



A matematização em atividades de modelagem por alunos da Educação do Campo sob um viés wittgensteiniano

Luciano Pereira da Silva¹

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará – Unifesspa

Valdomiro Pinheiro Teixeira Junior²

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará – Unifesspa

Marcelo de Sousa Oliveira³

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará – Unifesspa

RESUMO

A Educação do Campo enfrenta desafios únicos em termos de acesso a recursos educacionais e métodos pedagógicos adequados. Assim, o objetivo desta pesquisa é analisar como os alunos do Campo matematizam atividades de modelagem matemática sob o olhar wittgensteiniano. Como referencial teórico, tem-se os pressupostos filosóficos de Wittgenstein e autores que tratam da modelagem matemática no ensino. É uma pesquisa qualitativa, do tipo pesquisa participante e com técnica de observação participante. Os dados foram coletados mediante registros escritos, gravações em áudio e vídeo e diário de campo com 15 alunos de uma turma de 9º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Gentil Cohen, localizada na zona rural do município de Itupiranga, estado do Pará. Foi aplicada uma atividade de modelagem matemática do interesse do público do Campo – plantação de açaizeiro – que contempla a conceituação de um ambiente de modelagem proposta por Barbosa (2001). A partir da análise dos dados, emergiram duas categorias: a primeira foi a interpretação da situação da realidade e compreensão do problema e a segunda foi articulação do aspecto normativo e do uso descritivo da matemática na resolução do problema. Por fim, os resultados apontam que o domínio das normas e estruturas da matemática é fundamental para a habilidade de matematizar dos alunos nas atividades de modelagem e que a capacidade dos alunos de interpretar e aplicar corretamente as regras matemáticas está diretamente relacionada ao seu sucesso na atividade de modelagem matemática. Sugere-se, também, que novas pesquisas possam ser desenvolvidas abrangendo diferentes contextos e culturas.

Palavras-chave: Filosofia Wittgensteiniana; Modelagem matemática; Matematização; Ensino de matemática; Linguagem matemática.

Mathematization in modeling Activities by Rural Education students from a Wittgensteinian perspective

ABSTRACT

¹ Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa). ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9283-8483>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/8905854956972421>. E-mail: luciano.pereira@unifesspa.edu.br.

² Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1425-0049>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3200167526181886>. E-mail: valdomiro@unifesspa.edu.br.

³ Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5200-7656>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2884395130251810>. E-mail: moliveira@unifesspa.edu.br.

Rural Education faces unique challenges regarding access to educational resources and appropriate pedagogical methods. Thus, the objective of this research is to analyze how rural students mathematize Mathematical Modeling activities from a wittgensteinian perspective. The theoretical framework includes Wittgenstein's philosophical assumptions and authors who address Mathematical Modeling in education. This is a qualitative study, of the participant research type, using participant observation techniques. Data were collected through written records, audio and video recordings, and a field diary with 15 students from a 9th-grade class at the Escola Municipal de Ensino Fundamental Gentil Cohen, located in the rural area of Itupiranga, Pará. A Mathematical Modeling activity of interest to the rural audience – the cultivation of açai palm trees – was applied, encompassing the conceptualization of a modeling environment proposed by Barbosa. From the data analysis, two categories emerged: the first was the interpretation of the real-life situation and understanding of the problem, and the second was the articulation of the normative and descriptive use of mathematics in solving the problem. Finally, the results indicate that mastering the norms and structures of mathematics is fundamental to students' ability to mathematize in modeling activities and that students' capacity to interpret and correctly apply mathematical rules is directly related to their success in Mathematical Modeling activities. It is also suggested that further research be developed covering different contexts and cultures.

Keywords: Wittgensteinian Philosophy; Mathematical Modeling; Mathematization; Mathematics Education; Mathematical Language.

La matematización en actividades de modelación por estudiantes de la Educación Rural desde una perspectiva wittgensteiniana

RESUMEN

La Educación Rural enfrenta desafíos únicos en términos de acceso a recursos educativos y métodos pedagógicos adecuados. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación es analizar cómo los estudiantes de la educación rural matematizan actividades de Modelación Matemática desde una perspectiva wittgensteiniana. El marco teórico incluye los supuestos filosóficos de Wittgenstein y autores que abordan la Modelación Matemática en la enseñanza. Se trata de una investigación cualitativa, del tipo investigación participante y con técnica de observación participante. Los datos fueron recolectados mediante registros escritos, grabaciones de audio y video, y un diario de campo con 15 alumnos de una clase de 9.º año de la Escola Municipal de Ensino Fundamental Gentil Cohen ubicada en la zona rural del municipio de Itupiranga, estado de Pará. Se aplicó una actividad de Modelación Matemática de interés para el público rural – la plantación de açai – que abarca la conceptualización de un ambiente de modelación propuesta por Barbosa. A partir del análisis de los datos, surgieron dos categorías: la primera fue la interpretación de la situación real y comprensión del problema, y la segunda fue la articulación del uso normativo y descriptivo de la matemática en la resolución del problema. Finalmente, los resultados indican que el dominio de las normas y estructuras de la matemática es fundamental para la habilidad de matematizar de los alumnos en las actividades de modelación y que la capacidad de los alumnos para interpretar y aplicar correctamente las reglas matemáticas está directamente relacionada con su éxito en la actividad de Modelación Matemática. También se sugiere que se desarrollen nuevas investigaciones que aborden diferentes contextos y culturas.

Palabras clave: Filosofía wittgensteiniana; Modelación Matemática; Matematización; Enseñanza de las matemáticas; Lenguaje matemático.

INTRODUÇÃO

A Matemática ao longo dos anos foi e ainda é concebida com muita resistência e temor pela maioria dos alunos nos mais diferentes níveis de ensino, desde o Ensino Fundamental, permanecendo até mesmo no Ensino Superior. “As aulas dessa disciplina são vistas com temor por muitos alunos, pois acreditam estudar conteúdos desconexos com seu dia a dia e por isso se tornam de difícil apropriação” (Hora; Carrasco, 2015, p. 1).

Nesse sentido, têm crescido o interesse em pesquisas que utilizam metodologias alternativas ao ensino tradicional, sendo uma delas a modelagem matemática, entendida aqui, como um dos ambientes de aprendizagem possíveis para a Educação Matemática, que

muitas vezes é concebida como uma aplicação para a solução de problemas oriundos de outras áreas do conhecimento ou do cotidiano dos alunos, como fundamentado por Barbosa (2001).

Ademais, quando pensamos em alunos do Campo, público que na maioria das vezes é o último a ser inserido em contextos inovadores e até mesmo em pesquisas acadêmicas voltadas para a sua comunidade, por residirem em locais distantes das grandes cidades, tem-se que possuem contextos culturais e sociais diferenciados e próprios. “Vimos, na modelagem matemática, uma possibilidade metodológica para o ensino de Matemática nas escolas do Campo, pois ela visa contribuir com a formação dos estudantes, considerando os conhecimentos do cotidiano” (Jesus; Santos; Grilo, 2019, p. 187).

Logo, por meio de atividades de modelagem, pode-se explorar a matematização sob um viés wittgensteiniano. Destaca-se que a análise dos usos da linguagem promove a compreensão dos significados e de como são formados, já que o sentido das palavras e expressões depende dos diferentes jogos de linguagem em que são utilizados. Ao considerar, portanto, os enunciados matemáticos normativos, implica reconhecer que eles não são apenas descrições de realidades matemáticas, mas também ferramentas que orientam e moldam a forma como entendemos e organizamos nossas experiências.

