Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional São Paulo

Aplicação de sistemas de equações lineares na análise de malhas viárias com ruas de sentido único

Zeca Catuco André Quimuanga[1]
Universidade Federal do Pará - UFPA

Vieira dos Santos Bunga[2]
Instituto Superior de Ciências de Educação – ISCED-UÍGE

RESUMO

Esta pesquisa teve o objetivo de indicar algumas contribuições da metodologia de ensino da Matemática por meio de exploração e resolução de problemas aliados a situações sociais, com o recorte na aplicação de sistemas de equações lineares na análise de malhas viárias com ruas de sentido único. Optou-se por esta abordagem de ensino porque ela possibilitou despertar o interesse e gosto dos alunos pela Matemática e, desta forma estreitar as relações dos alunos com a Matemática, quebrar a prática habitual de transmitir fórmulas, teoremas, axiomas e exercícios, mostrando alguma utilidade dos sistemas de equações lineares em cruzamentos de ruas, para determinar o número de veículos que deve entrar e sair no mesmo cruzamento para que o trânsito seja regularizado. Caraterizada como uma pesquisa pedagógica de abordagem qualitativa, de natureza aplicada, foi desenvolvida com 60 alunos da 12ª Classe da Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima "Foguetão" do Uíge (Angola) por meio da resolução de duas situações-problemáticas dentro da sala de aula, dividindo os alunos em grupos e uma atividade de campo na quadra nº 6 da Centralidade do Kilomosso, Cidade do Uíge em Angola. Pela satisfação e envolvimento ativos dos alunos durante a realização, os resultados obtidos apontam que a metodologia de ensino da Matemática por meio de exploração e resolução de problemas aliados a situações sociais utilizada, permitiu demonstrar a aplicação de sistemas lineares na análise malhas viárias, comprovando assim que a Matemática está ligada à realidade de todos. Diante disso, espera-se que a metodologia apresentada neste artigo sirva de um indicador e guia para reduzir o insucesso dos alunos na aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Malha viária; Princípio dos nós; Rede viária; Sistemas de equações lineares; Trânsito.

Application of linear equation systems in the analysis of road methods with one-way streets

ABSTRACT

This research aimed to indicate some contributions of the Mathematics teaching methodology through the exploration and resolution of problems combined with social situations, focusing on the application of systems of linear equations in the analysis of road networks with one-way streets. This teaching approach was chosen because it made it possible to awaken students' interest and taste in Mathematics and, in this way, strengthen students' relationships with Mathematics, breaking the usual practice of transmitting formulas, theorems,

Submetido em: 26/08/2024 **Aceito em:** 27/09/2024 **Publicado em:** 27/09/2024

[1] Mestre em Ciências de Educação na especialidade Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED-SUMBE). ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7304-0738. Lattes: http://lattes.cnpq.br/9699922419081887. E-mail: zecatuco@gmail.com.
[2] Licenciado em Ciências de Educação na especialidade de Ensino de Matemática pelo Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED-UÍGE). ORCID: https://orcid.org/0009-0009-9314-1470. E-mail: vieiradossantosbunga@gmail.com

axioms and exercises, showing some usefulness of systems of linear equations at street intersections, to determine the number of vehicles that must enter and exit the same intersection for traffic to be regularized. Characterized as pedagogical research with a qualitative approach, of an applied nature, it was developed with 60 students from the 12th Class of the Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima "Foguetão" in Uíge (Angola) through the resolution of two problematic situations within the classroom. class, dividing students into groups and a field activity on block nº 6 of Centralidade do Kilomosso, City of Uíge, city of Angola. Due to the satisfaction and active involvement of students during the course, the results obtained indicate that the methodology used to teach Mathematics through exploration and problem solving combined with social situations, allowed demonstrating the application of linear systems in the analysis of road networks, thus proving that Mathematics is linked to everyone's reality. Given this, it is expected that the methodology presented in this article will serve as an indicator and guide to reduce student failure in learning Mathematics.
Keywords: Road network; Knot principle; Road network; Systems of linear equations; Transit.

Aplicación de sistemas de ecuaciones lineales en el análisis de redes viarias con calles de un solo sentido.

RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo indicar algunos aportes de la metodología de enseñanza de las Matemáticas a través de la exploración y resolución de problemas combinados con situaciones sociales, enfocándose en la aplicación de sistemas de ecuaciones lineales en el análisis de redes viales con calles de un solo sentido. Se eligió este enfoque didáctico porque permitió despertar el interés y el gusto de los estudiantes por las Matemáticas y, de esta manera, fortalecer las relaciones de los estudiantes con las Matemáticas, rompiendo la práctica habitual de transmitir fórmulas, teoremas, axiomas y ejercicios, mostrando cierta utilidad de sistemas de ecuaciones lineales en intersecciones de calles, para determinar el número de vehículos que deben entrar y salir de una misma intersección para que se regularice el tráfico. Caracterizada como una investigación pedagógica con enfoque cualitativo, de carácter aplicado, se desarrolló con 60 estudiantes de la 12ª Promoción de la Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima "Foguetão" en Uíge (Angola) a través de la resolución de dos situaciones problemáticas dentro aula, división de los alumnos en grupos y actividad de campo en el bloque nº 6 de la Centralidade do Kilomosso, ciudad de Uíge, ciudad en Angola. Debido a la satisfacción e involucramiento activo de los estudiantes durante el curso, los resultados obtenidos indican que la metodología utilizada para enseñar Matemáticas a través de la exploración y resolución de problemas combinados con situaciones sociales, permitió demostrar la aplicación de sistemas lineales en el análisis de redes viales, demostrando así que las Matemáticas estén ligadas a la realidad de todos. Ante esto, se espera que la metodología presentada en este artículo sirva como indicador y guía para reducir el fracaso estudiantil en el aprendizaje de Matemáticas.
Palabras clave: Red vial; Principio del nudo; Red de carreteras; Sistemas de ecuaciones lineales; Tránsito.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O ensino da Matemática muitas vezes é caracterizado como sendo um momento em que o professor entra na sala de aulas transmite fórmulas, teoremas, axiomas e exercícios, sem a vinculação dela para situações vivenciadas no dia a dia. Estes fatos fazem com que ela (a Matemática) seja vista apenas como uma disciplina escolar e não como uma ferramenta para a resolução de problemas sociais e/ou concretos. Mas, ainda que a sua presença pareça imperceptível, a Matemática é uma ciência que desde a antiguidade sempre esteve presente na vida diária do homem.

