



## Funções Quadráticas com o Aplicativo CAMGPOL Mobile: um estudo sob o aporte da Engenharia Didática

Jailson França dos Santos<sup>1</sup> • Leandro Blass<sup>2</sup>

### RESUMO

Este artigo investiga de que forma um novo aplicativo pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de funções quadráticas, com ênfase na visualização e compreensão gráfica. Parte-se da questão: como um aplicativo móvel pode contribuir com a aprendizagem das funções quadráticas no Ensino Médio? O estudo foi conduzido com 15 estudantes por meio de uma oficina didática, fundamentada na Engenharia Didática, entendida como metodologia de pesquisa em Educação Matemática que articula análise preliminar, concepção, experimentação e validação. Essa escolha metodológica permitiu organizar o processo de obtenção das informações de forma sistematizada, bem como sustentar empiricamente a análise sobre o uso do aplicativo em sala de aula. A Teoria das Situações Didáticas foi utilizada de forma complementar, orientando a construção e a análise das interações entre estudantes, professor e meio. A partir da experimentação em sala de aula, observou-se que os estudantes demonstraram maior facilidade em identificar e interpretar os efeitos dos coeficientes sobre o gráfico da função quadrática, sobretudo quando podiam manipular os parâmetros diretamente no aplicativo. Esses indícios empíricos sugerem avanços na compreensão conceitual, embora restritos ao contexto e ao grupo investigado. Assim, a Engenharia Didática mostrou-se adequada para validar a proposta em termos de coerência interna entre as fases do experimento, sem a pretensão de generalizar os resultados. Desse modo, o estudo reforça o papel das tecnologias digitais como instrumentos mediadores no ensino de Matemática, ao mesmo tempo em que reconhece a necessidade de novas investigações com amostras mais amplas e contextos diversificados.

**Palavras-chave:** Engenharia Didática; Funções quadráticas; Tecnologias digitais.

## Quadratic Functions with the Camgpol mobile App: a study under the contribution of Didactic Engineering

### ABSTRACT

This article investigates how a new application can contribute to the teaching and learning of quadratic functions, with an emphasis on visualization and graphical understanding. It starts with the question: how can a mobile application contribute to the learning of quadratic functions in high school? The study was conducted with 15 students through a didactic workshop, based on Didactic Engineering, understood as a research methodology in Mathematics Education that articulates preliminary analysis, conception, experimentation, and validation. This methodological choice allowed for the systematic organization of the information gathering process, as well as empirically supporting the analysis of the application's use in the classroom. The Theory of Didactic Situations was used in a complementary way, guiding the construction and analysis of the interactions between students, teacher, and environment. From the classroom experimentation, it was observed that students demonstrated greater ease in identifying and interpreting the effects of the coefficients on the graph of the quadratic function, especially when they could manipulate the parameters directly in the application. These empirical indications suggest advances in conceptual understanding, although restricted to the context and the group investigated. Thus, Didactic Engineering proved suitable for validating the proposal in terms of internal coherence between the phases of the experiment, without the intention of generalizing the results. In this way, the study reinforces the role of digital technologies as mediating instruments in mathematics education, while also recognizing the need for further investigations with larger samples and diverse contexts.

**Keywords:** Didactic Engineering; Quadratic functions; Digital technologies.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Oeste da Bahia • Barreiras, BA — Brasil • ✉ [jailson.santos@ufob.edu.br](mailto:jailson.santos@ufob.edu.br) • **Orcid** <https://orcid.org/0000-0002-9847-4081>

<sup>2</sup> Universidade Federal do Pampa • Bagé, RS — Brasil • ✉ [lendrobllass@unipampa.edu.br](mailto:lendrobllass@unipampa.edu.br) • **Orcid** <https://orcid.org/0000-0003-2302-776X>

## **Funciones Cuadráticas con la Aplicación móvil Camgpol: un estudio bajo el aporte de la Ingeniería Didáctica**

### **RESUMEN**

Este artículo investiga cómo una nueva aplicación puede contribuir a la enseñanza y el aprendizaje de funciones cuadráticas, con énfasis en la visualización y la comprensión gráfica. Parte de la pregunta: ¿cómo puede una aplicación móvil contribuir al aprendizaje de funciones cuadráticas en secundaria? El estudio se realizó con 15 estudiantes mediante un taller didáctico, basado en la Ingeniería Didáctica, entendida como una metodología de investigación en Educación Matemática que articula el análisis preliminar, la concepción, la experimentación y la validación. Esta elección metodológica permitió organizar sistemáticamente el proceso de recopilación de información, además de sustentar empíricamente el análisis del uso de la aplicación en el aula. La Teoría de Situaciones Didácticas se utilizó de forma complementaria, guiando la construcción y el análisis de las interacciones entre estudiantes, docente y entorno. A partir de la experimentación en el aula, se observó que los estudiantes demostraron mayor facilidad para identificar e interpretar los efectos de los coeficientes en la gráfica de la función cuadrática, especialmente cuando pudieron manipular los parámetros directamente en la aplicación. Estas indicaciones empíricas sugieren avances en la comprensión conceptual, aunque limitadas al contexto y al grupo investigado. Por lo tanto, la Ingeniería Didáctica resultó idónea para validar la propuesta en términos de coherencia interna entre las fases del experimento, sin pretender generalizar los resultados. De esta manera, el estudio refuerza el papel de las tecnologías digitales como instrumentos de mediación en la educación matemática, a la vez que reconoce la necesidad de futuras investigaciones con muestras más amplias y contextos diversos.

**Palabras clave:** Ingeniería didáctica; Funciones cuadráticas; Tecnologías digitales.

### **INTRODUÇÃO**

Funções quadráticas e suas representações gráficas ainda são um desafio recorrente no Ensino Básico, sobretudo devido às dificuldades dos estudantes em visualizar a relação entre os coeficientes na forma gráfica (Dazzi; Dullius, 2013; Meneghetti; Rodriguez; Pofffal, 2017). O ensino, muitas vezes focado em manipulações simbólicas, por vezes não favorece uma aprendizagem com significado matemático, resultando em desinteresse e baixo desempenho (Bature; Atweh, 2020). Nesse cenário, as Tecnologias Digitais (Silva, 2022) emergem como ferramentas capazes de favorecer explorações dinâmicas e visualmente orientadas, ampliando o entendimento de conceitos matemáticos (Hoyles; Lagrange, 2010).

Inserido nesse contexto, este artigo apresenta o aplicativo móvel CAMGPOL Mobile - CAcalculadora, Medidas e Gráficos POLinomial, registrado sob o número (nº BR512025002615-3). O aplicativo foi concebido como uma ferramenta de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática, com recursos voltados para calculadora, conversão de medidas e estudo de funções polinomiais e trigonométricas. Entre esses módulos, o trabalho concentra-se especialmente para funções polinomiais, com ênfase nas funções quadráticas.

