



Aprendizagem Matemática de Alunos do 6º ano nas Fases de uma Atividade de Modelagem

Priscila de Castro Barros Greca¹ • Karina Alessandra Pessoa da Silva²

RESUMO

Neste artigo objetivamos investigar em que fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática podem ser evidenciadas cada subdivisão da aprendizagem matemática de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Para isso, nos respaldamos no quadro teórico da modelagem matemática entendida como uma alternativa pedagógica que possibilita apoiar o aprendizado dos alunos mediante uma situação-problema da realidade, por meio de ações organizadas em fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. A aprendizagem matemática é respaldada em ações subdivididas em componentes, tais como conceitual, algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica. Partindo do pressuposto que os objetos matemáticos são acessíveis por meio de suas representações, bem como o fato de que um registro escrito pode expressar indícios de aprendizagem matemática, desenvolvemos uma atividade de modelagem com o tema Água, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de um colégio de tempo integral no Paraná, em 2023. Os dados que subsidiaram nossa análise qualitativa, de cunho interpretativo e descritivo são registros escritos de um dos grupos de alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem sob orientação da professora que imprimiu intervenções escritas com o intuito de requerer uma representação diferente da apresentada pelo grupo e corrigir equívocos que estiveram presentes em tarefas corriqueiras. Com essas intervenções e considerando as fases da modelagem matemática, os resultados indicaram que os alunos revelaram indícios dos componentes da aprendizagem ao longo da atividade, revelando especificidades da temática investigada.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Componentes da Aprendizagem; 6º ano do Ensino Fundamental; Tratamento da Informação.

Mathematical Learning of 6th grade Elementary School Students in the Phases of a Modelling Activity

ABSTRACT

In this paper, we aim to investigate in which phases of the development of a mathematical modelling activity each subdivision of the mathematical learning of 6th grade elementary school students can be evidenced. To this end, we rely on the theoretical framework of mathematical modelling understood as a pedagogical alternative that makes it possible to support students' learning through a real-life problem situation, through actions organized into phases: integration, mathematization, resolution, interpretation of results and validation. Mathematical learning is supported by actions subdivided into components, such as conceptual, algorithmic, strategic, communicative and semiotic. Assuming that mathematical objects are accessible through their representations, as well as the fact that a written record can express evidence of mathematical learning, we developed a modelling activity on the topic of Water, with 6th grade elementary school students from a full-time school in Paraná, in 2023. The data that supported our qualitative, interpretative and descriptive analysis are written records of one of the groups of students in the development of the modeling activity under the guidance of the teacher who printed written interventions with the aim of requiring a different representation from that presented by the group and correcting mistakes that were present in routine tasks. With these interventions and considering the phases of mathematical modelling, the results indicated that the students revealed evidence of the learning components throughout the activity, revealing specificities of the investigated theme.

Keywords: Mathematic Education; Mathematical Modelling; Learning Components; 6th grade of Elementary School; Information Processing.

¹ Secretaria de Estado da Educação • Cornélio Procópio, PR — Brasil • ✉ priscilagreca@gmail.com • [Orcid](https://orcid.org/0009-0000-9554-6222) <http://orcid.org/0009-0000-9554-6222>

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná • Londrina, PR — Brasil • ✉ karinasilva@utfpr.edu.br • [Orcid](https://orcid.org/0000-0002-1766-137X) <http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

Aprendizaje Matemático de Estudiantes de 6º año de Primaria en las Fases de una Actividad de Modelización

RESUMEN

En este artículo nos proponemos investigar en qué fases del desarrollo de una actividad de modelación matemática se puede evidenciar cada subdivisión del aprendizaje matemático de estudiantes de 6º año de primaria. Para ello, nos apoyamos en el marco teórico de la modelación matemática, entendida como una alternativa pedagógica que permite apoyar el aprendizaje de los estudiantes a través de una situación problema de la vida real, mediante acciones organizadas en fases: integración, matematización, resolución, interpretación de resultados y validación. El aprendizaje matemático se apoya en acciones subdivididas en componentes, tales como el conceptual, el algorítmico, el estratégico, el comunicativo y el semiótico. Partiendo del supuesto de que los objetos matemáticos son accesibles a través de sus representaciones, así como de que un registro escrito puede expresar evidencias de aprendizaje matemático, desarrollamos una actividad de modelado con el tema Agua, con alumnos de 6º año de primaria de una escuela de tiempo completo en Paraná, en 2023. Los datos que fundamentaron nuestro análisis cualitativo, interpretativo y descriptivo son registros escritos de uno de los grupos de alumnos en el desarrollo de la actividad de modelado bajo la orientación de la profesora que imprimió intervenciones escritas con la intención de exigir una representación diferente a la presentada por el grupo y corregir errores que estaban presentes en las tareas rutinarias. Con estas intervenciones y considerando las fases del modelización matemática, los resultados indicaron que los estudiantes revelaron señales de los componentes de aprendizaje a lo largo de la actividad, revelando especificidades de la temática investigada.

Palabras clave: Educación Matemática; Modelización matemática; Componentes de aprendizaje; 6º año de Educación Primaria; Procesamiento de la información.

INTRODUÇÃO

Implementar práticas com modelagem matemática tem sido uma ação dificultada na Educação Básica, principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. De modo geral, essa dificuldade está associada à exigência, por parte das instituições escolares, de cumprir todo o conteúdo programático (Ceolim, 2015) que, recentemente, foi intensificado com a inserção de plataformas digitais nas diferentes atividades escolares e acadêmicas da educação em alguns estados, como o Paraná, que regem os conteúdos a serem ministrados em cada aula. Todavia, há de se considerar que atividades de modelagem matemática podem “apoiar o aprendizado da matemática, oferecendo motivação para seu estudo, bem como interpretação, significado, compreensão adequada e retenção sustentável de seus conceitos, resultados, métodos e teorias” (Niss; Blum, 2020, p. 28).

Essa motivação, de modo geral, está subsidiada no fato de que, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem³, parte-se de uma situação-problema da realidade, define-se um problema a ser investigado e, por meio de procedimentos matemáticos e extramatemáticos, chega-se a uma solução, sob o viés de quem está realizando a investigação. Neste interim, o aluno é levado a estabelecer relações entre o cotidiano e o conhecimento matemático, promovendo um espaço para a aprendizagem. Para tanto, nos referimos à modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que permite ao aluno

³ Utilizamos o termo modelagem com a mesma denotação de modelagem matemática.

transitar entre situações-problema da realidade e o contexto matemático e, para que esse caminho aconteça, pressupõe-se orientar o desenvolvimento da atividade, segundo fases ou etapas, como sugerido na literatura (Bassanezi, 2002; Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Almeida, 2018).

Por se considerar os conhecimentos dos alunos na obtenção de uma solução a um problema, “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades” (Almeida, 2018, p. 19), configurando-se também como uma dificuldade para o professor que almeja cumprir o currículo pré-estabelecido nas plataformas digitais. Contudo, algumas ações podem ser planejadas de modo que a atividade não se prolongue por muito tempo e atinja seu objetivo em sala de aula (Pinto; Araújo, 2021; Gois; Silva, 2022).