Do ponto de vista de Pereira e Klaus (2024), quando uma criança é instigada pelo professor dentro da sua realidade, a refletir e fazer conexões com algum assunto escolar com

a Matemática, ela passa a ser autora do próprio processo de aprendizagem. Segundo ainda os autores, é necessário possibilitar, na *práxis*, que o outro estude, experimente a Matemática de maneira diferente, ainda que qualquer alteração, na prática de ensino, seja complexa.

Por outro lado, Rufato (2013) argumenta que, uma das maneiras de proporcionar maior interesse e entusiasmo pela Matemática é quando os conceitos são construídos de forma correta e viabilizando-os a aplicação em outros contextos. A autora acrescenta ainda a ideia de que, a resolução de sistemas lineares é indispensável para a vida quotidiana e, além de servir para motivar os alunos a criarem ideias, também facilita a compreensão e a interpretação dos problemas reais onde estão inseridos.

Deste modo, o ensino da Matemática baseado apenas em teorias e fórmulas sem a vinculação dela com as suas várias aplicações faz dela uma ciência difícil para os alunos e não só. Atento a estas situações, está o Governo Angolano que, no ponto nº 2 do artigo 2º da Lei nº 17/16 de 07 de Outubro, retificada pela Lei nº 32/20 de 12 de Agosto, Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino, descreve que: "[…] o indivíduo desenvolve-se na vivência humana a fim de responder os desafios da sociedade […]" (Angola, 2016, p. 3994; Angola, 2020) e, por outro lado, num dos objetivos gerais do Subsistema do Ensino Geral descrito na alínea a) do artigo 25º estipula que deve "assegurar uma formação harmoniosa e integral de qualidade que permita o desenvolvimento das capacidades intelectuais, laborais […]" (Angola, 2016, p. 3996; Angola, 2020).

Um dos grandes desafios atuais da sociedade angolana é a circulação de pessoas e bens de um ponto para outro. Muitas vezes nos deparamos com um trânsito ora lento ora rápido nos vários cruzamentos de uma determinada localidade. A Álgebra em conceitos que são úteis para descongestionar situações desta natureza partindo da análise de redes de trânsito para regularizar o fluxo de veículos num ponto. Por outro lado, não existe um caminho seguro para solucionar e regularizar o fluxo de veículos que fluem num cruzamento de ruas, que não seja o uso de ferramentas matemáticas.

Neste aspecto, os sistemas de equações lineares, "possibilitam a modelagem de diversos problemas, como também, podem ser utilizados como ponto de partida para teorias matemáticas relevantes e atuais" (Martins e Andrade, 2023, p. 2). Para os autores, o grande problema que a escola regista é que, a natureza da solução do estudo de sistemas lineares, geralmente, é voltada para a discussão de sistemas, com uma classificação superficial entre Sistema Impossível, Possível e Determinado e Possível Indeterminado. Compreende-se que

a apresentação da classificação de sistemas, apenas de modo expositivo, sem que o aluno passe por experiências que possibilite a compreensão e a retirada de conclusões a respeito da classificação do sistema, é um forte aliado à dificuldade da não apropriação e afeição à Matemática.

Como uma boa alternativa para promover o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas e da comunicação matemática dos alunos é a Resolução de Problemas, Quimuanga, Kuzulu e Mendes (2023) argumentam que o professor necessita buscar inovações metodológicas que possibilitem mediar entre a Matemática e o estudante, de modo que o conhecimento seja significativo, ou seja, contribua efetivamente para melhoria da qualidade do estudante e por conseguinte, da sociedade.

Por isso, para responder os pressupostos definidos na Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino pelo Governo Angolano e não só, foi realizada esta pesquisa com o objetivo de indicar algumas contribuições da metodologia de ensino da Matemática por meio de exploração e resolução de problemas aliados a situações sociais, com o recorte na aplicação de sistemas de equações lineares na análise de malhas viárias com ruas de sentido único, para despertar o interesse e gosto dos alunos pela Matemática. Deste modo, com esta pesquisa, procurou-se quebrar a prática habitual de transmitir fórmulas, teoremas, axiomas e exercícios, mostrando alguma utilidade dos sistemas de equações lineares em cruzamentos de ruas, para determinar o número de veículos que deve entrar e sair no mesmo cruzamento para que trânsito seja regularizado com regularidade.

PARA QUE SERVE A MATEMÁTICA NA MINHA VIDA?

A aplicação da Matemática na vida prática tem sido um problema muito preocupante e de difícil compreensão, mas é um assunto que faz com que o homem realize muitas pesquisas. Estas pesquisas feitas durante muito tempo, tornaram-se verdadeiras tendências na organização das práticas da aplicação da Matemática, ou mesmo na elaboração de propostas metodológicas que mostra o uso da Matemática na vida do homem e que ela está presente até em lugares que menos esperava.

Gerdes (1981) citado por Silva (2003, p. 29) afirma que "a Matemática é percebida, por muitos indivíduos, como sendo uma disciplina abstrata e totalmente separada das situações quotidianas pois, muitos pensam que ela é uma ciência abstrata, muito difícil de aprender e desligada do quotidiano do homem".

Diante disso, vários autores dedicam seu tempo estudando e apontando formas e estratégias de superar a distância que separa a Matemática do mundo prático, ou mesmo de boa parte dos alunos. Segundo Leandro (2006):

> A Matemática é a disciplina que está na base e no topo da cadeia de cultura científica. Ela é, sem dúvida, a ciência que melhor permite analisar o trabalho da mente e desenvolver um raciocínio aplicável ao estudo de qualquer assunto ou temática. A Matemática atual ensina-nos que os números não falam por si. É a nossa curiosidade, é a nossa conversa com eles, são as nossas perguntas, que podem dar-lhes sentido (Leandro, 2006, p. 36).