O objetivo desta pesquisa, portanto, é analisar como os alunos do Campo matematizam atividades de modelagem matemática sob o olhar da filosofia da linguagem wittgensteiniana. Ao fazê-la, busca-se não apenas contribuir para a teoria da Educação Matemática, como também oferecer uma compreensão que possa informar estratégias pedagógicas que contribuam de forma significativa para melhorar o ensino e aprendizagem de matemática em contextos rurais.

REFERENCIAL TEÓRICO

No desenvolvimento deste trabalho, o referencial teórico está fundamentado em dois eixos principais que dialogam entre si: a modelagem matemática como prática pedagógica no ensino da matemática e a Filosofia da Linguagem de Ludwig Wittgenstein. A escolha por esses dois aportes teóricos decorre da necessidade de compreender, de um lado, como a modelagem pode contribuir para que os estudantes atribuam sentido aos conceitos matemáticos a partir de situações do cotidiano, e, de outro, como as concepções de linguagem influenciam os processos de construção de significado durante as práticas de modelagem. Assim, busca-se articular uma perspectiva pedagógica e uma perspectiva

filosófica que possibilitem uma análise mais ampla e crítica sobre o ensino e a aprendizagem da matemática em contextos reais e situados.

Modelagem matemática no ensino da matemática

A modelagem matemática tem se consolidado como uma abordagem pedagógica significativa no ensino da matemática, proporcionando aos alunos a oportunidade de explorar conceitos matemáticos em contextos reais e significativos. Ao integrar situações do cotidiano e problemáticas do mundo real ao ambiente escolar, a modelagem permite que os estudantes desenvolvam habilidades de investigação, raciocínio lógico e interpretação crítica.

A modelagem matemática é um ambiente de aprendizagem que possibilita aos alunos investigarem situações por meio da matemática, sem procedimentos fixos e com diversas possibilidades de encaminhamento (Barbosa, 2001). Segundo Franchi e Ramos (2024), essa abordagem transforma o espaço escolar em um ambiente democrático e dialógico, estimulando discussões sobre questões sociais e incentivando a formação crítica dos estudantes.

Para o desenvolvimento de atividades de modelagem, alguns autores propõem etapas estruturadas. Klüber e Burak (2008) sugerem cinco etapas: (1) apresentação do tema pelo professor ou sugestão dos alunos; (2) pesquisa exploratória e coleta de dados; (3) conjecturas sobre relações matemáticas; (4) resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático; e (5) análise crítica das soluções considerando tanto aspectos matemáticos quanto sua viabilidade e adequação ao contexto.

Barbosa (2001) classifica a modelagem Matemática em três casos distintos: (1) o professor apresenta a situação-problema e fornece informações para que os alunos resolvam; (2) o professor traz um problema real e os alunos coletam os dados necessários para sua solução; e (3) os próprios alunos escolhem o tema, formulam e resolvem os problemas, sendo responsáveis por toda a investigação. Em todos os casos, o aluno assume o papel de protagonista e o professor atua como orientador.

No contexto escolar, a modelagem matemática segue um sistema normativo matemático, no qual os alunos identificam regras e proposições matemáticas para matematizar situações empíricas. Isso significa que os problemas modelados podem ser analisados e até refutados com base nos fatos, conforme argumentam Barbosa e Souza (2014).

Na matematização em atividades de modelagem matemática, através de problemas, não acontece uma representação fiel dos fatos, porque a matemática não faz uma descrição da realidade, ela é normativa e é usada para a compreensão da realidade. “A busca por uma matematização cujos resultados possam ser delimitados como os mais “fiéis” possíveis, em relação aos fatos, faz com que se busque por outras proposições matemáticas normativas” (Barbosa; Souza, 2014, p. 45).

A modelagem matemática traduz situações reais para a linguagem matemática, permitindo melhor compreensão e previsão de fenômenos (Jesus; Santos; Grilo, 2019). Esse processo envolve a identificação de variáveis e a formulação de modelos adequados, sendo essencial para o aprendizado. Segundo Almeida e Silva (2015), a matematização é dinâmica e evolui com o tempo. No entanto, dificuldades nesse processo não se limitam aos alunos, mas também refletem a falta de práticas pedagógicas que incentivem essa habilidade. Assim, é fundamental que os professores proponham atividades que estimulem a reflexão e a experimentação, equilibrando orientação e autonomia. Na perspectiva wittgensteiniana, matematizar na modelagem é um jogo de linguagem, em que os alunos aprendem e interpretam regras matemáticas dentro de um contexto específico.

Dessa forma, quando os alunos participam de atividades de modelagem matemática, não estão apenas aplicando um conhecimento matemático pré-existente, mas engajando-se em um jogo de linguagem específico, no qual a matemática ganha significado por meio da interação com a situação-problema e com os outros participantes. A identificação das variáveis e a formulação de modelos matemáticos são, portanto, formas de agir dentro desse jogo, em que a compreensão emerge da prática.

Além disso, sob essa ótica, a dificuldade de um aluno em matematizar um problema pode não ser apenas uma falha de compreensão conceitual, mas uma questão de imersão no jogo de linguagem adequado. Ou seja, pode ser necessário que ele participe mais ativamente das práticas que dão sentido aos conceitos matemáticos para desenvolver sua capacidade de matematização.

Filosofia da linguagem

Em *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein reformula sua concepção de linguagem, afastando-se da visão estrutural e logicista de sua fase inicial. Ele introduz a noção de jogos de linguagem, argumentando que o significado das palavras não é fixo, mas depende do uso em diferentes contextos. A linguagem, assim, é uma prática social, determinada pelas

interações humanas e pelas formas de vida em que está inserida. Essa perspectiva redefine a compreensão sobre a construção e compartilhamento de conceitos, impactando diversas áreas do conhecimento, incluindo a filosofia, a educação e o ensino da matemática.

“Wittgenstein introduziu a expressão “jogo de linguagem” inicialmente para chamar a atenção para as semelhanças entre linguagem e jogos. Da mesma forma que um jogo, a linguagem também possui regras constitutivas” (Gottschalk, 2013, p. 9). Assim, como um jogo possui suas regras, a linguagem também tem regras, que determinam o que tem sentido dizer e o que não tem.

“Os jogos de linguagem estão moldados pela natureza do mundo em que vivemos, bem como pela nossa natureza, participando, em caráter constitutivo, de nossa forma de vida” (Alonso Jr., 2011, p. 74). Com relação ao conceito de jogos de linguagem, só podemos classificar algo como jogo a partir do uso que fazemos da linguagem. “A expressão “jogo de linguagem” deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida” (Wittgenstein, 2014, p. 27).

Numa visão wittgensteiniana, é no uso que atribuímos sentido para as palavras. “Aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou um conjunto de regras, que governam seu uso” (Gottschalk, 2014, p. 77). Segundo a autora, não tem sentido ensinar um significado essencial de uma palavra sem levar em consideração os seus diversos usos, pois uma palavra vai adquirir um significado no uso que atribuímos a ela, seguindo uma regra.

De acordo Wittgenstein (2014), nos diversos jogos existem semelhanças, como as que existem entre membros de uma família, chamando de semelhanças de família. “A idéia é de que existem semelhanças de família e estas semelhanças fornecem uma idéia geral do que seja um jogo sem defini-los por uma propriedade comum” (Alonso Jr., 2011, p. 73). A linguagem, na visão de Wittgenstein, possui as características de um jogo, com regras. “Tanto os jogos quanto a linguagem são atividades constituídas e guiadas por regras que podem ser explícitas ou não, à gramática de uma linguagem” (Alonso Jr., 2011, p. 73).