Atividades de modelagem permitem aos alunos evoluírem no seu aprendizado escolar e como indivíduos na sociedade, pois interagem entre si, desenvolvendo autonomia, flexibilidade e capacidade de negociação. Na literatura, existem argumentações que subsidiam e até mesmo orientam a inferir sobre indicativos da aprendizagem dos alunos em atividades de modelagem (Almeida; Silva; Borssoi, 2021; Gomes, 2023; Trindade, 2023). Neste artigo, contudo, temos a intenção de trazer para o debate aspectos da aprendizagem matemática a partir do que os alunos registram quando desenvolvem atividades de modelagem em aulas regulares de matemática sob orientação e intervenção da professora.

Entendemos, assim como Pinilla (2010), que as respostas para intervenções escritas ou faladas podem revelar indícios da aprendizagem matemática dos alunos. Corroboramos Pinilla (2010, p. 9), para quem “este tipo de análise é crucial para o docente, em um primeiro momento, quando organiza a própria atividade de ensino e, em um segundo momento, quando deve avaliar a aprendizagem dos estudantes”. Para inferir sobre o que os alunos aprendem e os motivos de seus erros, Pinilla (2010) subdividiu a aprendizagem matemática em cinco componentes: aprendizagem conceitual, aprendizagem algorítmica, aprendizagem estratégica, aprendizagem comunicativa e aprendizagem semiótica.

Com a intenção de nos debruçarmos sobre tais componentes da aprendizagem, neste artigo, nos dedicamos a trazer reflexões para a questão: *Em que fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática podem ser evidenciadas cada subdivisão da aprendizagem matemática de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?* Essa reflexão é subsidiada no referencial teórico que apresentamos no tópico subsequente deste artigo, seguido dos aspectos metodológicos e analíticos descritos no terceiro tópico. A discussão

dos dados à luz do referencial teórico é abordada no quarto tópico. Findamos o texto com nossas reflexões finais.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Modelagem Matemática tem sua origem na Matemática Aplicada, porém na área da Educação Matemática vem sendo amplamente aceita e divulgada dada à aproximação entre Matemática e realidade, o que possibilita estabelecer relações com outras áreas do conhecimento e o cotidiano do estudante. Embora existam diferentes vertentes presentes na literatura, todas elas compartilham da sua principal característica que é trazer situações do cotidiano, próximo ou não do estudante para a sala de aula.

Ubiratan D'Ambrosio, no prefácio da obra “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática” de Rodney Carlos Bassanezi (Bassanezi, 2002, p. 13), afirma que:

[...] a Modelagem Matemática é matemática por excelência. As origens das ideias centrais da matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade. O desenvolvimento dessas ideias e sua organização intelectual dão-se a partir de elaborações sobre representações do real.

A Modelagem Matemática vem sendo apresentada como uma atividade que é orientada pela busca de solução para um problema associado à realidade. Neste sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12) asseveram que

[...] uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

Na literatura, o conjunto de procedimentos necessários para a configuração, a estruturação e a resolução de uma situação-problema necessários para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem é organizado em fases ou etapas que recebem nomeações específicas. Almeida, Silva e Vertuan (2012), nomeiam-nas em Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação. A Inteiração trata do primeiro contato do aluno com a situação a ser investigada, em que começa a “inteirar-se” pelo tema em estudo, começa a pesquisar informações; a Matematização corresponde à transferência da situação-problema inicial que, geralmente, está na linguagem natural para a linguagem matemática, para resolver o problema inicialmente definido; na Resolução, o aluno constrói

um modelo matemático, com a finalidade de responder a situação-problema inicial; para a Interpretação de Resultados; e na Validação, o aluno analisa uma solução para o problema.

Segundo Silva, Teixeira Junior e Oliveira (2025, p. 5) na “matematização em atividades de modelagem matemática, através de problemas, não acontece uma representação fiel dos fatos, porque a matemática não faz uma descrição da realidade, ela é normativa e é usada para a compreensão da realidade”. Trata-se, portanto, da capacidade de “interpretar uma situação realista, projetar um modelo matemático e usar e validar as propriedades e limitações de um modelo” (Skolverket, 2010, apud Frejd, 2012, p. 88). O modelo matemático consiste em “[...] uma representação de aspectos de um domínio extra matemático por meio de algumas entidades matemáticas e relações entre elas” (Niss; Blum, 2020, p. 6). De modo geral, se almeja que, na dedução de um modelo matemático, os próprios alunos façam “[...] a associação com conceitos e/ou procedimentos matemáticos capazes de conduzir a uma solução para o problema e possibilitar a sua análise” (Almeida; Silva, 2012, p. 627), revelando indícios de aprendizagem.

Pesquisas que versam sobre a aprendizagem são recorrentes na Educação Matemática. Ao tratar da aprendizagem matemática, Pinilla (2010) realiza uma subdivisão em cinco componentes, focando especialmente nas representações utilizadas: conceitual (noética), algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica. A aprendizagem semiótica é transversal às demais.

Na aprendizagem conceitual, “um conceito é considerado construído quando o estudante tem condição de identificar propriedades do conceito, de representá-lo, de transformar tal representação, de utilizá-la de maneira adequada” (D’Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 165). Segundo Pinilla (2010), os conceitos da matemática têm um caráter específico em relação às outras ciências, visto que são na, sua maioria, abstratos e para conseguir representá-los é necessário escolher uma representação apropriada.

A aprendizagem algorítmica “está relacionada com a habilidade para dar resposta às operações, ao cálculo, à aplicação de fórmulas ou ao desenho de figuras usando instrumentos adequados” (D’Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 166). Pinilla (2010, p. 61) define algoritmo como “uma sucessão finita de etapas elementares predeterminadas, mecânicas, não necessariamente aritméticas, que levam de um estágio a outro em um determinado processo”. A respeito da aprendizagem algorítmica, Pinilla (2010) afirma que nas escolas, algumas vezes, está sendo deixada de lado devido à tecnologia. Hoje existem instrumentos rápidos, potentes, seguros que substituem os cálculos manuais e fazem de forma rápida e

sem erro. Pinilla (2010) acredita que esta passagem, da prática manual para aquela delegada à máquina, alimentou um processo através do qual a aprendizagem algorítmica foi, por vezes, desprezada. Para D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 166-167):

A gestão de algoritmos de qualquer tipo e sua organização em fatos logicamente encadeados em uma cadeia finita em modo mecânico, para serem executados passo a passo, necessita evidentemente, de uma gestão semiótica significativa; tudo que é algoritmo é representado e, portanto, a semiótica é uma aprendizagem fundamental e transversal.

A aprendizagem estratégica vem ao encontro com o meio que o estudante desenvolve ao resolver um problema. Para a resolução de problemas, “é necessário convencer todos os estudantes de que aquilo que importa são os processos, não os produtos” (D'Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 167). Trata-se de uma das aprendizagens mais complexas de acordo com D'Amore, Pinilla e Iori (2015). Valorizando os processos, é possível avaliar as diferentes estratégias que os alunos utilizam para resolver um problema; também se faz relevante solicitar ao aluno uma explicação do seu raciocínio por escrito ou oralmente. Ao fazer isso, a aprendizagem estratégica está relacionada à aprendizagem comunicativa.