São vários os fatores que estão na base do mau entendimento da Matemática por parte dos alunos, como por exemplo, a não implementação de estratégias adequadas para relacionar o mundo prático com a Matemática, a falta de interesse do aluno, a não implementação de aulas práticas de campo, entre outros. Sobre essa triste realidade, Leandro (2006) aponta como causas do insucesso dos alunos na Matemática as seguintes:

> A baixa motivação dos professores para a prática do ensino; a inadequada formação científica dos docentes; a falta de investimento na sua formação contínua; a complexidade da linguagem matemática; a falta de estabelecimento de conexões entre os conteúdos e a evolução histórica da Matemática; a falta de ligação entre os professores do grupo disciplinar dos diferentes anos de escolaridade; a inabilidade dos professores para explicar a matéria; a ideia de que a Matemática é uma disciplina difícil; a não percepção por parte dos alunos, da utilidade do conhecimento matemático; a falta de apoio por parte dos pais; o preconceito em relação ao elitismo dos bons resultados a Matemática; a ideia de que a Matemática é o "papão" do ensino; a falta de capacidade; o contexto sociocultural do aluno, etc. (Leandro, 2006, p. 47).

Percebe-se que existem enormes problemas que estão na base do insucesso dos alunos em relação a Matemática. Por isso, todo professor é chamado a refletir sobre a sua prática, para mudar esta realidade. Exemplos desta atitude podem ser encontrados na pesquisa de Rufato (2013, p. 39; 43-44) que apresenta três exemplos de aplicações de sistemas lineares, concretamente, "na corrente eléctrica, no balanceamento de equações químicas e no controle de trânsito numa rua de mão única nos dias em que o trânsito está acelerado". Segundo a autora, com a realização da sua pesquisa foi possível deduzir que:

- ♣ Houve maior interesse e entusiasmo pelas aulas de Matemática;
- ♣ O conteúdo abordado através de situações problemas possibilita um conhecimento matemático mais significativo;
- ♣ A aplicação dos sistemas de equações lineares direcionados às situações reais fez com que os alunos enxergassem a importância da Matemática no quotidiano;

- ♣ Essa metodologia nas aulas de Matemática além de servir para motivar os alunos a criar novas ideias, também facilita a compreensão e a interpretação dos problemas reais onde estão inseridos.

Com base nas deduções de Rufato (2013), nos asseguramos da importância dos sistemas lineares na vida quotidiana dos alunos e do ensino contextualizado.

Nesta pesquisa, para a aplicação prática de sistemas de equações lineares na análise de redes de trânsito, foi fundamental o asseguramento do conhecimento dos conceitos de trânsito ou tráfego, malha e rede viária, cruzamentos (nós ou interseções), princípio dos nós, fluxo (números de meios que circulam), entre outros, como abaixo se descreve.

Trânsito (tráfego), malha viária e rede viária

Uma das perguntas bastante polémica que se enfrenta é a seguinte: o que é o trânsito? Em relação a esta pergunta, Bruns, *et al.* (2006, p. 08), dizem que "esta pergunta leva, invariavelmente, a uma resposta simples, reduzida, inadequada e equivocada: "Trânsito é: o motorista, o automóvel e o acidente". A imensa maioria das pessoas apresentariam esta resposta, se questionada sem muito tempo para pensar e responder. É isso o que se verifica no senso comum da população. Mas trânsito é muito mais do que isso. A palavra trânsito pede que nos reportemos ao "inalienável direito de ir e vir", princípio básico da mobilidade. Ou seja:

> Trânsito é a utilização das vias por pessoas, veículos e animais, isolados ou em grupos, conduzidos ou não, para fins de circulação, parada, estacionamento e operação de carga ou descarga. Trânsito é uma disputa pelo espaço físico, que reflete uma disputa pelo tempo e pelo acesso aos equipamentos urbanos, é uma negociação permanente do espaço, coletivo e conflituoso (Bruns *et al.*, 2006, p. 8).

A Figura 1 abaixo, mostra o trânsito de uma das ruas da cidade do Uíge (Angola) publicada no dia 24 de Julho de 2020 pela Secção[3] de Viação e Trânsito no *facebook* na página da Polícia Nacional de Angola.

[3] O Governo da República de Angola não ratificou o novo acordo ortográfico. Diante disso, todos os nomes próprios, como é o caso da **Secção** de Viação e Trânsito, serão escritos na grafia angolana.

Figura 1 - Trânsito numa das ruas da cidade do Uíge (Angola)

Fonte: (20+) Facebook

O número total de veículos e/ou pedestres que passam por uma secção de uma via, ou de uma determinada faixa, durante uma unidade de tempo chama-se volume de tráfego (ou volume de trânsito), onde os seus valores são expressos comumente em veículos/dia (vpd) ou veículos/hora (vph).

Segundo Amaral (2018, p. 12), "chama-se malha viária ao conjunto completo das vias de uma localidade e, a rede viária é a sua representação gráfica".

Intersecções (cruzamentos ou nós)

Numa malha viária, uma interseção, cruzamento ou nó, é um local que se dedica à negociação da possibilidade de passagem entre dois ou mais veículos. Do ponto de vista de Amaral (2018, p. 14) e Brasil (2006, p. 95), "denomina-se nó a um ponto comum entre duas ou mais ligações", como mostra a Figura 2.

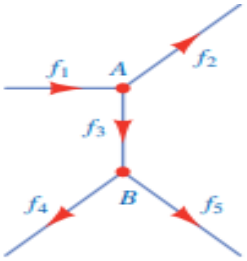
Figura 2 - Cruzamento de ruas

Fonte: Autores (2023)

Princípio dos nós

Segundo Sotelo (2011, p. 589, Tradução nossa), "em cada nó, a soma do fluxo de veículos que entra, deve ser igual à soma do fluxo de veículos que sai no mesmo nó". Ou seja, numa rede de trânsito, para evitar congestionamentos (engarrafamentos) do trânsito, o fluxo (número de veículos) que entra nessa rede deve ser igual ao número de veículos que sai em cada cruzamento. A Figura 3, abaixo, representa uma rede viária com dois nós.

Figura 3 - Rede viária com 2 nós



Fonte: Sotelo (2011, p. 589)

Assim, em cada nó, as flechas com o sentido de entrada indicam "adição" e as flechas com o sentido de saída indicam "subtração". Neste caso, conhecendo algumas quantidades dos fluxos e utilizando o princípio dos nós, é possível estabelecer um sistema de equações

lineares cujo conjunto de soluções determina os possíveis fluxos da rede condutora e, se uma solução for negativa, significa que o fluxo correspondente tem direção oposta ao sentido da flecha.

