo, têm sido usados como aplicações de operações aritméticas. Entender as diferenças entre os tipos de quantidade, os tipos de medição e os tipos de número aprofunda a compreensão dos modelos matemáticos. Na opinião dos autores, pensar sobre como diferentes tipos de quantidade e de medição se relacionam com diferentes tipos de número ajudaria a compreensão de todos sobre a matemática e deveria fazer parte da matemática escolar. A consciência das conexões entre esses três tipos, descritos anteriormente, é crucial para ensinar as crianças sobre modelagem matemática.

Para Cai et al. 2020, as oportunidades de aprendizagem surgem quando os estudantes participam de atividades em sala de aula e se envolvem com as tarefas. Mas esta é apenas uma perspectiva. Importantes oportunidades de aprendizagem podem acontecer fora da sala de aula, como durante a leitura de um livro indicado, jogos de computador, visita a um museu, entre outros.

Esta obra propõe várias possibilidades para o estudo, reflexão e planejamento de ações para a geração de oportunidades de aprendizagem, desde o seu uso em sala de aula como material de apoio. Poderá ainda, ser muito valiosa nos cursos de formação de professores que ensinam matemática, na pesquisa acadêmica e até mesmo para leitura doméstica com os familiares.

REFERÊNCIAS

CAI, Jinfa, et al. Improving the Impact of Research on Practice: Capitalizing on Technological Advances for Research, *Journal for Research in Mathematics Education*, *51*(5), 518-529, 2020. Disponível em: https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/51/5/article-p518.xml. Acesso em: 19 nov. 2021.

MARCATTO, Flávia Sueli Fabiani, ANDRADE, Bruno Sérgio de. A Etnomatemática em uma Comunidade Rural do Sul de Minas Gerais. In: **Research, Society and Development**, v. 7, n. 11, p. 01-18, 2018.

NUNES, Terezinha, BRYANT, Peter. **Using Mathematics to Understand the World: how culture promotes children's mathematics.** New York, NY: Routledge, 2021