A aprendizagem comunicativa “busca evidenciar a capacidade de exprimir ideias matemáticas, justificando, argumentando, demonstrando (de maneira adequada aos estudantes, oral ou escrita) e representando de maneira visual com figuras, de modo eficaz” (D'Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 167). Sabe-se que os estudantes nem sempre conseguem comunicar o que construíram cognitivamente em relação aos objetos matemáticos de maneira completa. Segundo Pinilla (2010, p. 156), “saber comunicar matemática é um objetivo cognitivo específico”, torna-se essencial, o diálogo, a discussão e a própria comunicação. De acordo com Pinilla (2010, p. 156), a comunicação pode ser por meio de: “linguagem natural, oral ou escrita; linguagem simbólica específica, quando disponível; desenhos, figuras; esquemas; ícones; linguagens não verbais”.

Existem várias competências da aprendizagem comunicativa. Segundo Pinilla (2010, p. 186): “sintaxe específica e símbolos oportunos; organização da apresentação, relevância e qualidade da apresentação; usar de diversas formas a comunicação; compromisso dado ao diálogo e consideração dos argumentos e razões dos outros”. A organização de uma apresentação com clareza, lógica e eficiente, também é necessária ao aluno quando precisa se comunicar, seja por meio de esquemas, diagramas, esboços ou desenhos, seja de forma oral.

A aprendizagem semiótica, é constituída por dois componentes, de acordo com D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 168):

1. saber escolher as características distintivas que, de um determinado objeto matemático construído cognitivamente ou em processo de construção, se pretende representar; escolher aquele ou aqueles registros semióticos considerados adequados para tal representação; fornecer uma representação semiótica em tal registro; ou fornecer várias representações semióticas em um ou mais dos registros escolhidos.
2. uma vez obtida cada representação semiótica, saber transformá-la em outra no mesmo registro (tratamento) ou em outro (conversão) de maneira adequada, sem perder de vista o significado do objeto de partida.

Pinilla (2010, p. 199) afirma que “o uso de diversas representações semióticas sempre esteve presente em nossas escolas, mas apenas recentemente se tornou objeto de investigação que rapidamente deu resultados excelentes”. No passado era dado como certo que diversas representações de um mesmo objeto deveriam ser reconhecidas como equi-significativas pelo aluno, tanto que não havia ensino de Semiótica e esta era considerada adquirida espontaneamente. É necessário acostumar os alunos a relacionar diferentes representações, fazê-los pensar a realizar as transformações corretamente, sem nunca perder o significado. É neste contexto que realizamos nossa investigação com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, conforme encaminhamento descrito no tópico a seguir.

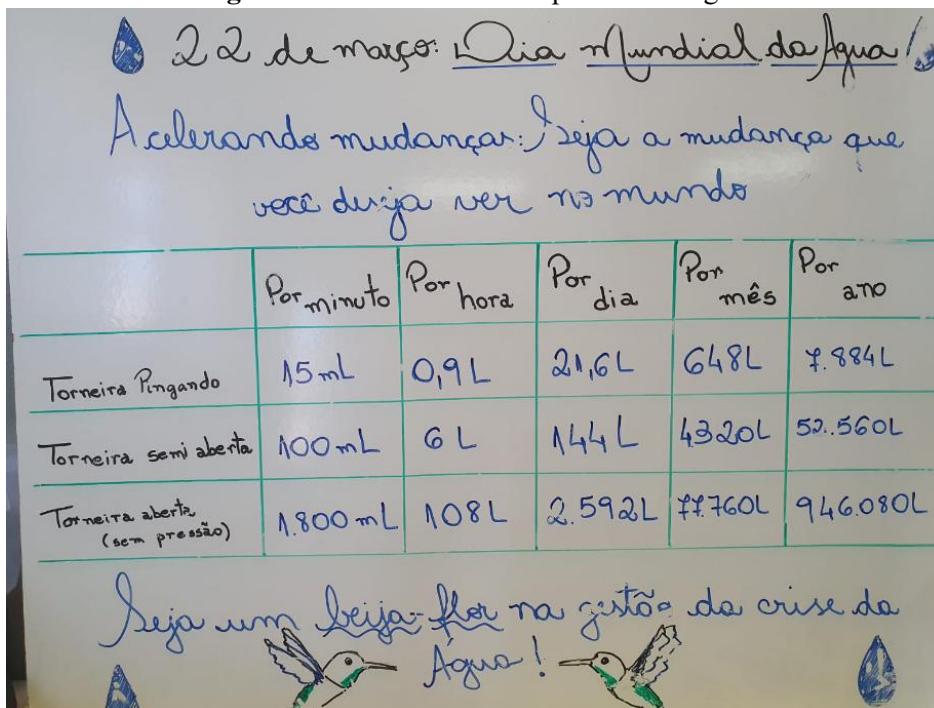
METODOLOGIA

A atividade *Água* faz parte da pesquisa de mestrado de uma das autoras deste artigo (Greca, 2024) e foi a segunda atividade de modelagem matemática desenvolvida, em 2023, pelos 24 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual, situado numa cidade do norte do Paraná. Tal colégio faz parte do Programa Paraná Integral – Educação em Tempo Integral, instituído em 2023, em que o aluno permanece no colégio das 7h30 às 16h30 desenvolvendo atividades escolares. O programa foi estruturado com o objetivo de ampliar a carga horária que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio permanecem na escola e as oportunidades de aprendizagem.

A professora, uma das autoras do artigo, ministrava aulas dos componentes Matemática e Pensamento Lógico, totalizando 6 horas semanais em contato com a turma. A atividade descrita e analisada neste artigo foi desenvolvida em três aulas de 50 minutos cada, nos dias 10 e 11 de abril. A motivação para o estudo da temática se deu devido ao fato da comemoração do Dia Mundial da Água, em 22 de março, em que a professora de Ciências

coletou dados sobre o desperdício de água com os alunos e construiu um cartaz (Figura 1) que permaneceu na escola durante o mês subsequente.

Figura 1 – Cartaz sobre o desperdício de água.



Fonte: Elaborado pela professora de Ciências (2023)

Considerando os entendimentos de modelagem como alternativa pedagógica (Almeida; Silva; Vertuan, 2012), a professora vislumbrou, a partir da temática do cartaz, a possibilidade de coletar informações na escola, em que os alunos poderiam analisar torneiras pingando. Desta forma, foi planejada a atividade com o seguinte problema: *O quanto a escola pagaria por mês na conta de água se todas as torneiras estivessem pingando na mesma proporção da torneira da coleta de dados?* Com esse problema, a professora almejava abordar conteúdos como unidades de medida – conversão dos múltiplos e submúltiplos dos litros –, operações com números decimais e Tratamento da Informação com a organização de dados em tabelas e gráficos. Entendemos que “atividades de modelagem matemática são essencialmente cooperativas, indicando que a modelagem tem nos trabalhos em grupo o seu aporte” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 25), com isso, no dia 10 de abril de 2023, os alunos foram organizados em grupos que eles mesmos escolheram.