Desta forma, pelo cumprimento do princípio dos nós, a Figura 3 acima pode ser representada pelo seguinte sistema:

$$\begin{cases} Nó\ A\colon f_1 - f_2 - f_3 = 0 \\ Nó\ B\colon f_3 - f_4 - f_5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Nó\ A\colon f_1 = f_2 + f_3 \\ Nó\ B\colon f_3 = f_4 + f_5 \end{cases}$$

A análise do sistema acima mostra claramente a relação entre o fluxo viário numa determinada localidade e os sistemas de equações lineares. Por isso, e enquanto profissionais e pesquisadores Educação Matemática, espera-se que sejamos eficazes no sentido de ajudarmos os alunos a desenvolverem habilidades e entender que a Matemática é um suporte essencial para a resolução de problemas da vida prática do homem. Esta é a perspectiva desta pesquisa que abaixo passamos a descrever os procedimentos metodológicos que permitiram o alcance do objetivo preconizado.

METODOLOGIA E APLICAÇÃO DA PROPOSTA

Antes de começarmos a apresentação e discussão sobre as contribuições da metodologia de ensino da Matemática por meio de exploração e resolução de problemas aliados a situações sociais, com o recorte na aplicação de sistemas de equações lineares na análise de malhas viárias com ruas de sentido único, queremos descrever como a pesquisa foi considerada neste estudo.

A presente pesquisa fez uma abordagem qualitativa de natureza aplicada porque procurou interpretar e analisar preferencialmente de forma qualitativa os resultados coletados na aplicação prática dos sistemas de equações lineares, concretamente na análise de malhas viárias com ruas de sentido único, e o ambiente natural (Centralidade do Kilomosso) como fonte direta para a coleta dos dados; seu objetivo fez dela uma pesquisa de carácter explicativa porque procurou evidenciar a influência que os casos concretos têm com a aplicação de sistema de equações lineares; para a constituição do referencial teórico e obter as bases de sustentação da pesquisa recorremos a consulta bibliográfica e, a pesquisa-ação que facilitou o envolvimento ativo dos pesquisadores e dos alunos em referência,

procurando resolver um problema coletivo que é circulação rodoviária (Freitas, 2013; Prodanov; Freitas, 2013; Sousa *et al.*, 2013; Quimuanga; José; Domínguez, 2023).

Abaixo queremos descrever alguns aspectos que correspondam com a descrição do tipo de pesquisa adoptada:

(i) A pesquisa foi desenvolvida por numa turma de 60 alunos da 12ª Classe do curso de Matemática e Física da Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima-"Foguetão" do Uíge em Angola, durante as aulas de Matemática.

(ii) Como veremos mais abaixo, na atividade prática realizada na Centralidade do Kilomosso, os dados foram levantados e tratados pelos próprios alunos sob supervisão, acompanhamento e observação participante dos pesquisadores, que foi caracterizada por interações entre investigadores e sujeitos (Correia, 2009).

(iii) O foco principal das atividades realizadas não era o controlo apenas de respostas certas, mas o percurso, envolvimentos dos sujeitos, a tradução da situação real para a linguagem algébrica bem como a interpretação dos resultados.

Caracterização do campo de pesquisa

A Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima-"Foguetão" foi criada no âmbito do Programa de investimentos Públicos do Governo da Província do Uíge e inaugurada aos 25 de Setembro de 2015; alberga alunos do I e II ciclos do Ensino Secundário. O II ciclo leciona os seguintes cursos: Matemática e Física, Química e Biologia, Geografia e História, Língua Portuguesa, Educação Moral e Cívica, Língua Inglesa e Francesa. Ela está localizada no Bairro Tange-Uíge e é constituída por 27 salas de aulas, 3 laboratórios, uma sala de informática, biblioteca, sala de professores, área administrativa, 8 casas de banho múltiplas e outros compartimentos. Sua denominação é em homenagem ao malogrado General Pedro Benga Lima "Foguetão", pela sua contribuição na libertação nacional e no desenvolvimento do país. A Figura 4 abaixo apresenta algumas partes da Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima - "Foguetão"

Figura 4 - Imagem da Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima "Foguetão" do Uíge

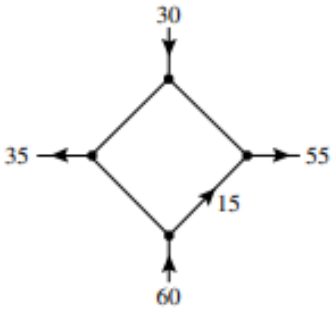
Fonte: *https://soamaps.com/country/AO/7323/escola-de-magisterio-secundario-quot-cdte-pedro-benga-lima-foguetao-quot-do-uige*

Desenvolvimento de atividades

Para uma melhor aplicação prática de sistemas de equações lineares na análise de redes de trânsito, começamos a tratar os conceitos de trânsito ou tráfego, malha e rede viária, cruzamentos (nós ou interseções), princípio dos nós, fluxo (números de meios que circulam), entre outros, que serviram de bases para o desenvolvimento das habilidades dos alunos em referência. Depois disso, foram analisados e resolvidos duas situações-problemas na sala de aula onde a primeira foi resolvida no quadro e a segunda dividimos a turma em dez (10) grupos compostos por seis (6) alunos cada e que possibilitou ao investigador uma melhor circulação na sala de aula, estando assim o mais próximo possível dos alunos. Para finalizar, foi realizada uma atividade prática fora da sala de aula, analisando a rede de trânsito da Centralidade do Kilomosso (quadra nº 6) usando uma tabela de contagem volumétrica, como abaixo descrevemos.

Situação-Problema 1: A Figura 5, abaixo, mostra uma rede viária de ruas de mão única (sentido único) com fluxo de tráfego nos sentidos indicados. As taxas de fluxo ao longo das ruas são medidas pelo número de veículos por hora. Encontre as taxas de fluxo e o sentido nos demais ramos.