Para Alonso Jr. (2011, p. 73), inspirado em Wittgenstein, “Semelhanças de família são, assim, as semelhanças entre aspectos pertencentes aos diversos elementos que estão sendo comparados, mas de forma tal que os aspectos semelhantes se distribuem ao acaso por esses elementos”. Logo, há multiplicidade de jogos de linguagem que podem ser constituídos a partir das práticas da linguagem (Wittgenstein, 2014).

O filósofo indaga, ainda, que não existe uma essência única ou uma característica comum a todas as manifestações que chamamos de linguagem, o que temos são diversos tipos de linguagens que estão relacionadas de diferentes maneiras, como se fossem parentes, que compartilham semelhanças e relações, mas não uma definição única e universal.

Assim, a segunda fase da filosofia de wittgensteiniana afirma que o problema não está na linguagem, mas sim no uso e no pensamento, que “é confuso devido ao uso exclusivo da concepção referencial da linguagem” (Silva et al., 2022, p. 159). Dessa maneira, a filosofia madura de Wittgenstein é considerada uma terapia para o pensamento confuso, visando sua cura. Segundo Silva et al. (2022, p. 159), em suas análises sobre a filosofia de Wittgenstein, “torna-se necessário descrever os usos da linguagem tendo em vista a dissolução de confusões conceituais ali existentes”.

Para Wittgenstein (2014), portanto, o domínio de uma técnica é fundamental para entendermos os usos que fazemos das palavras, dentro desses jogos de linguagem, como o *ver* e *ver como*. Esse conceito é importante em uma atividade de modelagem, pois dependendo de como o aluno visualiza a situação problema, pode *ver* de uma maneira e não *ver como*, pois, no contexto da modelagem é importante que o aluno não apenas observe os números, gráficos, tabelas etc. (*ver*), é necessário, também, interpretar o que significam no problema que está sendo modelado (*ver como*). Isso está relacionado, inclusive, ao domínio de uma técnica.

Segundo Silva et al. (2022), a percepção do mundo não se trata de ver melhor ou pior, mas de diferentes formas de percepção que podem ser ensinadas e treinadas. No contexto wittgensteiniano, “ver como” refere-se à capacidade de interpretar algo de uma maneira específica, influenciada pelo treinamento, experiência e contexto social.

A interlocução entre a modelagem matemática e a filosofia de Wittgenstein na Educação Matemática nos permitem visualizar a importância da linguagem no processo de compreensão dos alunos, “não sendo necessário recorrer a uma perspectiva cognitivista para fazer inferências sobre as ações dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática” (Almeida; Seki, 2021, p. 127).

METODOLOGIA

Esta seção abarca os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, como o cenário da pesquisa, procedimentos metodológicos adotados, além de indicar como ocorreu a coleta de dados e a forma de análise utilizada.

Cenário da Pesquisa

A pesquisa foi realizada na Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental Gentil Cohen, situada em um Projeto de Assentamento da Reforma Agrária (INCRA), no Pará, a 30 km da Rodovia Transamazônica BR 230, na Vicinal do km 92, Vila Boa Esperança. A escola atende, em sua maioria, filhos de agricultores familiares beneficiários da Reforma Agrária (cerca de 90%), enquanto os demais alunos são de famílias que trabalham em empresas privadas locais e grandes fazendas da região.

Sendo uma instituição de origem campesina, a escola possui uma realidade diferenciada, reunindo famílias de diversas regiões do país, com costumes, culturas e crenças variadas, o que exige o respeito à diversidade cultural. A comunidade, hoje, passa por uma transformação no meio da tecnologia, mesmo de forma seletiva, pois nem todos conseguem ter acesso a essas tecnologias. A escola atende atualmente 150 alunos, na sua totalidade, nos seguintes seguimentos: maternal, com 12 alunos no período vespertino; Educação Infantil, com 28 alunos no período matutino; 1º ao 3º ano, turma multisseriada, com 22 alunos vespertino; 4º e 5º ano, turma multisseriada, com 22 alunos matutina; 6º ano, com 20 alunos turma matutina; 7º ano, com 19 alunos turma matutina; 8º e 9º ano, turma multisseriada, com 27 alunos matutino, sendo 15 alunos do 9º ano e 12 alunos do 8º ano.

A Escola por ser uma instituição pública municipal tem em seu projeto pedagógico a Educação do Campo partindo da concepção teórico-metodológica da Proposta de Flexibilização Curricular de Itupiranga, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB). Utiliza Livro Didático com projetos de temas geradores voltados a conteúdos de inclusão social, valorizando e respeitando as suas particularidades.

Procedimentos Metodológicos Adotados

O trabalho⁴ tem como abordagem a pesquisa de natureza qualitativa, pois esta é caracterizada pela coleta de dados sem medição numérica, com o aspecto de descobrir e aprimorar perguntas de pesquisa no processo de interpretação de dados (Silveira; Córdova, 2009). Em relação ao tipo de pesquisa, caracteriza-se como pesquisa participante. Que

⁴ A pesquisa foi desenvolvida conforme as orientações da resolução CNS 466/12 e 510/16, garantindo a integridade dos participantes, e só foi iniciada após a aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP), ocorrido no dia 31 de agosto de 2023 com o parecer nº 6.274.785.

segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 67) é uma pesquisa desenvolvida “a partir da interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas”, podendo ser valiosa em uma investigação sobre modelagem e a filosofia wittgensteiniana, especialmente em entender suas ideias sobre linguagem e significado. Ademais, a observação participante foi a técnica utilizada, pois segundo Magalhães Jr. e Batista (2021, p. 101), “o pesquisador assume um papel menos interativo com o grupo estudado, de maneira que não interfere em processos e contextos”.

O público-alvo deste estudo foram 15 alunos de uma turma do 9.º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e o professor regente, ambos do município de Itupiranga, estado do Pará. Para o desenvolvimento da pesquisa, foi aplicada uma atividade de modelagem matemática relacionada a contextos do dia a dia dos alunos, com o tema "plantação de açaizeiros". O problema a ser resolvido foi: *Qual o espaçamento ideal no cultivo do açaizeiro para obter maior produção de açaí?*

A atividade foi realizada no dia 3 de outubro de 2023, com duração de três aulas de 45 minutos cada, totalizando 135 minutos, e os registros foram feitos por meio de áudio e vídeo. Além disso, foi utilizado um diário de bordo para anotação das características individuais de alguns alunos que se destacaram durante e após a pesquisa, permitindo assim a transcrição das falas nos momentos de interação. Após a aplicação da atividade de modelagem, também foram recolhidos os registros escritos das resoluções, com o objetivo de verificar suas estratégias, o uso da linguagem matemática e os processos de matematização empregados. Conforme Barbosa e Souza (2014), a matematização de problemas em atividades de modelagem matemática corresponde a uma maneira de compreender situações empíricas.

Ao final, os grupos socializaram suas experiências com a modelagem matemática, compartilhando e discutindo suas resoluções com os demais grupos. Esse momento de socialização gerou debates significativos, promovendo interações entre os integrantes dos grupos e os demais colegas.

Para a interpretação dos dados obtidos, utilizou-se a Análise do Conteúdo, conforme o referencial teórico de Bardin (2016), a qual se desenvolve em três etapas principais:

1. Pré-análise: Nesta etapa, os dados foram organizados e as ideias principais foram destacadas, servindo de base para a condução da análise.