Para dar início às atividades que fazem parte da pesquisa de mestrado, a dinâmica da produção de dados foi autorizada pela direção da escola e um áudio explicativo produzido pela professora foi encaminhado ao grupo de *WhatsApp* dos pais dos alunos. Levando em

consideração que os alunos são menores de idade – 10 a 12 anos –, um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foi encaminhado aos pais para recolhimento da autorização e ciência da pesquisa em desenvolvimento. Todos os pais assinaram o TCLE, permitindo utilizar registros de seus filhos, desde que mantido o anonimato.

Para trazer reflexões para a questão *Em que fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática podem ser evidenciadas cada subdivisão da aprendizagem matemática de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?*, empreendemos uma análise qualitativa de cunho interpretativo, baseada em Bogdan e Biklen (2010), uma vez que a fonte de dados é o ambiente natural, no caso, a sala de aula, tendo como instrumento principal o investigador, que se configurou na figura da professora. Além disso, a análise é descritiva, ou seja, os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens, constituídos pelos registros escritos dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e pelas intervenções da professora. Corroboramos Bogdan e Biklen (2010, p. 50) ao afirmarem que “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” e, geralmente, analisam seus dados de forma indutiva, assim “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando”.

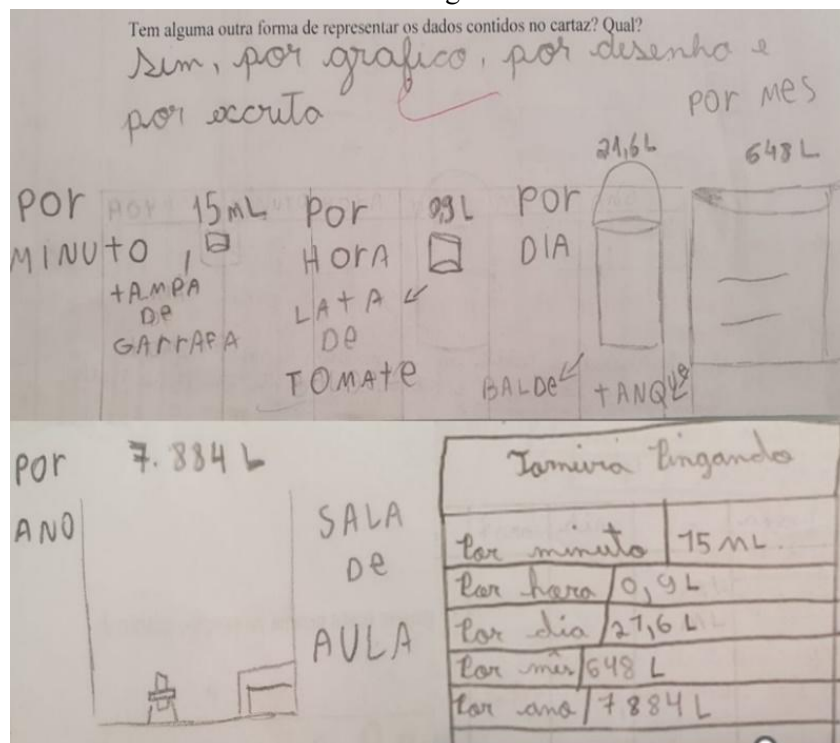
Neste artigo, focamos nosso olhar nas intervenções docentes e nos registros escritos dos quatro alunos que compuseram o Grupo 2 (G2), visto que todos os integrantes estiveram presentes nas aulas em que a atividade de modelagem foi desenvolvida, bem como participaram de forma ativa na produção de dados e não deixaram intervenções da professora sem respostas. Com isso, a pesquisa qualitativa se caracteriza como um Estudo de Caso, que, segundo Yin (2002, p. 17), é uma investigação empírica de um “fenômeno contemporâneo (o ‘caso’) em profundidade e em seu contexto de mundo real”. Com essa abordagem, pretendemos “descrever uma intervenção e o contexto da vida real em que ela ocorreu” (Yin, 2002, p. 20). Em nossa pesquisa, procuramos evidenciar indícios de aprendizagem matemática do G2, seguindo as subdivisões de Pinilla (2010) – aprendizagem conceitual, aprendizagem algorítmica, aprendizagem estratégica, aprendizagem comunicativa e aprendizagem semiótica –, no desenvolvimento da atividade descritas no tópico anterior, à medida que os alunos respondiam às intervenções escritas da docente. Os resultados bem com a discussão das análises, articulados ao quadro teórico, seguem o movimento analítico, conforme tópico subsequente.

ANÁLISES E RESULTADOS

A atividade teve início com a leitura e a interpretação do cartaz sobre o desperdício de água (Figura 1) que a professora levou para a sala de aula e que pediu aos alunos para falarem o que eles entenderam. Em seguida, a professora lembrou-os sobre os gastos de água quando se tem uma torneira pingando por minuto, por hora, por dia, por mês e por ano. Com isso, focou a atenção dos alunos para os dados numéricos apresentados na primeira linha da tabela apresentada no cartaz (Figura 2).

Concentrar a atenção em parte das informações do cartaz foi uma escolha da professora, pois considerou, por hipótese, que uma torneira geralmente fica pingando, estabelecendo uma relação com algo que pode “pertencer à sociedade e esferas sociais” (Niss; Blum, 2020, p. 6). Com essa escolha, pediu para os alunos registrarem outras formas de representar os dados contidos no cartaz, vislumbrando realizar um tratamento da informação. Para iniciar o registro dos dados pelos alunos, houve a necessidade de uma primeira ação que a professora julgou pertinente em relação ao conjunto de dados apresentados no cartaz. O G2, então, apresentou, de imediato, dois tipos de representações – uma figural e uma em forma de tabela – conforme a Figura 2.

Figura 2 – Representações dos alunos para o início do desenvolvimento da atividade de modelagem.



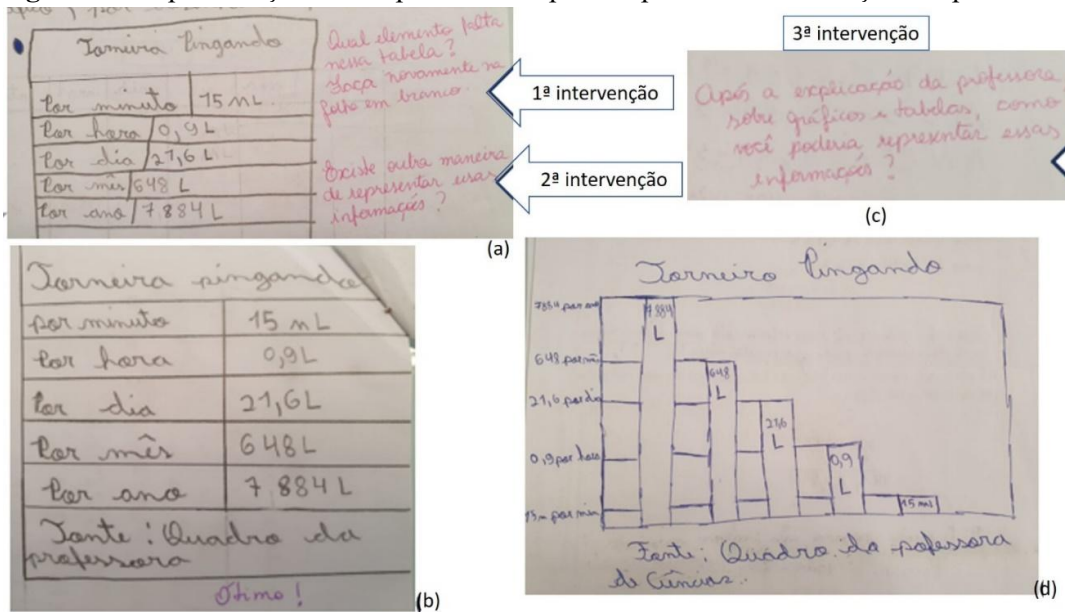
Fonte: Registros do G2 (2023).