Frente a ferramentas amplamente consolidadas, como o GeoGebra e o Desmos, esta pesquisa propõe o desenvolvimento de um aplicativo voltado à usabilidade e à simplicidade de interface, alinhado às demandas de estudantes da Educação Básica. Considerou-se que, embora *softwares* mais robustos ofereçam múltiplos recursos e representações, sua

complexidade pode representar uma barreira para usuários com menor familiaridade tecnológica (Vaiopoulou *et al.*, 2023).

Nessa perspectiva, o CAMGPOL Mobile foi concebido com base em princípios de aprendizagem *mobile* (Papadakis; Kalogiannakis, 2022) e de *design* pedagógico acessível (Zydney; Warner, 2020), priorizando um ambiente simplificado, que favoreça a exploração intuitiva e o engajamento de estudantes com diferentes níveis de proficiência digital. Desse modo, o aplicativo busca minimizar as dificuldades de navegação, promovendo uma interação mais direta com os conceitos matemáticos e permitindo que a atenção se concentre no estudo das funções quadráticas, sem distrações decorrentes do uso da ferramenta digital.

Diante das dificuldades recorrentes na compreensão de funções quadráticas, torna-se relevante avaliar propostas metodológicas capazes de investigar tais obstáculos. Nesse sentido, para analisar o potencial pedagógico do aplicativo, adotou-se a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa (Artigue, 1988; 1996; 2020). Ao estruturar-se em quatro fases: análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori/validação, a Engenharia Didática permite tanto antecipar hipóteses sobre a aprendizagem quanto confrontá-las com a prática em sala de aula, oferecendo um quadro teórico-metodológico para investigar o uso do aplicativo no ensino de funções quadráticas.

Assim, a Engenharia Didática foi utilizada como: (i) análise preliminar, focada na seleção do conteúdo de funções quadráticas e no potencial pedagógico do aplicativo; (ii) análise a priori, com formulação de hipóteses sobre o comportamento dos estudantes frente às situações didáticas (Brousseau, 2008) e suas interações com o recurso digital; (iii) experimentação, que consistiu na aplicação da sequência didática com uma turma da 1<sup>o</sup> série do Ensino Médio, por meio de uma oficina voltada ao estudo de funções quadráticas com apoio do aplicativo; e (iv) análise a posteriori e validação, para confrontar as hipóteses com os resultados observados e verificar a eficácia do aplicativo como instrumento pedagógico.

Dito isso, delineiam-se as seguintes questões norteadoras: o aplicativo CAMGPOL Mobile contribui efetivamente para o desenvolvimento da compreensão conceitual das funções quadráticas, em especial na leitura e interpretação de seus gráficos? As hipóteses formuladas nas análises preliminares da Engenharia Didática confirmam-se na análise a posteriori, considerando evidências observadas durante a oficina, com base nas respostas dos estudantes, e na coerência entre representações algébricas e gráficas? Quais ajustes emergem dessa análise a posteriori para aprimorar o aplicativo como ferramenta de apoio ao ensino?

Assim, o objetivo central deste artigo é duplo: (i) confrontar as hipóteses teóricas formuladas na análise a priori com os resultados observados na análise a posteriori, buscando compreender os processos de aprendizagem mediados pelo aplicativo; e (ii) avaliar a contribuição pedagógica do CAMGPOL Mobile como instrumento de apoio ao ensino de funções quadráticas, a partir de indicadores qualitativos de usabilidade e engajamento.

Portanto, este artigo busca contribuir para a Educação Matemática ao apresentar evidências sobre o potencial do novo aplicativo como recurso pedagógico capaz de favorecer o engajamento e o protagonismo dos estudantes em sala de aula. Além disso, ao explorar suas funcionalidades, pretende-se oferecer subsídios a professores e pesquisadores interessados em integrar a ferramenta digital como proposta metodológica em suas práticas.

## **ANÁLISES PRELIMINARES**

A Engenharia Didática configura-se como uma metodologia cuja especificidade consiste em articular a elaboração de sequências de ensino fundamentadas em bases teóricas e, ao mesmo tempo, submeter tais sequências a um processo de validação interna (Almouloud, 2010). Em sua primeira fase, denominada análise preliminar, Artigue (1988) enfatiza a importância de levantar diferentes aspectos antes da concepção de uma sequência didática, destacando:

[...] análise epistemológica do conteúdo abordado no ensino; análise do ensino atual e seus efeitos; análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam seu desenvolvimento; análise do campo de restrições dentro do qual a implementação didática real se situará; e, claro, levando em consideração os objetivos específicos da pesquisa. (Artigue, 1988, p. 287-288, tradução nossa).

Assim, nessa etapa, realizou-se uma investigação com base em referenciais teóricos sobre o ensino de funções quadráticas. Esse levantamento bibliográfico buscou compreender os desafios e limitações apontados na literatura em relação ao ensino e à aprendizagem desse objeto matemático, destacando, principalmente, as dificuldades recorrentes na compreensão conceitual e na visualização gráfica por parte dos estudantes. Pesquisas como as de Meneghetti; Rodriguez e Pofffal (2017) e Dazzi e Dullius (2013) ilustram de forma consistente essas discussões.

As pesquisas analisadas evidenciaram que muitos estudantes apresentam obstáculos significativos na transição entre diferentes representações das funções quadráticas, algébrica e gráfica, o que impacta no desenvolvimento de um raciocínio matemático. Tais dificuldades são frequentemente atribuídas a abordagens tradicionais e excessivamente procedimentais

(Meneghetti; Rodriguez; Pofffal, 2017), que priorizam a memorização de fórmulas em detrimento da compreensão de significados.

Diante desse cenário, a proposta de enriquecer a metodologia de ensino por meio da utilização de recursos digitais surge como uma possibilidade de superar essas dificuldades no ensino. O uso de tecnologias digitais pode favorecer a construção de visualizações dinâmicas e interativas (Bu; Schoen, 2012), promovendo uma maior aproximação entre o estudante e os conceitos fundamentais das funções polinomiais. A partir dessa constatação, definiu-se como foco da pesquisa a utilização do módulo de funções quadráticas do aplicativo a fim de proporcionar um ambiente de exploração que auxilie o estudante a compreender de forma mais significativa o comportamento dessas funções.

A inserção de ferramentas digitais em sala de aula, sob o enfoque da Engenharia Didática (Artigue; Trouche, 2021), tem se sido um tema de destaque nas discussões acadêmicas. Pesquisas como as de Nunes, Prates e Silva (2017) utilizaram a Engenharia Didática no ensino de funções com o uso do GeoGebra, evidenciando a relevância da experimentação prática para validar a eficácia pedagógica de recursos digitais. Nessa mesma vertente, Pinheiro, Alves e Menezes (2024) aplicaram a Engenharia Didática no ensino de sequências numéricas, utilizando o GeoGebra. Além disso, Vieira, Alves e Catarino (2021) investigaram o ensino da função quadrática com base na metodologia da Engenharia Didática, aplicando suas duas primeiras fases por meio de simulações no PhET Colorado.