2. Exploração do material: O material coletado foi codificado, categorizado e analisado, permitindo a emergência de padrões e tendências nos dados. Nessa etapa, emergiram duas categorias principais:

- Interpretação da situação da realidade e compreensão do problema: refere-se à forma como os alunos analisaram a situação proposta, identificando elementos essenciais do problema e relacionando-os ao seu contexto real.
- Articulação do aspecto normativo e do uso descritivo da matemática na resolução do problema: diz respeito ao modo como os estudantes empregaram conceitos matemáticos, ora seguindo regras e normas estabelecidas, ora utilizando descrições e aproximações próprias para estruturar suas soluções.

3. Tratamento dos resultados, inferência e interpretação: Considerada a chave para a pesquisa qualitativa, esta etapa envolveu a análise aprofundada dos dados, buscando inferências e interpretações baseadas nas categorias organizadas.

O processo de inferência e interpretação dos dados é essencial para captar os significados e relações subjacentes no material analisado. Como destaca Bardin (2016, p. 39), inferir significa realizar uma operação lógica, admitindo uma proposição em decorrência de sua relação com outras proposições previamente aceitas como verdadeiras. Assim, a Análise do Conteúdo permitiu uma compreensão mais profunda das estratégias dos alunos na matematização e no uso da linguagem matemática ao longo da atividade de modelagem.

ANÁLISES E RESULTADOS

Com base nas leituras realizadas, observa-se que, nas atividades de modelagem matemática sob a perspectiva da filosofia de Wittgenstein, os alunos seguem regras durante o processo. Diante disso, este estudo busca analisar as atividades propostas aos estudantes, considerando o aspecto normativo e descritivo da matemática. A pesquisa investigará como os alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental, em uma escola do Campo, matematizam dentro desse contexto. Inicialmente, o professor apresentou o tema da plantação do açaizeiro, alinhado ao primeiro caso de Barbosa (2001). Por se tratar de um tema familiar aos alunos, a atividade foi planejada para despertar o interesse, relacionando-se diretamente com sua vivência. No entanto, para engajar os estudantes na investigação, o tema precisava ser útil a eles. Como a plantação de açaí representa uma importante fonte de renda para suas famílias e comunidade, a temática gerou envolvimento significativo.

A atividade de modelagem, elaborada pelo professor em parceria com o pesquisador, está descrita no Quadro 1. A partir da resolução e dos diálogos entre os participantes, serão realizadas as análises propostas neste estudo.

Quadro 1 – Atividade de modelagem

Tema: Plantação de açazeiros

O açazeiro é uma planta nativa das áreas de várzea, onde naturalmente a fertilidade do solo é melhorada pela adição dos sedimentos e a disponibilidade de água é elevada (Embrapa Amapá Macapá, 2011, p. 11). Para que seu cultivo em terra firme proporcione um bom desenvolvimento das plantas e uma produção rentável, é necessário a adoção de práticas como a adubação e a irrigação (Embrapa Amapá Macapá, 2011, p. 12).

Para plantar o açazeiro em terra firme, preferencialmente devem ser aproveitadas áreas já utilizadas (em processo de degradação ou não), de modo a torná-las novamente produtivas, evitando-se a utilização de áreas virgens ou de vegetação secundária em recuperação (Embrapa Amapá Macapá, 2011, p. 13).

Os espaçamentos indicados para o cultivo do açazeiro solteiro visando à produção de frutos são baseados em observações de natureza prática, sendo os mais utilizados: 5 m x 5 m e 6 m x 4 m, com o manejo de 3 a 4 estipes por touceira. Mas outros espaçamentos vêm sendo empregados, como: 5 m x 3 m; 5 m x 4 m; 4 m x 4 m e 6 m x 6 m. A figura abaixo exemplifica uma plantação 5 m x 5 m:



Fonte: Embrapa Amapá Macapá, 2011.

O estipe é o “tronco” do açaí e pode ser utilizado como vigas de estrutura de casas do interior de áreas rurais. A figura abaixo exemplifica uma plantação de açazeiros com 4 estipes.



Fonte: Embrapa Amapá Macapá, 2011.

A cova para plantio do açazeiro deve ter as dimensões de 40 cm de largura x 40 cm de profundidade, como exemplifica a figura abaixo.



Fonte: Embrapa Amapá Macapá, 2011.

O hectare é baseado em um sistema internacional de medidas, que é aplicado em grande parte dos países. Apesar de ser a principal medida, além do hectare, existe também are (a), centiare (ca) e o alqueire. **Um hectare mede 10.000 m².**

Tabela 1. Espaçamentos, número de plantas, número de estipes manejados e totais de estipes de açaí em cultivo solteiro por hectare (ha).

Espaçamento (metros)	Número Plantas por hectare	Número Estipes (tronco) por touceira	Número Estipes (tronco) por hectare
5x4		3	
5x4		4	
6x4		3	

6x4		4	
5x5		3	
5x5		4	
6x6		3	
6x6		4	

Dados: utilize as informações contidas nessa tabela e no texto para a resolução do problema.

Problema: Qual o espaçamento ideal no cultivo do açazeiro para obter maior produção de açaí?

Fonte: Acervo da pesquisa (2023)

O professor forneceu os dados quantitativos e qualitativos conforme o primeiro caso de Barbosa (2001) e orientou os grupos na atividade, atuando como “co-partícipe”. Ele explicou como preencher a tabela, destacando que seu preenchimento segue regras específicas. Nesse contexto, o professor assumiu o papel de “treinador”, ensinando aos alunos como seguir as regras do processo.

Interpretação da situação da realidade e compreensão do problema

O professor apresentou o tema, e depois o problema da atividade de modelagem: “Qual o espaçamento ideal no cultivo do açazeiro para obter maior produção de açaí?” Assim, o aluno teria uma área de 1 hectare (ha) para plantar, em que teriam algumas opções de espaçamento entre as touceiras de açaí, necessitando resolver o problema, além de identificar qual o melhor espaçamento pensando na produção otimizada. No texto, foi explicado que a touceira é a planta por covas, e estipes é o tronco do açazeiro, e cada cova poderia conter três ou quatro estipes (tronco do açazeiro).

Divididos em três grupos (A, B e C), os alunos iniciam a resolução do problema interpretando o enunciado. O grupo A, por exemplo, identifica as unidades de medida essenciais para a geometria plana e discute a melhor forma de solucionar a atividade. Sob a perspectiva de Wittgenstein, esse processo caracteriza um jogo de linguagem, no qual os significados são construídos por meio da interação e do uso da linguagem.

Portanto, a partir de um jogo de linguagem estabelecido entre o professor e os alunos, uma aluna do grupo A comunica ao professor sua ideia de desenhar para compreender o problema. A partir disso, o professor por meio do gesto de aprovação valida sua ideia de desenhar uma figura para representar a situação real, ou seja, *ver como* croqui geométrico, propondo, assim, um outro caminho normativo para a resolução do problema. Com a ideia de *ver* as informações contidas na tabela *como* uma figura geométrica, os alunos pensam como irão interpretar o problema. Segundo Wittgenstein (2014), interpretar é um modo de pensar, e a expressão *ver como*, relaciona-se com a expressão do interpretar.