O G2, respondeu à pergunta da professora considerando – *Sim, por gráfico, por desenho e por escrita* – e fez uma representação figural, em um desenho de uma tampa de garrafa para relacionar 15 ml por minuto; uma lata de tomate para relacionar os 0,9 l por hora; um balde para relacionar 21,6 l por dia; um tanque para relacionar os 648 l por mês e uma sala de aula para relacionar os 7884 l por ano. Os integrantes do grupo, ao representar os dados dessa forma, fizeram uma relação de objetos conhecidos por eles com a capacidade em mililitros e litros.

A representação figural denotou a preferência do grupo em fazer uso de desenhos para se remeterem aos dados relacionados ao fenômeno em estudo – desperdício de água por uma torneira pingando. Tal preferência pode estar vinculada à faixa etária dos alunos – em média, 11 anos. Já a representação em forma de tabela, posicionada diferente da apresentada no cartaz, revelou uma ação de representar matematicamente os dados, realizando um tratamento na informação.

Ao construírem a tabela, a professora identificou a falta de alguns elementos e fez a 1ª intervenção escrita (*Quais elementos faltam nessa tabela? Faça novamente*) e a 2ª intervenção (*Existe outra maneira de representar essas informações?*) (Figura 3(a)). A 1ª intervenção escrita já sinalizava aos alunos a falta de elementos na tabela e, de forma imperativa, a professora solicitou que refizessem o registro. Para tanto, o G2 refez a tabela de uma forma mais alinhada e com o título e a fonte indicados (Figura 3(b)), configurando um refinamento no registro tabular. Para responder à 2ª intervenção, a professora sentiu a necessidade de voltar a explicação sobre os tipos de gráficos já trabalhada em aulas anteriores, orientando os alunos, inclusive, a realizarem uma pesquisa, utilizando, para isso, seus telefones celulares. Com a 3ª intervenção da professora (*Após a explicação da professora sobre gráfico e tabelas, como você poderia representar essas informações?*) - (Figura 3(c)), o G2, construiu um gráfico de colunas (Figura 3(d)), apresentando, então, um registro gráfico.

Figura 3 – Representações feitas pelos alunos para responder as intervenções da professora.



Fonte: Registros do G2 (2023).

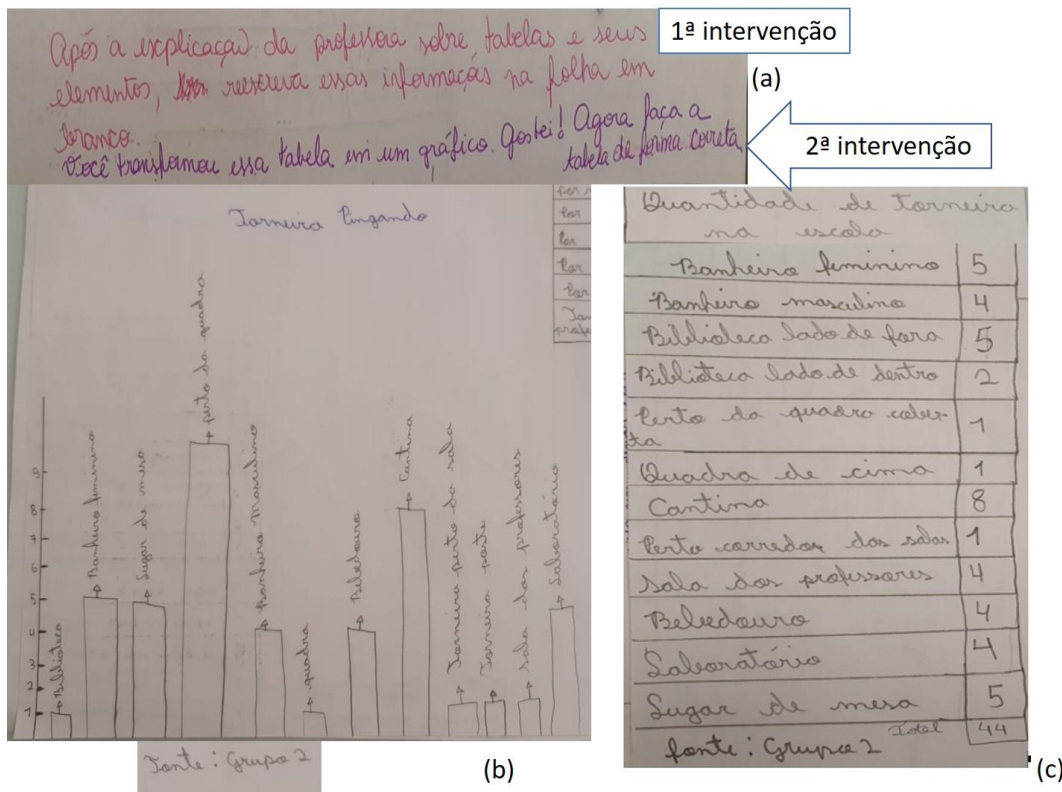
A 3ª intervenção sobre outra forma de representação configurou o interesse da professora de que os alunos precisavam fazer uso do registro gráfico. O que podemos evidenciar é que o uso do registro gráfico não era natural para os alunos, denotando que a elaboração desse registro fosse de responsabilidade da professora. Com a pesquisa e as abordagens da professora, em sala de aula, os alunos possivelmente lembraram que já havia sido estudado sobre o gráfico de colunas e optaram por realizar a construção desse tipo de gráfico. As intervenções e feedbacks “do professor com o aluno sobre os seus erros e acertos contribui para a conscientização dos pontos fortes e fracos, contribuindo também para a aprendizagem e superação de erros” (Gomes, 2003, p. 17).

A partir dos registros escritos evidenciamos a aprendizagem conceitual na construção de tabelas e gráfico do G2, pois, para a aprendizagem conceitual, se considera a construção de um conceito e a sua utilização de maneira adequada. Salientamos que, por meio das intervenções docentes, foram criadas “oportunidades nas quais os estudantes tiveram possibilidade de mostrar que construíram conceitos” (D’Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 165).