Além de potencializar a aprendizagem, a integração de tecnologias digitais no ensino de Matemática contribui para o desenvolvimento de competências alinhadas às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular BNCC (Brasil, 2018). Habilidades como EF08MA09 e EM13MAT302 reforçam a importância de associar os conteúdos matemáticos, como as funções quadráticas, a situações práticas que envolvam o uso de ferramentas tecnológicas. Essas habilidades evidenciam a necessidade de promover um ensino que valorize tanto a exploração gráfica quanto a construção algébrica, favorecendo a análise de diferentes representações e desenvolvendo a capacidade de resolver problemas em contextos diversos.

Diante dessas orientações curriculares e a partir da revisão teórica realizada sobre o ensino de funções quadráticas, foi estruturada uma oficina matemática mediada pelo aplicativo. A oficina se justifica pela necessidade de aproximar a teoria matemática das práticas pedagógicas, especialmente aquelas que utilizam recursos digitais para favorecer a aprendizagem. O uso da tecnologia no contexto educacional amplia as possibilidades de

visualização e experimentação dos conceitos e contribui para o engajamento dos estudantes. Dessa forma, eles se tornam protagonista no processo de construção do conhecimento.

O público-alvo foi uma turma do 1º ano do Ensino Médio, o que orientou a escolha de abordar, de forma introdutória, as noções dos coeficientes da função quadrática. Levando em conta o perfil desse grupo, foram propostas atividades que privilegiam a exploração gráfica, para que os estudantes pudessem observar, de maneira intuitiva, como cada coeficiente influencia a forma e a posição da parábola no plano cartesiano.

A partir da revisão da literatura, supõe-se, por exemplo, que os estudantes possam inicialmente interpretar coeficientes da função quadrática de forma fragmentada, sem estabelecer conexões entre as representações algébricas e gráficas. Além disso, acredita-se que conceitos como concavidade, vértice e crescimento ou decrescimento sejam percebidos de forma superficial, o que reforça a necessidade de visualização dinâmica. Quanto ao uso do aplicativo, formularam-se hipóteses sobre a interação tecnológica, como a possibilidade de que o aplicativo aumente o engajamento e a motivação dos estudantes, além de contribuir na aprendizagem do conteúdo abordado. Contudo, também se prevê que estudantes com maiores dificuldades digitais possam enfrentar barreiras iniciais no manuseio do aplicativo.

## **CONCEPÇÕES E ANÁLISE A PRIORI**

Na análise a priori as discussões e hipóteses formuladas são relacionadas à construção da situação didática. Trata-se de uma etapa de antecipação, em que se busca prever diferentes caminhos de resolução, possíveis dificuldades dos estudantes e de que modo o meio didático poderá favorecer ou limitar a produção de saberes. É também nesse momento que se planeja a validação do recurso digital, permitindo avaliar sua eficácia pedagógica na prática. Como destaca Almouloud (2010, p. 174) “Com a finalidade de responder à(s) questão(ões) e validar as hipóteses levantadas na fase anterior, o pesquisador deve elaborar e analisar uma sequência de situações-problema”.


Com os levantamentos realizados na fase preliminar que investigaram tanto o objeto matemático (funções quadráticas) quanto o potencial pedagógico do uso do aplicativo, esta etapa dedica-se ao planejamento da situação didática, fundamentada na TSD de Brousseau (2008). Para orientar esse planejamento, foram formuladas quatro hipóteses didáticas a serem confrontadas posteriormente na análise a posteriori.

Visualização dinâmica: a manipulação dos coeficientes no aplicativo favorecerá a compreensão de propriedades gráficas da função quadrática. Articulação de registros: o

aplicativo possibilitará aos estudantes relacionar a expressão algébrica da função às transformações no gráfico. Mediação instrumental: o aplicativo será capaz de reorganizar percepções e significados, contribuindo o entendimento das funções quadráticas.

A partir dessas hipóteses, o planejamento da oficina concentrou-se na construção de um cenário didático que contemplasse as fases de ação, formulação, validação e institucionalização, prevendo comportamentos esperados, respostas possíveis, erros recorrentes, obstáculos conceituais e dificuldades técnicas ao manipular os coeficientes no aplicativo. Para organizar essas previsões e oferecer suporte à aplicação da oficina, foi elaborado um plano de aula baseado nas análises realizadas na fase preliminar. O Quadro 1 apresenta esse plano, detalhando conteúdo, atividades propostas, público-alvo, duração, objetivos, recursos didáticos e a situação didática.

**Quadro 1** – Plano de aula composta com a sequência didática.

<p><b>Conteúdo de Ensino:</b> Explorando função quadrática: relação entre os coeficientes de <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> e a variação gráfica, associando os conceitos matemáticos a produções digitais curtas e dinâmicas.</p>	<p><b>Atividade Proposta:</b> Oficina interativa que combina experimentação gráfica no aplicativo desenvolvido, como as variações dos coeficientes <math>a</math>, <math>b</math> e <math>c</math> afetam o gráfico da parábola.</p>
<p><b>Disciplina / Turma / Duração:</b> Matemática / 1º ano do Ensino Médio / 2 (duas) horas.</p>	<p><b>Recursos Didáticos:</b> Aplicativo desenvolvido para a pesquisa. Projetor multimídia para apresentação dos resultados.</p>
<p><b>Objetivo:</b> Possibilitar aos estudantes a compreensão da função dos coeficientes <math>a</math>, <math>b</math> e <math>c</math> na função quadrática, bem como analisar como cada um desses parâmetros influencia o formato e a posição do gráfico da parábola. Busca-se, por meio da manipulação no aplicativo, proporcionar exploração visual das transformações da parábola, permitindo que os estudantes percebam, de forma dinâmica e interativa, os efeitos das alterações nos coeficientes.</p>	
<p><b>Situação Didática:</b> Leia o problema apresentado na figura abaixo:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; background-color: #f9f9f9;"> <p>Um jovem começa a postar vídeos no TikTok e observa que o número de ganho de seguidores por dia ao longo de 5 dias segue a função:</p> <math display="block">S(t) = -2t^2 + 10t</math> <p>onde <math>S(t)</math> representa o número de seguidores e <math>t</math> o tempo em dias. Em qual dia o perfil atinge o maior número de seguidores? Qual ou quais dias o número de seguidores foi zero?</p> </div> </div> <p>Com base no problema apresentado, utilize o aplicativo para gerar o gráfico desta função. Em seguida avalie:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Verifique qual a influência de <math>c</math> na função. Se <math>c</math> for crescente o que podemos afirmar sobre a quantidade de seguidores?</li> <li>2. Podemos afirmar que o valor de delta (<math>\Delta</math>) é maior que zero? Explique por quê.</li> <li>3. Os valores de <math>x</math> e <math>y</math> do vértice são positivos ambos? Por quê?</li> <li>4. O que as raízes dessa função representam sobre os seguidores?</li> </ol>	

**Fonte:** elaborado pelos autores (2025).

Conforme Almouloud (2016), este planejamento visa garantir a viabilidade pedagógica da situação didática.