Ao considerar a visão wittgensteiniana, o jogo de linguagem entre os alunos e o professor ilustra uma negociação e o ajuste contínuo das definições e conceitos dentro de um jogo de linguagem específico. Os alunos e o professor, portanto, tentam ajustar e refinar o significado de termos específicos, como estipes (pés), touceira e cova. O debate sobre as medidas e a quantidade de pés demonstra como o grupo busca alcançar uma compreensão comum que funcione dentro do contexto da tarefa.

Os alunos do grupo B buscaram ajuda do professor por dificuldades na interpretação do texto e da tabela. O professor os orientou a revisar as informações, sugerindo a leitura em voz alta para facilitar a compreensão coletiva. Algumas alunas relataram que, mesmo após várias leituras, não conseguiram entender. Ainda assim, o professor insistiu na releitura, destacando a parte do texto que exigia maior atenção.

As dificuldades das alunas em entender o material e a terminologia revelam a importância do contexto na compreensão do significado. Algumas terminologias não fazem parte da *forma de vida* das alunas. Por exemplo, a palavra estipes é muito usada na agronomia, nesse caso, o professor solicita a leitura para que os alunos associem a palavra a sua vivência, no caso, o tronco do açaí, que faz parte da sua *forma de vida*, já que a maioria são filhos de pequenos produtores rurais que tem como atividade o plantio do açaizeiro.

O professor aponta, gesticula e pergunta para o grupo B, buscando mobilizar os alunos a buscar informações no texto a partir das leituras. Com isso, o professor tenta mobilizar os alunos a *ver como* as informações na tabela são relevantes para resolução do problema, buscando conduzi-los pelo caminho normativo da matemática. “Através da autoridade do professor (e dos textos que ele indica), o aluno toma para si pressupostos implícitos que são determinantes para o aprendizado de outros conteúdos” (Gottschalk, 2008, p. 92). À medida que o diálogo avança, as alunas ajustam sua interpretação e aplicação dos conceitos com base nas instruções do professor e nas discussões em grupo. Isso reflete a visão wittgensteiniana de que a compreensão é uma prática contínua e ajustável, em que as pessoas adaptam seu entendimento conforme interagem e discutem.

O diálogo entre os alunos e o professor se desenrola dentro do "jogo de linguagem" da matemática aplicada ao cultivo de plantas. Para Wittgenstein, o significado das expressões é determinado pelo seu uso e, por isso, termos como "espaçamento", "touceira" e "estipes" ganham significado específico dentro do contexto da agricultura e do problema matemático. A discussão, portanto, revela um entendimento prático e contextual dos problemas envolvidos.

Já no grupo C, a partir de jogos de linguagem entre os alunos e o professor, os alunos estão tentando interpretar alguns significados de algumas palavras que não conhecem, pois não fazem parte da sua forma de vida. No diálogo, percebe-se que o termo *estipes* é inicialmente desconhecido para os alunos, logo, o professor o orienta a ler o texto para compreender o termo dentro do contexto da agronomia, refletindo a ideia de Wittgenstein de que o significado é construído a partir do uso prático da linguagem.

A dúvida sobre o termo *estipes* demonstra como as palavras podem ser mal interpretadas quando retiradas do seu contexto de uso, conforme argumenta Wittgenstein. O professor busca clarificar o termo ao ajudar os alunos a conectarem-no à sua *forma de vida*, ou seja, à realidade que compartilham. Para isso, propõe a leitura do texto, e uma aluna do grupo C se oferece para ler. Essa ação visa estimular a competência leitora dos alunos, pois, segundo Teixeira Jr. e Silveira (2013), na leitura de textos matemáticos, os alunos tendem a focar apenas nos números e palavras-chave, sem realizar uma leitura interpretativa. A prática de consultar o texto e discutir termos técnicos como *estipes* faz parte do aprendizado das regras linguísticas da disciplina. Assim, os jogos de linguagem entre professor e alunos são fundamentais para a compreensão do problema e para o ajuste contínuo do conhecimento no decorrer da atividade de modelagem.

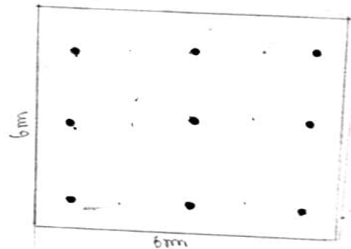
Articulação do aspecto normativo e do uso descritivo da matemática na resolução do problema

Nesta seção, analisamos como os alunos articulam o aspecto normativo e o uso descritivo da matemática na resolução do problema. A partir das produções dos alunos, investigamos como eles mobilizam conhecimentos matemáticos para estruturar uma resposta à questão proposta. Observamos que, ao avançarem na atividade de modelagem, os estudantes passam a utilizar regras e procedimentos matemáticos para interpretar e organizar a situação modelada. A seguir, discutimos esse movimento a partir dos registros produzidos.

Os registros analisados nesta seção são as produções dos alunos como resultado do empreendimento dar resposta ao problema proposto, a saber: Qual o espaçamento ideal no cultivo do açaizeiro para obter maior produção de açaí? A rota de modelagem se direciona para continuidade da matematização da situação, ou seja, agora os alunos procuram articular aspectos normativos da matemática para descrever a situação real e responder à indagação da atividade de modelagem.

O registro a seguir foi proposto pela aluna A1 ela propôs uma interpretação da situação real por meio de um croqui, ou melhor, uma descrição da situação por meio do aspecto normativo geométrico.

Figura 1 – Primeiro modelo do grupo A.



Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

O professor forneceu uma tabela para organizar os dados, estabelecendo um caminho normativo para a resolução do problema. No entanto, a aluna A1 propôs uma abordagem diferente, apresentando uma figura geométrica quadrangular com dimensões de 6m x 6m, buscando que seus colegas visualizassem os dados como um croqui geométrico (*ver como*). Sua proposta estava fundamentada em uma das opções de espaçamento descritas na atividade, que incluíam 5m x 4m, 6m x 4m, 5m x 5m e 6m x 6m. Ao optar pelo espaçamento de 6m x 6m, ela sugeriu um modelo geométrico como referência para interpretar a situação, mas sem indicar inicialmente cálculos específicos. No entanto, essa abordagem fomentou discussões técnicas e matemáticas no grupo, que passou a buscar uma norma de cálculo para melhor interpretar e resolver o problema.

Segundo Wittgenstein (2014), dependendo do modo como olhamos podemos ver de uma forma ou de outra, como é o caso dessa aluna, que conseguiu *ver* os dados fornecidos pelo professor de uma perspectiva geométrica, ou seja *ver como* um croqui geométrico, evidenciando que tem domínio de uma técnica geométrica que lhe possibilitou ver o problema como um croqui. Barbosa e Souza (2014) entendem que a matematização de problemas em atividades de modelagem matemática é como um sistema normativo, estando relacionada a uma maneira de *ver* situações empíricas, e, dependendo das proposições matemáticas adotadas, esse modo de *ver* se modifica.

Durante as discussões matemáticas, o grupo passou a buscar formas de interpretar os dados por meio de cálculos. Inicialmente, o grupo A analisou a situação a partir do objeto geométrico sugerido por uma colega, mas, ao mudar de perspectiva e enxergar a figura como uma área de 36 m², houve uma transição da norma geométrica para a norma métrica. Com

essa mudança, os alunos passaram a focar nas propriedades quantitativas e funcionais da figura, priorizando o cálculo da área. Esse processo representa uma passagem do olhar concreto e visual para uma abordagem mais abstrata, onde a preocupação deixa de ser apenas a forma da figura e passa a envolver a resolução matemática do problema.