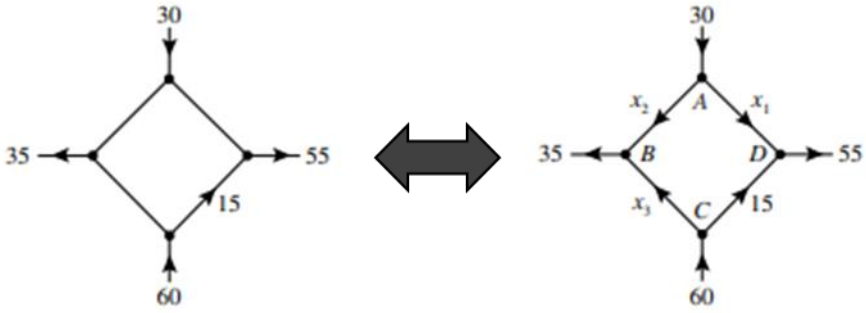
Figura 5 - Rede viária com 4 nós



Fonte: Rorres (2001, p. 74)

Metodologia de ensino: Começamos por explicar aos alunos que em função como o problema está ilustrado, verificamos que em algumas ruas não estão indicados os sentidos do movimento. Por isso, primeiramente devemos associar os respectivos sentidos para darmos continuidade na resolução. Arbitrariamente associamos sentidos para as taxas de fluxo x_1, x_2 e x_3 como mostra a Figura 6.

Figura 6 - Associando sentidos na rede viária com 4 nós



Fonte: Adaptado de Rorres (2001, p. 74)

Obs.: Explicamos aos alunos que não precisamos nos preocupar com a veracidade desses sentidos escolhidos arbitrariamente, pois um sentido incorreto receberá um valor negativo para a taxa de fluxo quando tivermos resolvido para as incógnitas. Em cada cruzamento, o sentido das flechas indica a entrada ou saída de veículos neste mesmo cruzamento. Neste caso, seja x_i o número de veículos desconhecidos que entram ou saem em cada nó, temos:

Cruzamento A: Temos 30 veículos entrando para o cruzamento A, x_1 e x_2 veículos desconhecidos que saem deste mesmo cruzamento.

Cruzamento B: Temos x_2 e x_3 veículos desconhecidos que entram, 35 veículos que saem.

Cruzamento C: Temos 60 veículos que entram, x_3 e 15 veículos que saem;

Cruzamento D: Temos x_1 e 15 veículos que entram, 55 veículos que saem.

A seguir, representamos essas informações num sistema de equações lineares, cumprindo com o princípio dos nós e resolvemos usando o método de substituição como se vê abaixo. Esclarecemos também aos alunos que, uma vez montado o sistema, para a sua resolução pode-se utilizar qualquer método de resolução.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 30 \ \ (nó\ A) \\ x_2 + x_3 = 35 \ \ (nó\ B) \\ x_3 + 15 = 60 \ \ (nó\ C) \\ x_1 + 15 = 55 \ \ (nó\ D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 30 \\ x_2 + x_3 = 35 \\ x_3 = 45 \\ x_1 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 40 + x_2 = 30 \\ x_2 + 45 = 35 \\ x_3 = 45 \\ x_1 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -10 \\ x_3 = 45 \\ x_1 = 40 \end{cases}$$

Interpretação do resultado: As taxas de fluxo de cada nó em $x_1 = 40$, $x_2 = -10$ e $x_3 = 45$. Mas, como x_2 é negativo, isso significa que o sentido do fluxo naquele ramo da figura está incorreto. Assim, para manter o trânsito regularizado, devemos ter 40 veículos por hora trafegando do nó A para o nó D, 45 veículos por hora que sai do nó C para o nó B e 10 veículos por hora do nó B para o nó A (e não o inverso como ilustramos na Figura 6).

Queremos ressaltar aqui que, a Situação-Problema 2 que mais abaixo apresentamos é uma adaptação de uma situação tratada na dissertação de metrado de (RUFATO, 2013, p. 44-46). Com este problema pretendíamos: *(i)* verificar se os alunos conseguiriam aplicar corretamente o princípio dos nós; *(ii)* verificar quais são os métodos a utilizar na resolução do sistema de equações*; (iii)* identificar como teriam feito a discussão do sistema tendo em conta o resultado obtido; *(iv)* estimular a reflexão na análise dos possíveis valores a das incógnitas e *(v)* contrariar o valor da incógnita $y = 236$ apresentado na pesquisa tendo em conta o valor de $t = 200$ que o autor escolheu, como mostra a Figura 7.

Figura 7 - Valor errado da incógnita y

$\{(264+t, 136+t, 168+t, t)t \in \mathbb{N}\}$.

Para determinar o número de veículos em cada cruzamento devemos conhecer o valor de t, que é o *número de veículos entre os cruzamentos C e D*. Para $t = 200$, temos:

$z = 368$ (*número de veículos entre os cruzamentos B e C*).

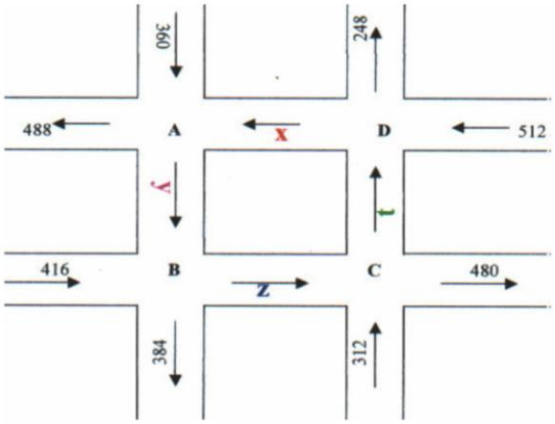
$y = 236$ (*número de veículos entre os cruzamentos A e B*).

$x = 364$ (*número de veículos entre os cruzamentos A e D*).

Fonte: Rufato (2013, p. 46)

Situação-Problema 2: Na área central de uma determinada cidade, dois conjuntos de ruas de sentido único se cruzam como está mostrado na rede viária abaixo mostrando o fluxo médio de tráfego que entra e sai desta secção.

Figura 8 - Ilustração da rede viária do problema



Fonte: Rufato (2013, p. 45)

a) Considerando que todos os sentidos das flechas estão corretos e nenhuma rua está vazia, represente o problema em linguagem matemática, resolve-o e interprete os resultados obtidos.
b) Sabendo que a rua x está em reabilitação e por isso foi interditada, o que deve ser feito para manter o trânsito regularizado?
c) Segundo a seção de viação e trânsito da cidade, para manter o trânsito regularizado, nenhum sentido de circulação na malha viária deve ser alterado, ou

seja, todas as flechas nessa rede estão certas, qual é o número mínimo de viaturas que devem circular na estrada x?