Para que esses conceitos fossem desenvolvidos e os alunos pudessem representá-los de maneira adequada, a intervenção da professora foi fundamental e necessária, visto que fez requerimentos de registros que os alunos não tinham produzido de antemão. Nesse sentido, entendemos que as intervenções puderam ressignificar conhecimentos, estratégias, encaminhamentos, implicando na aprendizagem (Pazuch; Nehring, 2012).

da atividade. Com isso, refizeram a tabela com os elementos organizados em linhas e colunas (Figura 5(c)), bem como apresentaram um título e a fonte.

Figura 5 – Organização dos dados sobre a quantidade de torneiras na escola com intervenções docentes.



Fonte: Registros do G2 (2023).

A partir do momento que a professora interveio na atividade, explicando novamente sobre a construção de gráficos e tabelas, os alunos se lembraram do conteúdo já abordado e registraram as informações coletadas de forma correta. Após as intervenções da professora, a aprendizagem conceitual ficou evidenciada. O professor, na atividade de modelagem matemática, desempenha seu papel de orientador da atividade, promovendo discussões e reflexões, questionando os grupos a fim de responder matematicamente a situação-problema investigada (Trindade; 2023).

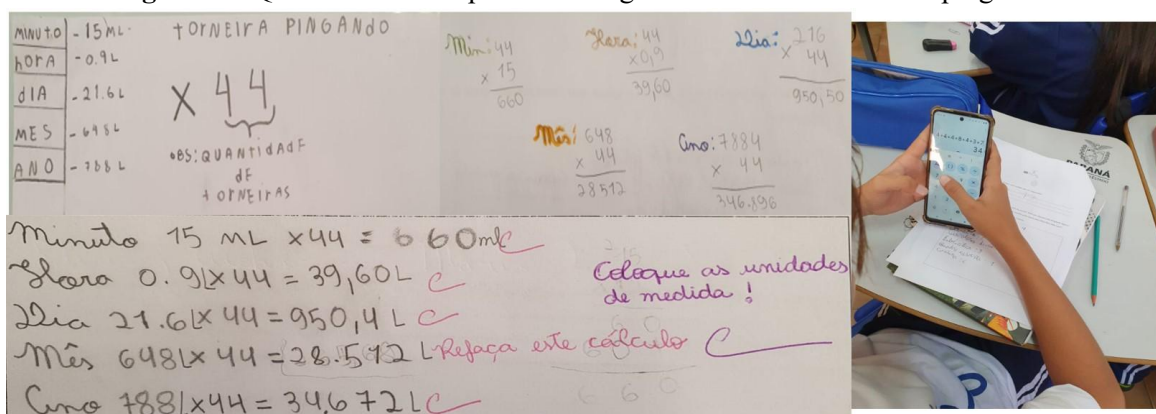
No momento da formatação dos dados coletados, a interação entre os membros dos grupos foi bastante perceptível, e a aprendizagem comunicativa foi evidenciada, pois eles precisavam representar os dados coletados. O G2, optou por representar os dados coletados por meio de uma tabela, de acordo com a Figura 4, ação que faz parte da aprendizagem comunicativa e semiótica: “Uma vez que a comunicação dos objetos matemáticos construídos cognitivamente ocorre por meio de registros semióticos, é evidente que, também

nesse caso, a aprendizagem semiótica seja transversal” (D’Amore; Pinilla; Iori, 2015, p. 168). Porém, diante de alguns equívocos, a professora implementou intervenções de modo que ajustes e correções fossem realizados neste registro tabular (Figura 5(c)).

Para dar continuidade à atividade, a professora questionou, de forma oral: *Vamos supor que todas as torneiras da escola pingassem nessa mesma proporção, quanto de água gastaria?* Trata-se de um problema em que os alunos teriam que estimar a quantidade de água desperdiçada. Para tanto, já estava embutida na pergunta a hipótese de que o desperdício da torneira pingando manteria a proporção, ou seja, 15 ml por minuto em 44 torneiras existentes na escola.

Os alunos do G2 utilizaram o algoritmo da multiplicação (Figura 6) pois teriam que multiplicar as quantidades de desperdício pela quantidade de torneira da escola. Em seus registros, deixaram indicado, com um tamanho de letra maior, e ainda se comunicaram por meio da língua natural que o número 44 que multiplicaram era sobre a quantidade de torneiras da escola. Em seguida, não explicitaram o desenvolvimento dos algoritmos; eles fizeram a estrutura do algoritmo da multiplicação e inseriram o resultado que obtiveram por meio da calculadora, que foi permitida para o desenvolvimento da atividade. Porém, organizaram por meio da linguagem natural, cada operação que estavam realizando, deixando em destaque, o tempo em minuto, horas, dia, mês e ano. Segundo D’Amore, Pinilla e Iori (2008, p. 67), “a aprendizagem algorítmica está relacionada com a aprendizagem comunicativa”, pois os estudantes usaram linguagem natural para explicar a linguagem matemática.

Figura 6 – Quantidade de desperdício de água na escola das torneiras pingando.



Fonte: Registros do G2 (2023).

Contudo, a intenção da professora no desenvolvimento dessa atividade era evidenciar como os alunos representavam o mesmo objeto matemático com mais de um tipo de

representação, e queria evidenciar indícios de aprendizagem conceitual dos alunos na construção de gráficos e tabelas. Com a intervenção da professora, por registro escrito nesta parte da atividade (*Como você representaria essas informações para ficar mais fácil de entender para quem está lendo?*), os alunos fizeram um registro tabular para representar os dados por eles calculados (Figura 7).

Figura 7 – Quantidade de desperdício de água na escola das torneiras pingando representada por uma tabela.

Como você representaria essas informações para ficar mais fácil de entender para quem está lendo?

Torneiras da escola pingando.

Torneiras pingando		L e ML per
Minutos		660 ML
Hora		396 L
Dia		950,4 L
Mês		28.512 L
Ano		346.896

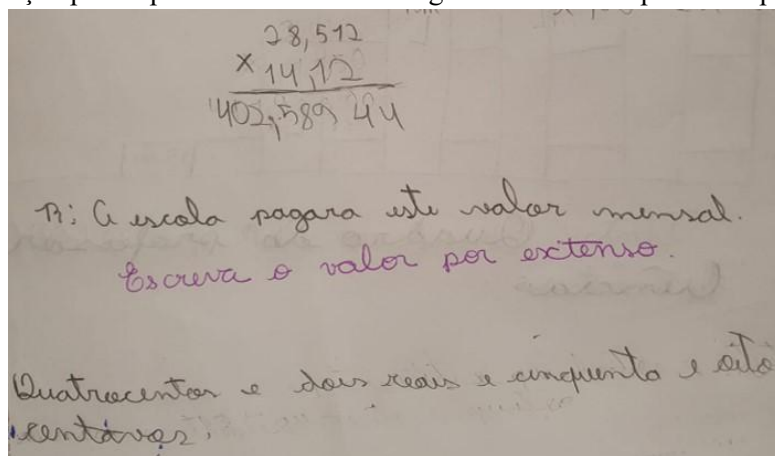
Fonte: Dos meus trabalhos

Fonte: Registros do G2 (2023).