Os alunos do grupo A começam a explorar modelos retangulares e esboços de cálculo, o que pode representar uma mudança na forma de *ver como* a situação se apresenta e como o problema pode ser resolvido. Essa transição está diretamente ligada ao aspecto normativo da matemática, pois, ao adotarem uma nova técnica matemática, sua visão da situação se amplia. Eles passam a *ver como* um cálculo, o que lhes permite perceber novas possibilidades de resolução. Em termos wittgensteinianos, essa mudança evidencia como o *ver como* pode se modificar à medida que novas técnicas matemáticas são empregadas, demonstrando a flexibilidade dos jogos de linguagem na matemática.

Ao ampliarem sua visão sobre a situação real, os alunos demonstram como as proposições matemáticas funcionam como regras que possibilitam a descrição das proposições empíricas. A busca por diferentes modelos geométricos e cálculos associados reforça a ideia de que as normas matemáticas são condição de sentido na atividade de modelagem. Mesmo quando ancoradas na realidade, as proposições matemáticas, por sua natureza convencional, estabelecem os critérios que permitem interpretar e estruturar a situação analisada, conforme a perspectiva deste estudo baseada em Wittgenstein (2014). As proposições da geometria “[...] não constituem descrições das propriedades do espaço, mas regras para a descrição das formas dos objetos empíricos e de suas relações espaciais” (Gottschalk, 2013, p.11).

Os alunos identificaram os espaçamentos entre as touceiras e calcularam as áreas correspondentes, utilizando o aspecto normativo da matemática como base para descrever a situação real. Aplicando regras matemáticas adequadas, conseguiram resolver o problema de forma satisfatória. Além de calcular as áreas dos espaçamentos, dividiram a área total disponível para o plantio (10.000 m²) pelas áreas menores, estimando assim o número de plantas possíveis. Para isso, utilizaram a razão entre dois números, ou seja, a área total pelo tamanho de cada espaçamento, seguindo os critérios estabelecidos na atividade. O êxito dos alunos em descrever a situação por meio da matemática, ou seja, em interpretar matematicamente a situação, reforça a tônica deste estudo de que a articulação do aspecto normativo é condição para a descrição da situação real em estudo na atividade de modelagem, ou por outras palavras, quando o aluno tem o domínio das regras e das técnicas,

compreende e faz uso do aspecto normativo da matemática, é capaz de fazer uso do aspecto descritivo da matemática, para interpretar e descrever uma situação real (Oliveira e Silveira, 2017)

Abaixo, está a tabela preenchida pelos alunos, com as estimativas do número de plantas por hectare, do número de estipes por touceira e do número de estipes por hectare, de acordo com a descrição da situação real empreendida pelo grupo.

Figura 2 – Tabela preenchida pelo grupo A

Espaçamento (metros)	Número Plantas por hectare	Número Estipes por touceira	Número Estipes por hectare
5x4	500	3	1500
5x4	500	4	2000
6x4	416	3	1248
6x4	416	4	1664
5x5	400	3	1200
5x5	400	4	1600
6x6	277	3	831
6x6	277	4	1108

Dados: utilize as informações contida nessa tabela e no texto para a resolução do problema.

Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Com a aplicação das regras matemáticas adequadas, os alunos conseguiram matematizar a situação real proposta pela atividade de modelagem, e de forma satisfatória, preencheram a tabela proposta pelo professor, o que, em favoreceu a resolução do problema, qual seja, a determinação de um espaçamento ideal para se otimizar a produção de açaí em um hectare. No registro abaixo, encontra-se a escolha do espaçamento ideal proposta pelo grupo, em decorrência da articulação do aspecto normativo da razão efetuada.

Figura 3 – Resolução final do grupo A

O MELHOR ESPAÇAMENTO SERIA 5x4

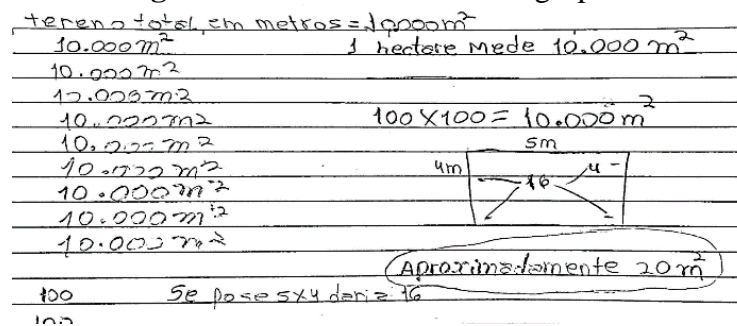
Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

A resolução final do grupo A foi bem-sucedida, já que conseguiram identificar que o melhor espaçamento é o 5m x 4m e com quatro estipes por touceira. O sucesso na resolução do problema, deve-se a matematização correta por parte dos alunos no decorrer da atividade de modelagem. Segundo Almeida e Silva (2015), o sucesso ou o fracasso nas atividades de modelagem, na maioria das vezes, está ligada ao sucesso ou ao fracasso da matematização.

A seguir, passaremos a analisar a produção dos alunos do grupo B. Os integrantes dos grupos começaram a interpretar a situação real, refletindo sobre as possibilidades de

configurações de um terreno de 1 ha de área, propondo dimensões de um terreno de 10.000 m² de área, como expresso no registro abaixo.

Figura 4 – Primeiro modelo do grupo B



Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Essa trajetória dos alunos do grupo indica que, ao buscar uma norma matemática para interpretar a situação, também procuravam adequar suas *formas de vida* à interpretação coletiva. Como alunos do Campo, suas experiências com lotes rurais de diferentes configurações influenciaram essa compreensão, alinhando-se à máxima wittgensteiniana de que o significado está no uso e no interior de um contexto de significação. Nesse momento, conseguem ver o problema como um croqui geométrico, iniciando a primeira tentativa de matematização por meio do aspecto normativo da matemática.

Os integrantes do grupo B já conseguem concluir que os 10000 m² de 1 hectare podem ser obtidos por várias configurações retangulares e, diante dessa conclusão, optam pela dimensão julgada pelo grupo como a mais adequada, por se tratar de um modelo mais fácil de fazer comparações, a saber, a dimensão 100m por 100m.

Os alunos discutem as dimensões do terreno de 1 ha e calculam áreas retangulares menores, como um retângulo de 4m por 5m, totalizando 20 m². Inicialmente, não percebem a relação entre as áreas menores e a total, mas, após os cálculos, começam a estabelecer uma proporcionalidade, evidenciando que essa compreensão surge posteriormente, ao considerarem a variável da quantidade de touceiras. Neste estudo, entende-se que a introdução de variáveis pode ocorrer tanto na interação com o tema quanto na matematização, sendo parte do jogo de linguagem da modelagem. As rotas de modelagem não são fixas, permitindo reconfigurações nos parâmetros essenciais e novas análises conforme surgem variáveis adicionais.

Os alunos associam a área de 20 m² com a de 10.000 m² e estimam 16 touceiras de açaí em 20 m². No entanto, essa estimativa não segue os espaçamentos estabelecidos no

roteiro da atividade, comprometendo a conclusão devido à mudança de regra no jogo de linguagem previsto. Neste estudo, o aspecto normativo é condição de sentido para a descrição da situação real. Assim, ao aplicar uma regra fora do contexto, a descrição da solução foi prejudicada, demonstrando como a articulação inadequada entre norma e uso descritivo da matemática pode levar a erros (Oliveira; Silveira, 2017).