Metodologia de trabalho: Tal como já foi descrito anteriormente, dividimos a turma em 10 grupos compostos por seis (6) alunos cada designados por $G_1, G_2, \dots, G_{10}$. Verificou-se que os grupos G_1, G_3, G_5, G_6, G_8 e G_{10} utilizaram o método de substituição e os grupos $G_2, G_4, G_7,$ e G_9 utilizaram o método de escalonamento matricial, como abaixo apresentamos.

Resolução da alínea (a)

$$\begin{cases} x + 360 = y + 488 \;\; cruzamento\ A \\ y + 416 = z + 384 \;\; cruzamento\ B \\ z + 312 = t + 480 \;\; cruzamento\ C \\ t + 512 = x + 248 \;\; cruzamento\ D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 128 \\ y - z = -32 \\ z - t = 168 \\ t - x = -264 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 128 \\ y - z = -32 \\ z - t = 168 \\ t - x = -264 \end{cases}$$

Os grupos que utilizaram o método de substituição apresentaram o seguinte:

$$G_1, G_5\ e\ G_8: \begin{cases} x = 264 + t \\ y = 136 + t \\ z = 168 + t \end{cases} \qquad G_3, G_6 \text{ e } G_{10}: \begin{cases} 0x = 0 \\ y = x - 128 \\ z = x - 96 \\ t = x - 264 \end{cases}$$

Relativamente aos grupos ($G_2, G_4, G_7,$ e G_9) que utilizaram o método de escalonamento matricial apresentaram o seguinte:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 128 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -264 \end{bmatrix} \overset{\substack{L_1=L_1+L_2 \\ L_2=L_2+L_3 \\ L_4=L_1+L_4}}{\longleftrightarrow} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 96 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 136 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -136 \end{bmatrix} \overset{\substack{L_1=L_1+L_3 \\ L_4=L_2+L_4}}{\longleftrightarrow}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 264 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 136 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_2 \text{ e } G_9: \begin{bmatrix} x - t \\ y - t \\ z - t \\ 0.t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 264 \\ 136 \\ 168 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 0.t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 264 + \mathrm{t} \\ 136 + \mathrm{t} \\ 168 + \mathrm{t} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad G_4, G_7\ e\ G_6: \begin{cases} x = 264 + \mathrm{t} \\ \mathrm{y} = 136 + \mathrm{t} \\ z = 168 + \mathrm{t} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Verificamos que a representação do problema em linguagem matemática estava correta em todos os grupos.

Quadro 1 - Argumentos das interpretações feitas pelos grupos

Grupos	Interpretações da alínea (a)
$G_1, G_5\ e\ G_8$	Não conseguiram verificar que se tratava de um sistema possível e indeterminado e responderam que não era possível responder o problema.
G_3, G_6 e G_{10}	Por ser um sistema possível e indeterminado, então existem infinitas soluções tendo em conta os valores a atribuirmos a x. Mas, sabendo que nenhuma rua está vazia, então o valor mínimo que $x \in \mathbb{N}: x > 264$
$G_4, G_7\ e\ G_6$	Por ser um sistema possível e indeterminado, então existem infinitas soluções tendo em conta os valores a atribuirmos a t. Como nenhuma rua está vazia, então o valor mínimo que $s = \{t \in \mathbb{Z}: t > -136\}$
G_2 e G_9	

Fonte: Dados da pesquisa

Resolução da alínea (b)

Nesta alínea todos os grupos acertaram. Como a rua x está interditada, então nenhuma viatura passará nela, ou seja, $x = 0$. Neste caso, fazendo $x = 0$, temos:

$$\begin{cases} \mathbf{0} = 264 + t \\ y = 136 + t \\ z = 168 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -264 \\ y = -128 \\ z = -96 \end{cases}$$

Resposta: Tendo em conta a inoperância da rua x e pelos sinais (negativos) das incógnitas $t, y\ e\ z$, para manter o trânsito regularizado, os sentidos das estradas $t, y\ e\ z$ devem ser alterados com o fluxo de 264 viaturas na estrada t, 128 na estrada y e 96 viaturas na estrada z respectivamente.

Resolução da alínea (c)

Nesta alínea (c), todos os grupos acertaram respondendo nos seguintes termos: Para o cumprimento da ordem da Seçcão de Viação e Trânsito da cidade de modos a manter o trânsito regularizado sem alteração do sentido de circulação, na estrada x devem circular no mínimo 265 viaturas.

Atividade prática

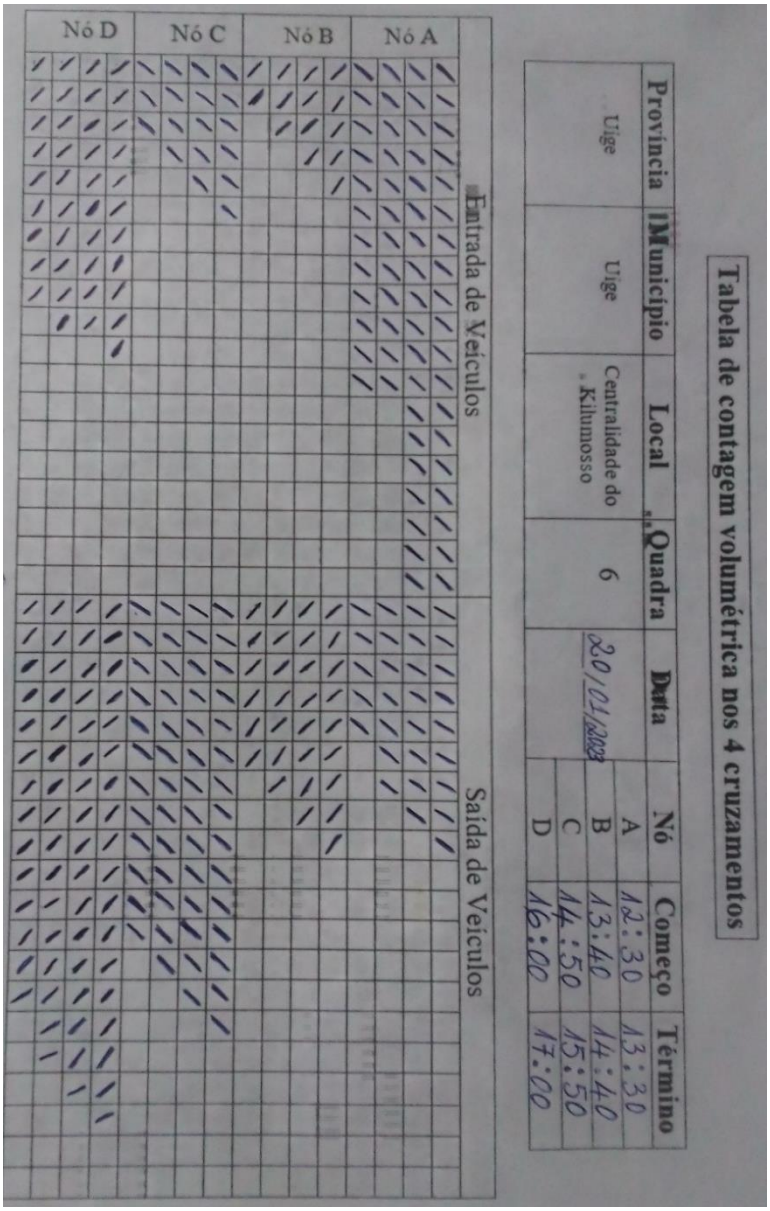
Tal como já referenciamos anteriormente, a última atividade foi realizada Centralidade do Kilomosso concretamente na quadra nº 6, como se vê na Figura 9, onde procuramos determinar o número de veículos por hora (v/h) que passavam naquelas ruas.