“[...] o professor deve construir situações-problema que contribuam para a formação dos estudantes, tanto na construção de conceitos matemáticos, quanto no aprimoramento de conhecimentos que os auxiliem na elaboração de estratégias adequadas para resolução de problemas de matemática”. (Almouloud, 2016, p. 113).

Esse direcionamento reforça a importância de oferecer aos estudantes oportunidades de desenvolvimento de estratégias próprias para a aprendizagem da Matemática.

Na situação didática apresentada no Quadro 1, durante a fase da ação, os estudantes devem utilizar o aplicativo para gerar o gráfico da função apresentada no problema proposto. Ao manipular os parâmetros no ambiente digital, espera-se que observem o comportamento da curva da função quadrática no contexto da situação apresentada. Durante a formulação, os estudantes devem responder questões que os levem a interpretar suas observações no gráfico. Nessa etapa, eles precisam analisar, por exemplo, se o coeficiente  $a$  é positivo ou negativo, justificar suas conclusões e refletir sobre o valor de delta com base na representação gráfica. Esse exercício possibilita o desenvolvimento de uma argumentação fundamentada nas propriedades da parábola.

Na fase da validação, os estudantes devem testar suas hipóteses e verificar a consistência das respostas obtidas. Por exemplo, utilizando o aplicativo, experimentam diferentes valores do coeficiente  $c$  e analisam seu impacto direto sobre o gráfico e no número de seguidores, confirmando ou refutando suas previsões iniciais. Também devem interpretar corretamente o significado das raízes da função no contexto apresentado. Nesse momento, as conclusões são reforçadas e o significado matemático das observações feitas com o aplicativo é explicitado, o que consolida o conhecimento sobre o papel dos coeficientes, do vértice e das raízes no gráfico.

Por fim, na fase da institucionalização, o professor sistematiza os conhecimentos construídos ao longo da atividade, destacando formalmente os conceitos matemáticos validados: a interpretação dos coeficientes, as propriedades do vértice, as condições de existência das raízes e a influência de cada parâmetro no gráfico da parábola. Nesse momento, o saber produzido na interação entre estudantes e meio didático é reconhecido e integrado aos conhecimentos matemáticos.

Na fase de análise a priori, as hipóteses se tornam mais direcionadas, antecipando as possíveis interações dos estudantes com o aplicativo e os desafios específicos de aprendizagem. Supõe-se, por exemplo, que ao utilizar o aplicativo para manipular

graficamente os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , os estudantes perceberão visualmente que alterações no coeficiente  $a$  influenciam diretamente a concavidade e a abertura da parábola. Já mudanças no coeficiente  $b$  afetam o deslocamento lateral, enquanto o coeficiente  $c$  define a posição da parábola no eixo  $y$ .

## EXPERIMENTAÇÃO

Após a conclusão das duas primeiras fases da Engenharia Didática, as análises teóricas e a formulação de hipóteses didáticas, estabeleceu-se contato com uma escola parceira para viabilizar a realização da fase de experimentação. Essa parceria permitiu a aplicação da sequência didática planejada, conforme apresentada no plano de aula (Quadro 1), possibilitando o uso do aplicativo em um ambiente real de ensino.

A fase da experimentação ocorreu por meio da realização de uma oficina pedagógica, com duração de duas horas, conduzida por um dos autores deste artigo e três bolsistas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa, campus de Bagé, e 15 (quinze) estudantes do 1º ano do Ensino Médio, do Colégio Estadual Waldemar Amoretty Machado em Bagé-RS. Ao iniciar a oficina os estudantes responderam à questão “O que vocês entendem por função quadrática?” A pergunta acompanhava um QR Code via mentimeter, como forma de diagnosticar os conhecimentos prévios. Após, foi realizada uma breve exposição dialogada sobre as características das funções quadráticas, apresentaram-se problemas modelados com a essas funções, conforme o Quadro 2.

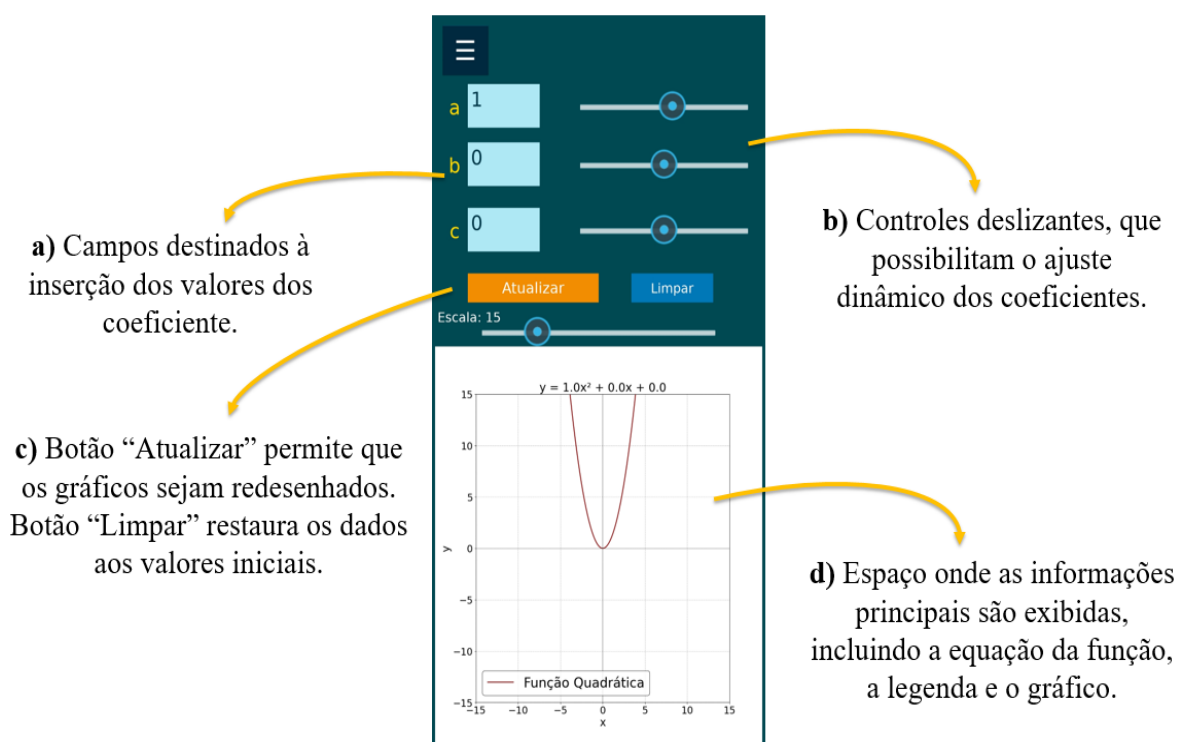
**Quadro 2** – Sequência de problemas modelados via funções quadráticas.