Na continuidade da matematização, os alunos voltam a considerar as informações da tabela e criam alguns modelos de figuras para representar a situação real. Por exemplo, para representar os espaçamentos 4m x 5m e 4m x 6m, os alunos começam a usar elementos normativos da matemática, como o cálculo de área e o princípio fundamental da contagem, já que eles procuram contar quantos retângulos de áreas 20m² e 24m² cabem em uma área de 1 hectare.

Na sequência, já cientes de que os espaçamentos propostos na atividade se caracterizam como regras matemáticas, ou normas de descrição, passam a efetuar a razão entre a área total a ser plantada e o resultado do cálculo de área dos espaçamentos e, em seguida, multiplicam pelo número de estipes que podem ser plantadas em cada cova. Logo, os alunos percebem que tem uma regra que deve ser seguida para a resolução do problema, evidenciando o postulado wittgensteiniano de que as proposições matemáticas são regras a serem seguidas.

No preenchimento da tabela, percebe-se que os alunos do grupo B tiveram êxito na matematização. Como já argumentado por Almeida e Silva (2015), esse sucesso nas atividades de modelagem matemática está diretamente ligado a matematização.

Figura 5 – Tabela preenchida pelo grupo B

Espaçamento (metros)	Número Plantas por hectare	Número Estipes por touceira	Número Estipes por hectare
5x4	500	3	1.500
5x4	500	4	2.000
6x4	416	3	1.248
6x4	416	4	1.664
5x5	400	3	1.200
5x5	400	4	1.600
6x6	277	3	831
6x6	277	4	1.108

Dados: utilize as informações contida nessa tabela e no texto para a resolução do problema.

Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Os jogos de linguagem do preenchimento da tabela foram bem executados pelos aprendizes, pois seguiram a regra do preenchimento, assim direcionando-os à conclusão do problema proposto pelo professor.

Figura 6 – Resolução do grupo B

① melhor espaçamento seria 5x4 que
daria 2.000 estipes.

Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Os alunos do grupo B foram os que mais matematizaram durante a atividade de modelagem proposta pelo professor. Percebe-se que no decorrer da atividade, os aprendizes recorreram ao aspecto normativo da matemática para efetuar a matematização do problema relacionado ao seu dia a dia, dessa maneira, conseguindo chegar à conclusão de que o melhor espaçamento é o 5m x 4m e com quatro estipes por touceira. Essa conclusão foi possível a partir dos jogos de linguagem do preenchimento da tabela, que segundo Wittgenstein (2014), tal organização é um jogo de linguagem e possui regras. Os alunos, inclusive, seguiram bem essa regra, pois articularam o aspecto normativo da matemática com o empírico.

A seguir, apresentamos a produção do grupo C.

Figura 7 – Primeiro modelo do grupo C

A handwritten diagram showing a rectangle with a width of 5 and a height of 4. The number '4' is written above the rectangle, and '5' is written on both the left and right sides. Below the rectangle, the calculation $5 \times 4 = 20 \text{ m}^2$ is written.

Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Os integrantes do grupo empreenderam discussões paralelas e, em decorrência dessas discussões alheias à situação real em estudo, acabaram por não dar continuidade à resolução do problema. Alguns integrantes do grupo até procuraram passar para as discussões técnicas e matemáticas, mas essas discussões se esvaziaram por conta da falta de adesão dos demais alunos.

Os alunos foram capazes de identificar as informações contidas na tabela, como também compreenderam que precisavam calcular a área de cada região formada por um determinado espaçamento, nesse caso, efetuando o cálculo da área do espaçamento 4 x 5 metros, porém, apesar dos indícios de compreensão das regras estabelecidas, eles não prosseguiram com as discussões matemáticas e não se empenharam na resolução do problema. Assim, o preenchimento da tabela ficou prejudicado, sendo executado apenas por parte dos alunos do grupo, com ilustra o registro abaixo.

Figura 8 – Tabela preenchida pelo grupo C

Espaçamento (metros)	Número Plantas por hectare	Número Estipes por touceira	Número Estipes por hectare
5x4	500	3	1500
5x4	500	4	2000
6x4	416	3	1248
6x4		4	
5x5		3	
5x5		4	
6x6		3	
6x6		4	

Dados: utilize as informações contida nessa tabela e no texto para a resolução do problema.

Fonte: Acervo da pesquisa – produção dos alunos (2023)

Os alunos do grupo C desviaram-se das rotas de modelagem, engajando-se em discussões que não contribuíram significativamente para a resolução do problema. A mediação do professor não indicou se tais discussões faziam parte do processo, o que, segundo esta análise, demandaria uma intervenção. A ausência dessa orientação pode ter levado à coexistência de debates matemáticos e paralelos, diluindo o foco na investigação da realidade e reduzindo o engajamento dos alunos na atividade proposta.

Em uma análise global, tem-se que o grupo A e o grupo B conseguiram matematizar porque interpretaram a situação da realidade para a resolução do problema e usaram o aspecto normativo da matemática de forma satisfatória. Inclusive, nos jogos de linguagem conseguiram seguir a regra do jogo. Além disso, traduziram a situação do mundo real para a linguagem matemática, ou seja, matematizaram. Identificaram as variáveis relevantes, e estabeleceram relações entre essas variáveis e os modelos matemáticos que representaram o problema em questão. Em uma visão wittgensteiniana, pode-se inferir que já conheciam as regras empregadas para a resolução do problema, e criaram jogos de linguagem matemáticos bem estruturados, a partir da matematização. Matematizar implica entender a matemática como uma linguagem, que possui estruturas próprias e normas internas, com significados dos termos matemáticos enraizados em seu uso dentro desses jogos de linguagem específicos.

Já o grupo C foi o que menos matematizou uma possível causa são os jogos de linguagem, pois, por muitos momentos, o professor teve que chamar a atenção dos integrantes do grupo, já que estavam conversando sobre outros assuntos, ou seja, estavam em outro jogo de linguagem. Trazendo para o ambiente de modelagem, pode-se conjecturar que eram as conversas paralelas que são frequentes em sala de aula. Como argumenta

Barbosa (2008, p. 55), essas conversas referem-se “àquelas que ocorrem nos espaços de interações, mas não pertencem às rotas de modelagem”.

Segundo Wittgenstein (2014), se em um jogo, um jogador não segue a regra, esse jogo é desconfigurado. Ele cita o jogo de xadrez, em que, se um dos jogadores não seguir a regra, já não é mais um jogo de xadrez. Verifica-se que conseguiram usar o aspecto normativo da matemática em alguns momentos da atividade, mas devido ao descobrimento da regra do jogo, não conseguiram interpretar algumas informações cruciais para a resolução do problema. Eles desconheciam, também, algumas regras da matemática. Na visão wittgensteiniana, eles não tinham sido treinados antes. Diante de tais argumentos, as análises finais sugerem que o domínio do uso normativo da matemática favorece a habilidade de matematizar dos aprendizes.

CONCLUSÕES

A análise dos dados revelou que a habilidade de matematizar dos alunos na atividade de modelagem está intimamente ligada à compreensão e à aplicação das regras dos jogos de linguagem matemáticos, bem como do domínio do uso normativo da matemática. Os grupos analisados apresentaram diferentes níveis de sucesso na matematização, o que nos permite refletir sobre a influência das normas internas e da interpretação das regras na construção de modelos matemáticos eficazes.