Figura 9 - Alguns retratos da quadra 6 da Centralidade do Kilomosso

Fonte: Autores (2023)

Elaboramos uma tabela de contagem volumétrica que possibilitou a contagem dos veículos. Cada veículo que entra ou sai num cruzamento era assinalado com um traço na tabela, como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Amostra da tabela de contagem volumétrica utilizada na centralidade do Kilomosso



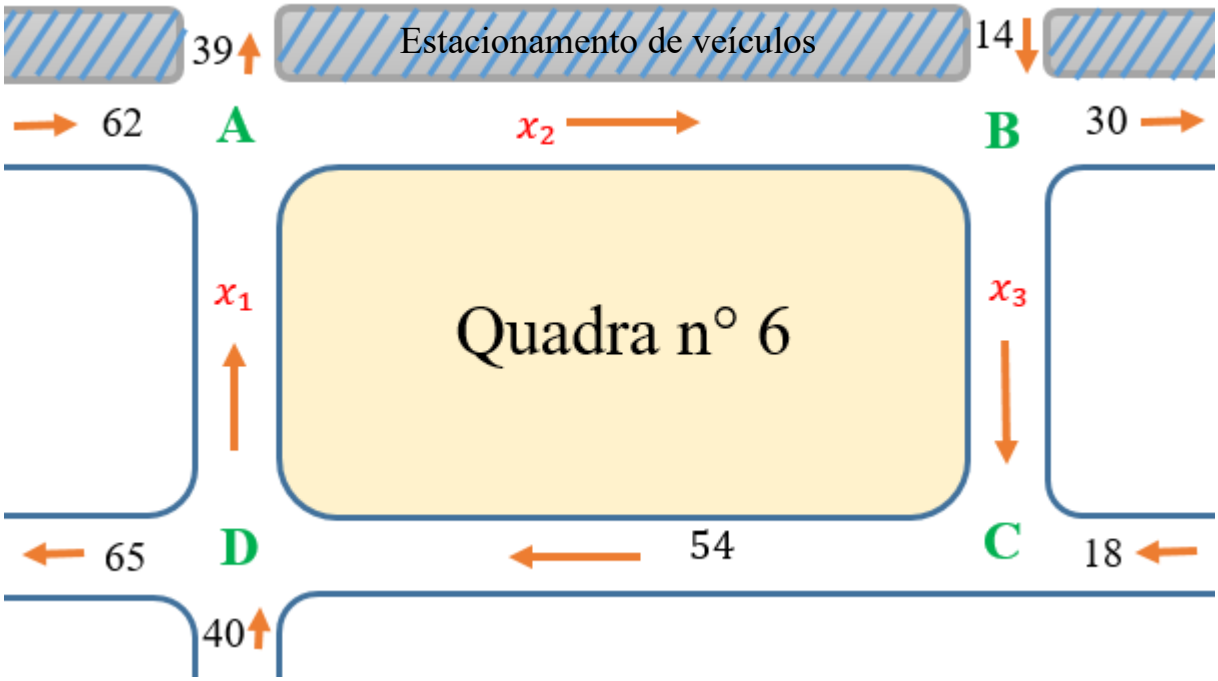
Fonte: Autores (2023)

Tendo em conta a constituição da malha viária da quadra 6, dividimos a turma em 11 grupos colocando cada grupo numa única rua para realizarem a contagem. Terminado o tempo, reunimo-nos num único lugar para agruparmos os dados onde foi verificado que em três ruas não houve nenhuma circulação. Diante desta situação, apresentamos o seguinte problema: *tendo em conta o fluxo de viatura identificado durante a nossa presença, qual é*

o número de viaturas que poderiam circular nas ruas não movimentadas para que o trânsito permaneça regularizado?

Para a solução desta situação, já com dados obtidos fizemos um esquema que representou a malha viária da quadra em referência, como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Rede de viária com 4 nós na Centralidade do Kilomosso (quadra nº 6)



Fonte: Autores (2023)

Partindo desta rede viária, com muita facilidade, os alunos aplicaram o princípio dos nós e responderam o problema em causa.

$$\begin{cases} cruzamento\ A\colon\ x_1 + 62 = x_2 + 39 \\ cruzamento\ \ B\colon\ x_2 + 14 = \ x_3 + 30 \\ Cruzamento\ C\colon x_3 + 18 = 54 \\ cruzamento\ \ D\colon\ 40 + 54 = x_1 + 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = -23 \\ x_2 - x_3 = 16 \\ x_3 = 36 \\ x_1 = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 52 \\ x_3 = 36 \\ x_3 = 36 \\ x_1 = 29 \end{cases}$$

Os resultados obtidos, mostram que pelo fluxo de viatura identificado durante a nossa presença, o trânsito teria permanecido regularizado conservando os sentidos de cada rua com 29 veículos do cruzamento D para A, 52 veículos de A para B e 36 veículos de B para C.