<b>Problema Trabalhado</b>	<b>Contexto Situação Problema</b>	<b>Conteúdos Matemáticos Explorados</b>
<b>Lançamento de foguetes com funções diferentes</b>	Objetivo: comparar valores em função do tempo.	Função quadrática; interseção de gráficos.
<b>Estudo da função da área do retângulo com perímetro fixo</b>	Dado um perímetro fixo, investigar como a área varia com os lados do retângulo.	Função quadrática; produto notável; máxima área; simetria do gráfico.
<b>Número de seguidores do Tik Tok</b>	Modelagem do número de visualizações ao longo do tempo após a publicação de um vídeo.	Modelagem com função quadrática; interpretação de coeficientes; ponto máximo.
<b>Exploração da parábola no gráfico de uma função quadrática</b>	Calculadora gráfica para explorar parábolas e observar como os coeficientes afetam sua forma.	Forma canônica e forma geral da função quadrática; efeitos dos coeficientes $a$ , $b$ , $c$ no gráfico.
<b>Construção de gráfico e identificação de raízes</b>	Uso da tecnologia para identificar zeros de funções.	Raízes da função; resolução gráfica de equações; zeros da função.
<b>Análise de (vértice, raízes, concavidade) usando o aplicativo</b>	Análise gráfica detalhada: raízes, vértice, concavidade, ponto máximo ou mínimo da parábola.	Identificação de coeficientes; ponto de mínimo ou máximo;

Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Ao prosseguir com a oficina, solicitou-se que todos os estudantes instalassem o aplicativo em seus celulares. O processo de instalação ocorreu de forma rápida e intuitiva, o que favoreceu o acesso e a participação de todos. Após a instalação, foi realizada uma apresentação inicial do aplicativo, explicando suas funcionalidades, sua estrutura em módulos e o propósito de cada um deles. Esse momento foi essencial para familiarizar os estudantes com a ferramenta e prepará-los para as atividades exploratórias da oficina. A interface gráfica do módulo utilizado, bem como as instruções, pode ser vista na Figura 1.

Figura 1 – Aplicativo desenvolvido: interface do módulo de funções quadráticas.



Fonte: elaborado pelos autores (2025). O link para o app será disponibilizado após aprovação do artigo.

O módulo do aplicativo foi apresentado para que os estudantes explorassem suas funcionalidades. No item (a), os estudantes encontraram os campos destinados à inserção dos valores dos coeficientes da função. O item (b) corresponde aos controles deslizantes, que possibilitam o ajuste dinâmico dos coeficientes. Ao movimentá-los, os gráficos são atualizados em tempo real. O item (c) contém dois botões: o botão “Atualizar” permite que os gráficos sejam redesenhados com novos valores inseridos, enquanto o botão “Limpar” restaura os dados aos valores iniciais. Por fim, o item (d) apresenta o espaço onde as informações principais são exibidas, incluindo título, legenda e o gráfico correspondente.

Em seguida, consideraram-se quatro conceitos centrais da TSD: situação didática, situação adidática, contrato didático e meio (Brousseau, 2002). Na situação didática, o problema foi apresentado por meio de slides, incluindo a situação descrita no Quadro 1, sem fornecer a expressão da função quadrática que modelava o crescimento de seguidores. Os monitores conduziram um diálogo com a turma, incentivando a reflexão com perguntas como: “Qual seria a melhor forma de representar o comportamento dos seguidores ao longo do tempo?” ou “De que forma o gráfico pode ajudar a prever valores futuros?”. Esse momento teve como objetivo estimular os estudantes a interpretar a situação e estruturar a expressão algébrica a partir do contexto apresentado. As discussões conduziram os estudantes a refletir sobre os elementos relevantes para o estudo das funções quadráticas.

Na Situação Adidática, após o momento de discussão, os estudantes foram orientados a trabalhar de forma autônoma, utilizando o aplicativo para explorar os gráficos das funções quadráticas. Nesta etapa, o professor e os monitores se afastaram das orientações diretas, promovendo um espaço adidático, no qual os estudantes levantaram hipóteses, testaram ideias, cometeram erros e buscaram soluções por meio da experimentação.

Os estudantes foram incentivados a manipular os controles deslizantes, observar as variações nos gráficos e interpretar as mudanças dos coeficientes sem intervenção imediata. Surgiram dificuldades, como interpretações equivocadas sobre os parâmetros e influência do coeficiente  $c$ . Quando necessário, os monitores realizaram intervenções pontuais para retomar conceitos essenciais, como a concavidade da parábola ou a interpretação das raízes. Nessa fase, o foco foi permitir que os estudantes percorressem diferentes trajetórias de aprendizagem, construíssem soluções a partir da exploração e da validação no aplicativo.

Logo após a apresentação do aplicativo, estabeleceu-se o contrato didático. Ficou combinado que, no primeiro momento, cada participante deveria realizar as atividades de forma individual, utilizando apenas o celular para manipular os gráficos. O objetivo era garantir o envolvimento pessoal na resolução dos problemas e evitar dependência dos colegas. O contrato didático reforçou que os estudantes deveriam buscar compreender as relações entre os coeficientes e o gráfico, antes de recorrerem a ajuda externa. Ao longo da oficina, o professor flexibilizou o contrato, permitindo a troca de ideias, a comparação de resultados e a discussão das soluções em pequenos grupos. Essa flexibilização potencializou a colaboração entre os estudantes e fortaleceu o aprendizado coletivo.

Por fim, compreende-se que o ambiente digital atuou como meio didático (milieu), mediando a relação entre o estudante e o objeto matemático. Nesse contexto, o milieu

constituiu-se por diversos elementos inter-relacionados: os slides que contextualizaram os problemas, o aplicativo como ferramenta de manipulação gráfica, os próprios gráficos gerados, os colegas, os monitores e o professor. Todos esses componentes formaram o ambiente de aprendizagem no qual os estudantes puderam interagir, testar hipóteses e comparar estratégias de resolução.

O uso do aplicativo ampliou significativamente as possibilidades de exploração, proporcionando uma experiência mais dinâmica e visual no estudo da função quadrática. Foram observadas situações como erros na inserção dos coeficientes, interpretações equivocadas das raízes ou da concavidade da parábola, compreendidas como parte integrante do processo construtivo de aprendizagem.

Além disso, o meio digital apresentou desafios de acessibilidade e usabilidade que foram considerados no planejamento. Ao longo da oficina, os estudantes mais familiarizados com tecnologia demonstraram autonomia na exploração dos módulos, enquanto outros necessitaram de mediação dos monitores. Essa mediação foi essencial para a correta interpretação dos gráficos e da influência dos coeficientes. O contexto escolar também foi um fator relevante, pois a escola parceira foi receptiva ao uso dos dispositivos móveis, favorecendo uma integração positiva dos recursos digitais no ambiente educacional.