Para finalizar a atividade, os alunos tinham de responder *O quanto a escola pagaria na conta de água por esse desperdício?* Para isso, a professora levou uma conta de água da sua casa e entregou para cada grupo analisá-la. Após conversar e orientar os alunos, foi feita uma projeção para saber o valor do metro cúbico de água, dividindo o valor total da fatura (R\$ 465,99) pela quantidade consumida (33 m^3) e encontraram o valor de R\$14,12 o metro cúbico da água. Esse cálculo foi obtido com o auxílio da calculadora. Essa ação da professora, em permitir o uso da calculadora, estava relacionada ao fato de que, para ela, já estava evidente que o algoritmo das operações básicas já havia sido compreendido pelos alunos. Com isso, a calculadora “encurtaria” os procedimentos relacionados ao tempo para o cálculo do algoritmo da divisão com números decimais. O momento de determinar o valor do metro cúbico que a companhia de água cobrava foi uma forma da professora explicar que um metro cúbico equivale a um mil litros. Para isso, fez um desenho na lousa de um cubo com 1 metro de arestas, explicando que aquele cubo é equivalente a uma caixa d’água que cabe um mil litros de água, ou seja, tem a capacidade de 1000 litros de água.

Portanto, para chegarem a uma solução para o problema de quanto a escola pagaria na conta de água por esse desperdício, os alunos do G2 optaram por determinar o valor mensal do desperdício, e transformaram os 28512 litros em 28,512 metros cúbicos, e só depois multiplicaram pelo valor do metro cúbico R\$ 14,12 (Figura 8). Para a resolução, optaram pela utilização da calculadora, indicando o resultado obtido (aproximadamente R\$ 402,59). Após a intervenção da professora: *Escreva o valor por extenso, pois ela gostaria de saber se eles haviam compreendido aquele numeral*, foi que os alunos responderam em linguagem natural o valor obtido.

Figura 8 – Solução para o problema sobre o valor gasto em um mês para o desperdício de água.



Fonte: Registros do G2 (2023).

Na aprendizagem estratégica, “procura-se potencializar e dar importância a procedimentos e estratégias que são utilizadas quando se resolve um problema” (D’Amore, Pinilla; Iori; 2015, p. 167). Nesta etapa da atividade, os alunos teriam que ser capazes de solucionar a problemática inicial, e evidenciou-se a aprendizagem estratégica, que estava vinculada à ação, uma vez que na solução utilizaram tanto a linguagem matemática quanto a natural para responder o questionamento.

No desenvolvimento da atividade de modelagem com a temática *Água*, a professora, por meio de um cartaz que revelava o desperdício de água por diferentes torneiras abertas – pingando, semiaberta e aberta sem pressão – e que foi confeccionado pela professora de Ciências, permitiu a inteiração dos alunos e uma articulação com outra área do conhecimento. Porém, as informações do cartaz estavam apresentadas de forma genérica e como a professora intentava trazer para o debate uma situação que poderia ser do interesse e do cotidiano dos alunos, elaborou um problema – *O quanto a escola pagaria por mês na*

conta de água se todas as torneiras estivessem pingando na mesma proporção da torneira da coleta de dados?

Todavia, para o desenvolvimento dessa abordagem houve necessidade de os alunos realizarem uma “coleta de dados quantitativos e qualitativos” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 15) sobre a quantidade de torneiras da escola organizadas em setores, de modo que uma nova inteiração com a situação-problema se fez necessária. Agora essa inteiração foi para a produção de dados sobre a situação próxima dos alunos.

Os dados qualitativos e quantitativos foram organizados em tabelas e gráficos, em que um primeiro passo para a matematização foi evidenciado, visto que as representações foram “mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 16). Além disso, uma hipótese sobre o fato de todas as torneiras estarem pingando o tempo todo e na mesma proporção (15 ml por minuto) simplificaram a situação em que os alunos seriam capazes de apresentar uma solução para a situação, via um modelo matemático, na fase de Resolução, que representava o desperdício de água (D), em mililitros, em função do tempo (t) em minutos – $D(t) = 15t$. Porém, mesmo simplificado, os alunos precisaram realizar algumas conversões de medidas de capacidade – mililitros em litros – de modo a trazer uma solução para parte do problema – *quanto de água era desperdiçada*.

Determinar o valor, em reais, do desperdício de água necessitava da informação paga para cada litro de água. A professora, então, levou uma fatura para a sala de aula em que informações foram consideradas. Porém um impasse foi instaurado: *o valor estava em cm^3* . Neste contexto, o papel do professor em abarcar conteúdos que ainda não haviam sido estudados foi empreendido para subsidiar a necessidade dos alunos em realizar a conversão de unidades de diferentes medidas – volume e capacidade. De posse das explicações da professora, os alunos realizaram as conversões e estimaram o valor gasto em um mês, caso todas as torneiras da escola estivessem pingando.

A abordagem para apresentar uma solução para o problema de modelagem, estabelecido pela professora mobilizou os alunos a agir tanto no que compete a produzir dados, quanto a responder às intervenções docentes de modo que apresentaram indícios sobre a aprendizagem matemática. No Quadro 1, apresentamos em que fase do desenvolvimento da atividade de modelagem analisada foi possível evidenciar cada subdivisão da aprendizagem matemática de um grupo de alunos do 6º ano do Ensino

Fundamental, bem como uma síntese das ações que possibilitaram revelar indícios de cada componente da aprendizagem.

Quadro 1 – Componentes da aprendizagem e as fases da modelagem nas ações dos alunos do G2

Componentes da aprendizagem	Ações dos alunos	Fases da Modelagem
Aprendizagem Conceitual	Organização dos dados em tabela e gráficos. Foi necessária uma busca na internet sobre os tipos de gráficos.	Matematização
Aprendizagem Algorítmica	Resoluções dos cálculos para responder alguns questionamentos da professora. Em alguns cálculos utilizaram a calculadora.	Resolução
Aprendizagem Estratégica	Coleta de dados: fizeram uma vistoria pelo colégio contando a quantidade total de torneiras existentes.	Inteiração
	Análise dos resultados obtidos e do gráfico construído. Valores calculados pelos alunos sobre o desperdício, correspondiam aos valores do metro cúbico de água cobrado pela companhia de água.	Interpretação de resultados Validação
Aprendizagem Comunicativa	Discussão em sala sobre a temática e registro no portfólio dos alunos sobre os dados apresentados no cartaz.	Inteiração
Aprendizagem Semiótica	Troca de ideias entre os alunos, organização dos registros escritos, entendimento e cumprimento do que foi solicitado nas intervenções docentes.	Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e Validação

Fonte: Elaboração própria (2024).