Queremos ressaltar também aqui que, durante a nossa permanência no local verificamos duas situações que aproveitamos delas e fizemos um trabalho de sensibilização

aos sujeitos dessa pesquisa. Em primeiro lugar, pelo excesso de velocidade do *carro preto* (canto inferior direito da Figura 9), aconselhamos os alunos que devem estar sempre vigilantes com os veículos sempre que estiverem para atravessar a estrada, ainda mais pela inexistência de semáforos na centralidade.

Em segundo lugar, o automobilista do carro branco *carro branco* (canto superior direito da Figura 9), estacionou o seu veículo na passadeira para pedestres localizada no nó, que além de dificultar a circulação dos pedestres também pode causar acidentes porque limita a visibilidade dos outros automobilistas. Por isso, aconselhamos os alunos a nunca pautarem com essas condutas (excesso de velocidade dentro de uma localidade e estacionamento em lugares indevidos) sempre que tiverem de dirigir.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa procurou mostrar aos alunos da 12ª Classe do curso de Matemática e Física da Escola do Magistério CDTE Pedro Benga Lima-"Foguetão" do Uíge, em Angola, que a Matemática é uma ciência que não se limita apenas num ambiente restrito (sala de aulas) sem aplicação prática. Com o interesse de melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática foram realizadas as atividades com a aplicação de sistemas de equações lineares na análise de redes de trânsito com ruas de sentido único.

Tal como descrito nesse estudo, um dos fatores que distancia a Matemática de boa parte dos alunos é a não vinculação da Matemática com os problemas que o aluno vive no seu dia a dia. O interesse em introduzir o conteúdo através da Resolução de Problemas não tem somente a preocupação de atribuir significado aos processos de resolução, mas preencher a lacuna que existente na utilização dos conceitos e símbolos matemáticos para representar e responder situações sociais por parte dos alunos.

A metodologia de ensino adoptada nesta pesquisa possibilitou despertar o interesse e gosto dos alunos pela Matemática, estreitou as relações dos alunos com a Matemática quebrando desta forma a prática habitual de transmitir fórmulas, teoremas, axiomas e exercícios. Isso foi possível com a aplicação dos sistemas de equações lineares em cruzamentos de ruas, onde foi possível determinar o número de veículos que deve entrar e sair no mesmo cruzamento para que trânsito seja regularizado.

As atividades desenvolvidas na sala de aula e na Centralidade do Kilomosso, permitiram o envolvimento e a participação ativa de todos os alunos na resolução das situações-problemáticas apresentadas bem como do caso prático.

Pela satisfação dos alunos durante as atividades bem como os resultados obtidos, acredita-se ter contribuído para a formação dos participantes, possibilitando, assim, reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares, aliados a situações sociais, com o recorte na aplicação de sistemas de equações lineares na análise de malhas viárias com ruas de sentido único, como também, na construção de uma nova postura frente ao ensino de Sistemas Lineares em particular e da Matemática no geral. Ou seja, a metodologia utilizada permitiu demonstrar a aplicação de sistemas lineares na análise de redes de trânsito, comprovando assim que a Matemática está ligada à realidade de todos. Diante disso, espera-se que a metodologia apresentada neste estudo sirva de um indicador e guia para reduzir o insucesso dos alunos na aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

AMARAL, S. J. C. **Análise da complexidade da malha viária para distribuição de última milha em áres urbanas**. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

ANGOLA. LEI n.º 17/16. **Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola. Diário da República I Série nº 170 de 07 de Outubro**. Assembleia Nacional de Angola, Luanda, 2016.

ANGOLA. LEI nº. 32/20. **Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola. Diário da República I Série nº 123 de 12 de Agosto**. Assembleia Nacionl de Angola. Luanda, 2020.

BRASIL. **Manual de estudos de tráfego**. Instituto de Pesquisas Rodoviárias. Rio de Janeiro. 2006.

BRUNS, C. B. et al. **Educar para o trânsito**. 20. ed. Curitiba: Tecnodata, 2006.

CORREIA, M. D. C. B. **A observação participante enquanto técnica de investigação**. [S.l.]: Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Enfermagem, v. 13, 2009. Disponivel em: <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/23968/1/2009_13_2_30-36.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2023.

HOWARD, A.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. Tradução de Claus Ivo Doering. 8ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

LEANDRO, R. N. **Insucesso Escolar na Matemática: Um (outro) olhar Percepção dos alunos do 6.º ano do Ensino Básico sobre o insucesso escolar na Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Minho, Braga, 2006.

MARTINS, F. D. C.; ANDRADE, S. D. Ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares na licenciatura através da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, São Paulo, v. 20, n. 01, 2023. 1-19.

PEREIRA, S. D.; KLAUS, V. L. C. D. A. Relato de uma experiência: contribuições freirianas para o estudo da matemática na classe especial. **Revista de Educação Matemática,** São Paulo, v. 22, 1-19, 2024.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. **Metodologia do trabalho científico**: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

QUIMUANGA, Z. C. A.; JOSÉ, S.; DOMÍNGUEZ, R. C. O ensino da Estatística baseado na resolução de problemas: Uma estratégia didática de trabalho com os alunos de uma Escola Primária em Angola. **Revista Baiana de Educação Matemática**, Juazeiro, v. 04, n. 01, p. 1-27, 2023.

QUIMUANGA, Z. C. A.; KUZULU, A. M. D.; MENDES, I. A. GeoGebra Software as a tool for the construction and projection of prisms parallel to the projection planes. **III SEVEN INTERNATIONAL MULTIDISCIPLINARY CONGRESS**, 2023.

RUFATO, S. A. C. **Sistemas lineares, aplicações e uma sequência didática**. 2013. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

SILVA, S. C. T. F. **Atitude com a matemática em estudo antes do ensino fundamental e médio: subsídios para uma proposta de melhoria do ensino**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

SOTELO, J. C. D. V. **Álgebra Lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias**. México: Mc Graw Hill, 2011.

SOUSA, D. I. D. et al. **Manual de orientação para projetos de pesquisa**. Novo Hamburgo: FESLSVC, 2013.