A oficina configurou-se como um espaço de experimentação prática, no qual foi possível avaliar como o uso do aplicativo contribuiu para superar dificuldades didáticas recorrentes na aprendizagem de funções quadráticas, especialmente aquelas relacionadas à visualização, manipulação e interpretação gráfica. Na etapa final, ofereceu-se aos estudantes um momento de reflexão e manifestação sobre os aprendizados construídos durante a atividade, permitindo registrar suas percepções e avaliar a relevância do recurso digital no processo de aprendizagem.

## **ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO**

Nesta última etapa da Engenharia Didática, foram examinados os dados produzidos durante a oficina com o objetivo de validar as hipóteses formuladas nas fases preliminar e a priori, bem com compreender os efeitos do uso do aplicativo como ferramenta de apoio à resolução das atividades propostas no Quadro 1.

O material empírico analisado incluiu as respostas escritas às tarefas, as observações registradas durante a experimentação e os depoimentos dos estudantes. Esses depoimentos foram reunidos por meio de um formulário online no *Google Forms*, composto por questões

de múltipla escolha que buscavam identificar, as facilidades, dificuldades e percepções dos participantes sobre o uso do aplicativo. As informações foram tratadas qualitativamente, segundo categorias de evidência de aprendizagem conceitual, permitindo identificar padrões de compreensão relacionados à concavidade, ao vértice e às raízes da parábola.

A análise dos dados foi orientada pelos princípios da Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 2002), a partir da definição de categorias correspondentes às fases de ação, formulação, validação e institucionalização. Essas categorias possibilitaram identificar evidências de aprendizagem e evolução conceitual nas interações observadas, interpretando as falas e registros dos estudantes à luz dos momentos em que mobilizaram conceitos matemáticos na exploração do aplicativo. A validade interna da pesquisa foi assegurada pela triangulação entre diferentes fontes de dados: observações, registros escritos e pela confrontação entre as hipóteses formuladas na análise a priori e os resultados obtidos na análise a posteriori, conforme os pressupostos da Engenharia Didática.

É importante destacar que, ao contrário de pesquisas baseadas em análises quantitativas ou qualitativas validadas externamente, a Engenharia Didática adota um processo próprio de validação. Esse processo ocorre pelo confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori, constituindo uma validação essencialmente interna. Nesse sentido, Artigue (1988) esclarece:

[...] De fato, as pesquisas que recorrem a experimentações em sala de aula geralmente se situam em uma abordagem comparativa com validação externa baseada na comparação estatística das performances de grupos experimentais e de grupos de controle. Este paradigma não é o da engenharia didática, que se situa, ao contrário, no registro de estudos de caso e cuja validação é essencialmente interna, baseada na confrontação entre análise a priori e análise a posteriori (Artigue, 1988, p. 286, tradução nossa).

Portanto, “tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia” (Almouloud, 2010, p.167). As hipóteses da fase a priori previam que os estudantes teriam dificuldades na compreensão conceitual e na visualização dos gráficos da função quadrática, especialmente quanto à influência dos coeficientes no comportamento da parábola. Supôs-se que o aplicativo poderia atuar como mediador visual e facilitar essa compreensão, mas também que poderiam emergir desafios relacionados à navegação, interpretação gráfica e manuseio dos controles. As respostas e interações observadas durante a experimentação confirmaram parcialmente essas hipóteses, evidenciando avanços conceituais.

### **Compreensão conceitual e interpretação gráfica**

Durante a fase de ação, observou-se que os estudantes exploraram livremente os coeficientes do aplicativo, buscando compreender as mudanças no gráfico. Essa etapa corresponde ao que Brousseau (1986) denomina *situação de ação*, na qual o estudante interage com o meio sem a intervenção direta do professor. Mais do que descrever a exploração, interessou identificar como essa interação inicial produziu avanços conceituais verificáveis. Nesse contexto, ao manipular os coeficientes da função quadrática e observar em tempo real as alterações no gráfico, os estudantes começaram a estabelecer relações entre suas ações e os efeitos produzidos, um indício de compreensão de concavidade, deslocamentos e variação da parábola.

Algumas falas dos estudantes, apresentadas a seguir, ilustram esse momento e revelam indícios do processo de compreensão conceitual:

*Sim muito, eu não conseguia entender muito, mas depois que usei o aplicativo comecei a entender mais as funções quadrática (Estudante\_1)*

*Ele ensina muito bem e mostra os gráficos e etc (Estudante\_10)*

*Sim, ajuda a pessoa que está começando a estudar a ter entendimento de como funciona os gráficos (Estudante\_6)*

Esses depoimentos evidenciam que o aplicativo foi essencial para lidar com desafios previstos, como a dificuldade de compreender os gráficos. Tal resultado está em consonância com Duval (2009), que destaca que a compreensão em matemática depende da coordenação entre diferentes registros de representação, no caso, a passagem entre o algébrico e o gráfico. Em outros diálogos, os estudantes destacaram:

*Sim, principalmente eu que não sei como fazer gráfico, o aplicativo me ajudou muito (Estudante\_3)*

*Sim, deu para entender muito bem os gráficos, como se faz a marcação (Estudante\_8)*

Esses comentários, interpretados em conjunto, apontam para uma melhora na leitura e interpretação dos gráficos, confirmando parcialmente a hipótese inicial de que a visualização dinâmica favorece a compreensões, como, concavidade, raízes e vértice. A análise indica que o aplicativo funcionou como mediador visual entre as representações algébrica e geométrica. Esse fato corrobora com a proposta da aprendizagem mediada por recursos visuais no processo de ensino, permitindo que estudantes reconheçam padrões e formulem hipóteses (Phillips; Norris & Macnab, 2010).

### **Coerência entre representações algébricas e gráficas**

Nesta etapa, correspondente às fases de formulação e validação da TSD, observou-se que os estudantes desenvolveram hipóteses e buscaram entender a influência dos coeficientes por meio de experimentações no aplicativo. A manipulação dos controles deslizantes e a observação das mudanças dinâmicas foram fundamentais para que os estudantes organizassem e consolidassem suas ideias matemáticas. Os comentários apresentados a seguir foram agrupados na categoria “Exploração e validação conceitual”.

*Eu achei mais fácil de estudar pelo aplicativo do que por outro meio (Estudante\_11)*

*Achei muito melhor depois que eu entendi (Estudante\_14)*

*Muitos alunos têm dificuldade em compreender a ideia de concavidade, vértice, raízes e o comportamento da parábola apenas com fórmulas. Ver o gráfico sendo construído dinamicamente ajuda a internalizar esses conceitos. (Estudante\_07)*

Essas falas evidenciam que, por meio da interação com o aplicativo, passaram de um estado inicial de incerteza para uma fase de compreensão e apropriação dos conceitos. Essa transição pode ser interpretada à luz de Rabardel (1995), ao reconhecer que artefatos digitais tornam-se instrumentos cognitivos quando possibilitam ao estudante reorganizar suas percepções e significados.