Os grupos A e B demonstraram um entendimento prévio das regras do jogo matemático e conseguiram traduzir a situação real para a linguagem matemática. Ambos os grupos identificaram as variáveis relevantes e estabeleceram relações precisas entre essas variáveis e os modelos matemáticos, o que evidencia a sua capacidade de seguir as normas internas da matemática de maneira satisfatória. Numa visão wittgensteiniana, matematizar envolve o entendimento da matemática como uma linguagem com estruturas próprias e significados enraizados em seu uso dentro dos jogos de linguagem específicos. Assim, a habilidade desses grupos em aplicar as regras normativas da matemática sugere que já foram treinados antes, o que culminou na compreensão das estruturas matemáticas e sua integração na resolução de problemas.

Já o Grupo C apresentou desafios significativos na matematização, principalmente devido à falta de adesão às regras do jogo, o desvio das normas e a distração dos membros do grupo. Assim, foram fatores críticos que comprometeram sua capacidade de interpretar e utilizar as informações essenciais para a resolução do problema. Como argumentado por

Wittgenstein (2014), a não observância das regras em um jogo desconfigura o próprio jogo. A falta de treinamento prévio e o desconhecimento de algumas regras matemáticas, também contribuíram para a dificuldade do grupo em seguir as normas matemáticas, refletindo a necessidade de um melhor preparo e familiarização com as regras do jogo matemático.

A análise aponta, portanto, que o domínio das normas e estruturas da matemática é fundamental para a habilidade de matematizar dos alunos nas atividades de modelagem. A capacidade dos alunos de interpretar e aplicar corretamente as regras matemáticas está diretamente relacionada ao seu sucesso na atividade de modelagem matemática. Assim, as observações feitas reforçam a importância de um treinamento prévio adequado e da familiarização com as regras dos jogos de linguagem matemáticos, conforme sugerido pela filosofia wittgensteiniana. Em síntese, este estudo demonstra que a habilidade de matematizar dos alunos é profundamente influenciada pela compreensão das regras e estruturas normativas da matemática.

Portanto, as implicações para a prática educacional incluem a necessidade de enfatizar o treinamento das regras matemáticas e promover uma compreensão mais profunda dos jogos de linguagem matemáticos, visando fortalecer a capacidade dos alunos de matematizar de maneira eficaz. Conceitos como a linguagem matemática, semelhanças de família e a noção de *ver* e *ver como* foram fundamentais para interpretar as estratégias dos alunos e as dificuldades enfrentadas durante a atividade de modelagem matemática proposta. A aplicação dessas ideias wittgensteinianas, inclusive, revelou que os alunos não apenas aplicam fórmulas e procedimentos, mas também negociam e reinterpretam conceitos matemáticos de acordo com suas experiências e contextos específicos.

Para futuras investigações, recomenda-se a ampliação do estudo com o intuito de incluir diferentes contextos educacionais e culturais, a fim de verificar a generalidade das descobertas e enriquecer a compreensão sobre a matematização em diversos ambientes. Além disso, seria pertinente explorar mais detalhadamente as implicações práticas da filosofia wittgensteiniana para o desenvolvimento de práticas pedagógicas em modelagem matemática e sua aplicação em diferentes níveis de ensino.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SEKI, Jeferson Takeo Padoan. A “compreensão” em Wittgenstein: repercussões no ensino de ciências e de matemática. **Acta Scientiarum. Education**, v. 43, n. 1, p. e47551, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v43i1.47551>. Acesso em: 14 abr. 2025.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Heloísa Cristina. A matematização em atividades de modelagem matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 3, p. 207-227, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2015v8n3p207>. Acesso em: 14 abr. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10622>. Acesso em: 14 abr. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, Salvador, v. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 14 abr. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática/The parallel discussions in the mathematical modeling learning environment. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/as-discussoes-paralelas-no-ambiente-de-aprendizagem-modelagem-matematica/>. Acesso em: 14 abr. 2025.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 70. ed. Lisboa: Edições 70, 2016.

FRANCHI, Regina; RAMOS, Karen. Relações entre a modelagem matemática e a perspectiva do diálogo em contextos educacionais. **Revista de Educação Matemática**, v. 22, p. 1-27, 2024. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/451/586>. Acesso em: 14 abr. 2025.

GOTTSCHALK, Cristiane. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ccedes/a/7mvMVwS8bwSP5QMXZyp4QPJ/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 14 abr. 2025.

GOTTSCHALK, Cristiane. Fundamentos filosóficos da Educação Matemática de uma perspectiva wittgensteiniana: a matemática como atividade normativa. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (XI ENEM), 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-10. Disponível em: <https://www.sbem.org.br/anais/2013/>. Acesso em: 14 abr. 2025.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. **International Studies on Law and Education**, Porto Alegre, v. 18, p. 73-82, 2014. Disponível em: <http://www.hottopos.com/isle18/73-82Cristiane.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2025.

HORA, Julianne Castello; CARRASCO, Oscar Omar Delgado. A contribuição da dança no ensino da matemática básica: desmistificando as aulas. **Temática: Multidisciplinar**, v. 5, n. 2, p. 72-82, 2015. Disponível em: <https://multivix.edu.br/wp-content/uploads/2018/07/revista-espaco-academico-v05-n02-completa.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2025.

JESUS, Ravelle Souza; SANTOS, Ivanil Miranda dos; GRILO, Jaqueline de Souza Pereira. Potencialidades da modelagem matemática para o ensino de matemática na educação do campo. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 173–189, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/238>. Acesso em: 14 abr. 2025.

ALONSO JR., Sebastião. Jogos de linguagem e “ares de família” na filosofia madura de Ludwig Wittgenstein. **Revelli – Revista de Educação, Linguagem e Literatura da UEG-Inhumas**, Inhumas, v.3. n. 2, p. 68–81, 2011. Disponível em: <https://www.revista.ueg.br/index.php/revelli/article/view/2880/1833>. Acesso em: 14 abr. 2025.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 111–130, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1642>. Acesso em: 14 abr. 2025.

MAGALHÃES JR., Carlos Alberto de Oliveira; BATISTA, Michel Corci. (Orgs.). **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências**. Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni, 2021.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2ª Edição. Editora Feevale, 2013.

SILVA, Paulo Vilhena da; TEIXEIRA JR., Valdomiro Pinheiro; COSTA, Daniana de; DIAS, Alyne Maria Rosa de Araújo. Uma filosofia da Educação Matemática numa perspectiva wittgensteiniana. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 147–179, 2022. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/57101>. Acesso em: 14 abr. 2025.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Orgs.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 33–44. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/213838>. Acesso em: 14 abr. 2025.

SOUZA, Elizabeth Gomes; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Contribuições teóricas sobre aprendizagem matemática na modelagem matemática. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 22, n. 1, p. 31-58, 2014. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646577>. Acesso em: 14 abr. 2025.

TEIXEIRA JR, Valdomiro; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. Tradução de textos matemáticos a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein. IEMCI/UFPA (Instituto de Educação Científica e Matemática), Brasil, 2013. Disponível em: <https://gelimufpa.blogspot.com/p/publicacoes.html>. Acesso em: 14 abr. 2025.

TEIXEIRA JR., Valdomiro Pinheiro; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Tradução de textos matemáticos a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein. **Anais do VII**

CIBEM - Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, IEMCI/UFPA (Instituto de Educação Científica e Matemática), Brasil, 2013. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/328836382.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2025.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. tradução Marcos G. Montagnoli. revisão da tradução e apresentação Emmanuel Carneiro Leão. 9. ed. - Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: Editora Universitária São Francisco, 2014. 350 p. (Coleção Pensamento Humano)