Quando consideramos implementar práticas com modelagem matemática na Educação Básica, subsidiadas no entendimento de alternativa pedagógica, a intenção primordial consiste em ensinar e aprender matemática. No tocante ao desenvolvimento da atividade com a temática *Água*, a abordagem matemática se concentrou nas fases de matematização e resolução em que as aprendizagens conceitual, algorítmica e semiótica se foram evidenciadas. A aprendizagem estratégica e a aprendizagem comunicativa se revelaram principalmente nas ações e nas escolhas dos alunos quanto a conhecer sobre a temática (fase de inteiração), via troca de ideias e coleta de dados em grupo, analisar os resultados obtidos (interpretação dos resultados) para apresentar uma resposta ao problema (validação). Com isso, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem colocou o aluno na centralidade da investigação em que a aprendizagem matemática ocorre por meio da troca de ideias entre os pares e dos procedimentos escolhidos para resolver um problema, denotando a importância de “ouvir, respeitar, posicionar-se, avaliar alternativas, ter

disposição para eventualmente abrir mão de uma perspectiva e reformular” (Franchi; Ramos, 2024, p. 12), favorecendo o desenvolvimento dos diferentes componentes da aprendizagem.

REFLEXÕES FINAIS

De fato, estar inserido em um sistema de ensino que tem controlado as ações do professor em sala de aula pode ser um obstáculo para a implementação de práticas pedagógicas que mobilizem os alunos a revelar sua aprendizagem. Todavia, esse obstáculo pode ser superado quando o professor planeja, mesmo seguindo o currículo, empreender práticas como a modelagem matemática para motivar e instigar os alunos a revelar indícios de aprendizagem matemática.

A professora que desenvolveu a investigação ministrava suas aulas em uma escola de período integral, em que o contato com os alunos era maior do que geralmente se tem no âmbito escolar. Porém, a prática planejada e implementada não requereu um período muito longo para o desenvolvimento da atividade – três aulas de 50 minutos cada – em que diferentes conteúdos matemáticos emergiram e que puderam “dar conta” do que precisava ser abordado no currículo. Na atividade sobre a temática *Água*, os conteúdos previstos e trabalhados com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental foram unidades de medida – conversão dos múltiplos e submúltiplos dos litros –, adição, multiplicação e divisão de números decimais e Tratamento da Informação com a organização de dados em tabelas e gráficos.

Em seu desenvolvimento, a professora fez intervenções nos registros que os alunos apresentavam de modo que requereu algum registro não realizado e solicitou a correção de equívocos pontuais, possibilitando que os alunos revelassem indícios de aprendizagem matemática em seus diferentes componentes – conceitual, algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica – ao longo das diferentes fases que configuraram a atividade de modelagem, seguindo as especificidades da temática.

Os encaminhamentos e os registros apresentados pelos alunos foram subsidiados pelas orientações e intervenções da professora na atividade, porém, em uma atividade de modelagem, o professor tem o papel de orientar a atividade apoiando a aprendizagem matemática, como preconiza Niss e Blum (2020). Há de se considerar que os resultados apresentados, neste artigo, são de um dos grupos constituído por quatro alunos – do total de 24 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental – que se dedicou a desenvolver a atividade e apresentar resposta para cada intervenção. Uma pesquisa considerando o

engajamento de todos os alunos reunidos em grupos desenvolvendo uma mesma atividade pode ser considerada uma perspectiva de pesquisa futura.

Além disso, é importante considerar que práticas pedagógicas como a modelagem tem o potencial de transformar a sala de aula em um ambiente mais colaborativo e participativo, onde os alunos abordam os conhecimentos matemáticos em situações da realidade. Esse tipo de abordagem favorece todos os componentes da aprendizagem – conceitual, algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica –, além de despertar o interesse e a motivação dos alunos, fazendo uma conexão entre seu aprendizado e a vida cotidiana. Assim, práticas planejadas, bem estruturadas e orientadas são possíveis de serem desenvolvidas diante de currículos rígidos, metas de plataformas digitais impostas para os professores e os estudantes, contribuindo para uma educação mais integral, humana e com um significado real de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, Berlim, v. 50, n. 2, p. 19-30, 2018. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-017-0902-4>. Acesso em: 18, maio. 2025.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os modos de inferência. *Ciência & Educação*, Bauru-SP, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/v4qMkLjq9MFHmddXVmSJ7nh/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 18, maio. 2025.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; BORSSOI, Adriana Helena. Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. *Quadrante*, Lisboa, v. 30, n. 2, p. 123-146, 2021. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/23605>. Acesso em: 18, maio. 2025.
- ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Lisboa: Porto Editora, 2010.
- CEOLIM, Amauri Jersi. **Modelagem Matemática na Educação Básica: Obstáculos e Dificuldades apontados por professores**. 2015. 151f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP. 2015. Disponível em:

<https://repositorio.ufscar.br/items/4ec774f8-894c-490c-878f-4de0551cc55c>. Acesso em: 18, maio, 2025.

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2015.

FRANCHI, Regina Helena de Oliveira Lino; RAMOS, Karen. Relações entre a Modelagem Matemática e a perspectiva do Diálogo em contextos educacionais. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, p. 1-27, 2024. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/451>. Acesso em: 18, maio. 2025.

FREJD, Peter. Modes of modelling assessment –A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n. 3, p. 413–438, 2013. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-013-9491-5>. Acesso em: 18, maio. 2025.

GOIS, Victor Hugo dos Santos; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Situações-Problema de Livros Didáticos e Atividades de Modelagem Matemática: identificando possibilidades. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão-PR, v. 11, n. 26, p. 422-445, 2022. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5140>. Acesso em: 18, maio. 2025.

GOMES, Marilda Trecenti. **O Portfólio na Avaliação da Aprendizagem Escolar**. 2003. 71f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR. 2003.

GOMES, Joice Caroline Sander Pierobon. **Atividades de modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental: cenários para aprendizagem**. 2023. 143f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina-PR. 2023. Disponível em: <https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/atividades-de-modelagem-matematica-nos-anos-finais-do-ensino-fundamental-cenarios-para-aprendizagem/>. Acesso em: 18, maio, 2025.

GRECA, Priscila de Castro Barros. **Aprendizagem semiótica em portfólios avaliativos de atividades de modelagem matemática no 6º ano do Ensino Fundamental**. 2024. 185f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina-PR, 2024. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/33658>. Acesso em: 27, jun., 2025.

NISS, Mogens; BLUM, Werner. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. Abingdon: Routledge, 2020.

PAZUCH, Vinicius; NEHRING, Catia Maria. A vivência de uma intervenção docente: reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de matemática. *Práxis Educativa*, v. 7, n. 2, p. 511-531, 2012. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/3342/3220>. Acesso em: 18, maio. 2025.

PINILLA, Martha Isabel Fandiño. **Múltiplos aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y específica**. Cooperativa Editorial Magisterio. Edição Espanhol, 2010.

PINTO, Thais Fernanda; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1–25, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2933>. Acesso em: 18, maio. 2025.

SILVA, Luciano Pereira da; TEIXEIRA JUNIOR, Valdomiro Pinheiro; OLIVEIRA, Marcelo Sousa. A matematização em atividades de modelagem por alunos da Educação do Campo sob um viés wittgensteiniano. *Revista de Educação Matemática*, [s. l.], v. 24, p. 1-26, 2025. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/553>. Acesso em: 18, maio. 2025.

TRINDADE, Suzana Lovos. **Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do ensino fundamental**. 2023. 135f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina-PR. 2023. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/32013>. Acesso em: 18, maio, 2025.

Yin, Robert. **Case study research: design and methods**. Newbury Park: Sage, 2002.