Durante a validação, os estudantes foram incentivados a testar suas próprias respostas e hipóteses utilizando o aplicativo para confirmar ou corrigir suas percepções. O aplicativo foi percebido como um importante aliado no processo de validação gráfica. Algumas respostas a serem destacadas pelos estudantes foram:

*Ver o gráfico sendo construído dinamicamente ajuda a internalizar esses conceitos (Estudante\_9)*

*Sim, o uso do aplicativo facilitou o aprendizado, pois permitiu visualizar os gráficos em tempo real e entender como cada coeficiente altera o gráfico (Estudante\_13)*

Ao verbalizarem hipóteses sobre a concavidade, as raízes e o vértice da função, evidencia-se uma situação de formulação, na qual os estudantes começam a estruturar o saber matemático. Essa dinâmica reforça a perspectiva de que a visualização matemática desempenha um papel central na construção de significados (Kadunz; Yerushalmy, 2015).

Em continuidade a esse processo, a validação ocorreu quando os estudantes compararam os resultados obtidos no aplicativo com os cálculos manuais, confirmando, por exemplo, a relação entre o sinal do coeficiente  $a$  e a concavidade. Nesse momento, a teoria permitiu interpretar a aprendizagem como uma transição entre o saber-fazer e o saber-dizer, conforme o modelo de Brousseau (2008).

Essas interações, ao mesmo tempo em que promoveram a verificação das próprias hipóteses, também revelaram a contribuição do aplicativo como mediador entre teoria e prática. O uso da ferramenta possibilitou uma validação imediata, permitindo aos estudantes corrigir, adaptar e consolidar suas interpretações matemáticas. Além disso, observou-se coerência entre diferentes representações, uma vez que os estudantes articularam as expressões algébricas com as transformações visuais observadas no gráfico, confirmando hipóteses formuladas na fase a priori. Dessa forma, a aprendizagem ocorreu por meio da auto-validação via experimentação, em consonância com a lógica da Engenharia Didática (Artigue, 1988).

### **Ajustes e aprimoramentos do aplicativo**

Na fase de institucionalização, os estudantes discutiram coletivamente os resultados e socializaram os conhecimentos adquiridos, registrando também suas percepções sobre o uso do aplicativo. A análise dessas falas permitiu identificar tanto a aceitação quanto as críticas em relação à ferramenta, sendo as respostas agrupadas nas categorias “avaliação pedagógica positiva” e “sugestões de melhoria.”

Avaliação pedagógica positiva:

*É um aplicativo útil que me ajudou bastante a entender como os gráficos funcionam*  
**(Estudante\_1)**

*Eu achei interessante, nunca tinha visto esse aplicativo, facilitou muito* **(Estudante\_6)**

*Sim, ficou mais fácil o entendimento do conteúdo para estudar, achei maravilhoso*  
**(Estudante\_4)**

*Na minha opinião esse app é um baita quebra galho, fácil e prático de usar* **(Estudante\_12)**

Esses depoimentos evidenciam que o recurso tecnológico foi aceito pelos estudantes, consolidando-se como um instrumento pedagógico relevante e motivador para a aprendizagem do conteúdo matemático proposto na situação didática. **Sugestões de melhoria:**

Apesar do impacto positivo, os estudantes também apontaram limitações no aplicativo e sugeriram melhorias. Entre as principais críticas, destacaram-se:

*Achei meio antigo, tipo a cara do app tem cara de apps de 2013* **(Estudante\_3)**

*Não mostra os cálculos para ver como se faz, seria bom entender o passo a passo*  
**(Estudante\_8)**

*O App tem potencial, mas ainda precisa de algumas melhorias é um pouco lento mas é bom*  
**(Estudante\_2)**

Portanto, a posteriori mostrou que as hipóteses foram parcialmente confirmadas. Em relação à visualização dinâmica, verificou-se que a manipulação dos coeficientes realmente favoreceu a compreensão de concavidade, raízes e vértice, pois a transformação imediata do gráfico permitiu aos estudantes estabelecer relações entre o comportamento da parábola e os parâmetros algébricos. Quanto à articulação de registros, observou-se que os estudantes conseguiram relacionar a expressão algébrica às mudanças no gráfico, confirmando a importância do aplicativo como suporte na conversão entre registros (Duval, 2009). Já a mediação instrumental (Santos; Blass e Carvalho, 2025), mostrou-se sustentada, uma vez que, conforme Rabardel (1995), o artefato tornou-se instrumento quando auxiliou os estudantes a reorganizar suas percepções sobre a função quadrática.

Por fim, quanto aos aplicativos, foram identificadas oportunidades de aprimoramento para futuras atualizações, como modernizar o design visual, incluir explicações passo a passo dos cálculos matemáticos e adicionar uma função de validação automática da sintaxe. Além dos aspectos técnicos, tais constatações também suscitam reflexões de ordem teórica: embora a TSD tenha orientado a análise das interações, reconhece-se que a mediação tecnológica introduz um novo tipo de meio, cuja autonomia é parcialmente condicionada pela interface do aplicativo. Essa característica sugere a necessidade de adaptações teóricas da TSD ao contexto das tecnologias digitais.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo investigar de que modo o aplicativo CAMGPOL Mobile - Calculadora, Medidas e Gráficos Polinomiais pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de funções quadráticas, por meio da aplicação de uma oficina com estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Fundamentada na Engenharia Didática e na Teoria das Situações Didáticas, a pesquisa percorreu as fases de análises preliminar, a priori, experimentação e a posteriori, buscando validar o uso do aplicativo enquanto instrumento didático. Os resultados indicaram que a exploração do recurso digital auxiliou na visualização da concavidade, do vértice e das raízes da parábola, promovendo uma melhor articulação entre manipulação gráfica e conceitos algébricos. No entanto, também foram identificadas limitações relacionadas ao design da interface e à amplitude da amostra, o que restringe a generalização dos achados. Assim, os resultados devem ser compreendidos como evidências iniciais, que reforçam o potencial pedagógico do aplicativo, mas que demandam investigações futuras em diferentes contextos escolares para consolidar sua eficácia e aplicabilidade.

Durante as análises preliminares, foram identificadas lacunas no ensino tradicional das funções quadráticas, especialmente no que diz respeito à dificuldade de visualização gráfica e à interpretação dos coeficientes da função. As hipóteses formuladas na fase a priori apontaram que o uso de um aplicativo gráfico poderia contribuir para a compreensão desses conceitos e estimular a autonomia dos estudantes. A experimentação prática confirmou essas hipóteses, demonstrando que o aplicativo desenvolvido contribuiu no entendimento dos elementos constitutivos da função quadrática.

Ao longo da oficina, observou-se que os estudantes se mostraram curiosos e abertos à exploração do aplicativo. As respostas reunidas indicaram que a manipulação dinâmica dos coeficientes permitiu uma visualização clara da parábola, o que auxiliando na superação de dificuldades abstratas comumente associadas ao tema. Relatos dos próprios estudantes indicaram que nunca haviam compreendido os gráficos com clareza e que o uso do aplicativo facilitou o aprendizado.

Além de favorecer a compreensão conceitual, o recurso contribuiu para o fortalecimento do raciocínio matemático e da autonomia na resolução de problemas. Estudantes que inicialmente declararam desconhecimento ou insegurança quanto ao tema demonstraram, ao final da atividade, avanços perceptíveis em suas produções gráficas e justificativas matemáticas. Outro ponto relevante foi a facilidade de uso da ferramenta: a interface simples e intuitiva permitiu que os estudantes focassem no conteúdo, minimizando dificuldades tecnológicas.

As reflexões finais indicam que a integração de tecnologias digitais no ensino de Matemática não deve ser compreendida apenas como um suporte adicional, mas como um componente capaz de contribuir com processo de ensino-aprendizagem e aproximá-lo da realidade digital dos estudantes. O caso do CAMGPOL Mobile demonstrou que, ao permitir a manipulação dinâmica dos coeficientes e a visualização da parábola, um recurso digital acessível pode favorecer a compreensão conceitual e reduzir dificuldades recorrentes no estudo das funções quadráticas. Ainda assim, reconhece-se que a efetividade desses recursos depende de sua integração planejada às práticas pedagógicas e de um acompanhamento docente que estimule a reflexão e o uso crítico das tecnologias em sala de aula.

Por fim, ressalta-se a relevância de ampliar as investigações sobre a contribuição das tecnologias digitais para um ensino de Matemática. No caso específico do CAMGPOL Mobile, os resultados mostraram seu potencial como recurso promissor para favorecer a compreensão conceitual das funções quadráticas. Pesquisas futuras poderão explorar

atualizações no aplicativo, avaliar sua aplicação em diferentes níveis de ensino e verificar como a ferramenta pode ser integrada a outras metodologias, contribuindo para a construção de um ensino de Matemática mais dinâmico, interativo e alinhado às competências digitais demandadas pela BNCC.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Editora UFPR, 2010.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 109-141, 2016. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p109>.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, 9(3), 281–308, 1988. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/>. Acesso em: 10 de ago. 2025.

ARTIGUE, Michèle. Engenharia didáctica. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ARTIGUE, Michèle. Didactic engineering in mathematics education. In: **Encyclopedia of mathematics education**. Cham: Springer International Publishing, 2020. p. 202-206.

ARTIGUE, Michèle; TROUCHE, Luc. Revisiting the French didactic tradition through technological lenses. **Mathematics**, v. 9, n. 6, p. 629, 2021.

BATURE, Iliya Joseph; ATWEH, Beverley. Mathematics Teachers' Reflections on the Role of Productive Pedagogies in Improving Their Classroom Instruction. **International Journal of Educational Methodology**, v. 6, n. 2, p. 319–335, 2020. DOI: 10.12973/ijem.6.2.319.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BU, Lingguo; SCHOEN, Robert (Ed.). **Model-centered learning**. Springer Science & Business Media, 2012.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en didactique des mathématiques (Revue)**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, Guy. **Theory of didactical situations in mathematics**: Didactique des mathématiques, 1970–1990. Dordrecht: Springer Netherlands, 2002.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas**: conteúdo e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

DAZZI, Clóvis José; DULLIUS, Maria Madalena. Ensino de funções polinomiais de grau maior que dois através da análise de seus gráficos, com auxílio do software Graphmatica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 381–398, ago. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300004>.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Editora Livraria da Física, 2009.

HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste. **Mathematics education and technology: Rethinking the terrain**. New York: Springer, 2010.

KADUNZ, Gert; YERUSHALMY, Michal. Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics. In: **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 463-467.

MENEGHETTI, Cinthya Maria Schneider; RODRIGUEZ, Bárbara Denicol do Amaral; POFFFAL, Cristiana Andrade. Gráfico de função polinomial: uma discussão sobre dificuldades de aprendizagem no Ensino Superior. **Ciência e Natura, Santa Maria**, v. 39, n. 1, p. 156–169, 2017. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/315504034>. Acesso em: 13 jul. 2025.

NUNES, Lincoln F.; PRATES, Dérek Bomfim; SILVA, Jaqueline Maria. The Use of Modeling Approach for Teaching Exponential Functions. In: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2017. p. 012064. DOI: 10.1088/1742-6596/936/1/012064.

PAPADAKIS, Stamatios; KALOGIANNAKIS, Michail. **STEM, Robotics, Mobile Apps in Early Childhood and Primary Education**. Springer Nature Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-19-0568-1>, 2022.

PHILLIPS, Linda M.; NORRIS, Stephen P.; MACNAB, John S. **Visualization in mathematics, reading and science education**. Springer Science & Business Media, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-90-481-8816-1>.

PINHEIRO, Carla Patrícia Souza Rodrigues; ALVES, Francisco Regis Vieira & MENEZES, D. B. M Daniel Brandão Menezes. Uma experiência da engenharia didática com as identidades de Fibonacci com o aporte do software GeoGebra. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, 19(2), 244-258, 2024. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.19553>.

SANTOS, Jailson França dos; BLASS, Leandro; CARVALHO, Edmo Fernandes. Aplicativo Matematicando: uma proposta de gênese instrumental para aprendizagem matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 31, p. e25058, 2025.

SHARPLES, Mike, DELGADO KLOOS, Carlos, DIMITRIADIS, Yannis, GARLATTI, Serge & SPECHT, Marcus. Mobile and accessible learning for MOOCs. **Journal of interactive media in education**, v. 1, n. 4, p. 1-8, 2015.

SILVA, José Augusto Lopes. Matemática e o uso das tecnologias digitais em tempos de pandemia: implicações nos processos de ensino, aprendizagem e avaliação na educação superior. **Revista de Educação Matemática**, v. 19, n. 01, p. e022016-e022016, 2022.

VAIOPOULOU, Julie; PAPADAKIS, Stamatios; SIFAKI, Eirini; KALOGIANNAKIS, Michail & STAMOVLASIS, Dimitrios. Classification and evaluation of educational apps for early childhood: Security matters. **Education and Information Technologies**, v. 28, n. 3, p. 2547-2578, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11289-w>.

VIEIRA, Renata Passos Machado; ALVES, Francisco Regis Vieira; CATARINO, Paula Maria Machado Cruz. Ensino da função quadrática por meio do PheT Colorado e da Engenharia Didática. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. e021018-e021018, 2021. DOI: [10.37001/remat25269062v17id522](https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id522).